suites numériques

Table des matières

1 Mots clés - Notations - Formules **3**
- 1.1 Vocabulaire . . . 3
- 1.2 Notations . . . 4
- 1.3 Formules . . . 5

2 suites numériques, généralités **6**
- 2.1 activités . . . 7
- 2.2 à retenir . . . 8
- 2.3 exercices . . . 9
- 2.4 correction exercices . . . 10

3 suites arithmétiques **11**
- 3.1 suites de termes . . . 11
  - 3.1.1 activités . . . 11
  - 3.1.2 corrigés activités . . . 15
  - 3.1.3 à retenir . . . 18
  - 3.1.4 exercices . . . 19
  - 3.1.5 corrigés exercices . . . 21
  - 3.1.6 Q.C.M. suites arithmétiques sans somme des termes . . . 22
  - 3.1.7 corrigé Q.C.M. suites arithmétiques sans somme des termes . . . 23
- 3.2 somme des termes . . . 24
  - 3.2.1 activité : somme des entiers . . . 24
  - 3.2.2 à retenir . . . 24
  - 3.2.3 exercices . . . 25
  - 3.2.4 corrigés exercices . . . 26
  - 3.2.5 Q.C.M. suites arithmétiques avec somme des termes . . . 27
  - 3.2.6 corrigé Q.C.M. suites arithmétiques avec somme des termes . . . 28
- 3.3 évaluation suites arithmétiques . . . 29

4 suites géométriques **30**
- 4.1 suite des termes . . . 30
  - 4.1.1 activités . . . 30
  - 4.1.2 corrigés activités . . . 34
  - 4.1.3 à retenir . . . 37
  - 4.1.4 exercices . . . 38
  - 4.1.5 corrigés exercices . . . 41
- 4.2 somme des termes . . . 42
  - 4.2.1 activité : somme des premiers termes . . . 42
  - 4.2.2 à retenir . . . 42
  - 4.2.3 exercices . . . 43
  - 4.2.4 corrigés exercices . . . 44
  - 4.2.5 Q.C.M. suites géométriques avec somme des termes . . . 45
  - 4.2.6 corrigé Q.C.M. suites géométriques avec somme des termes . . . 46

5 études des variations de suites numériques 48
5.1 activités 48
5.1.1 activité 1 : sens de variation 48
5.2 à retenir 49
5.3 exercices 51
5.4 corrigés exercices 52

6 approche de la notion de limite à partir d'exemples 53
6.1 activités 53
6.1.1 activité 1 : approche de la notion de limite 53
6.2 à retenir 54
6.3 exercices 55
6.4 corrigés exercices 57

7 devoir maison 58
7.1 dm 1 58
7.2 corrigé dm 1 59
7.3 dm 2 60
7.4 corrigé dm 2 61

8 évaluations 62

9 travaux pratiques 62
9.1 tp 1 62
9.2 tp 2 65
9.3 tp 3 68
9.4 tp 4 71
9.5 tp 5 74
9.6 corrigé tp 5 77
9.7 tp 6 : Comparaison de Suites Arithmétiques 81

10 sujets de bac 83
10.1 bac 1 et 2 83
10.2 bac 3 85

11 Activités interdisciplinaires 87
11.0.1 travail 1 : (prévisions avec courbes de tendance) 87

1 Mots clés - Notations - Formules

1.1 Vocabulaire

Il faut connaître la signification des mots ou expressions suivantes :

1. **suite numérique**
2. **suite numérique de nature arithmétique**
3. **suite numérique de nature géométrique**
4. **les termes d'une suite numérique**
5. **le rang d'un terme d'une suite numérique**
6. **le nom d'un terme d'une suite numérique**
7. **le valeur d'un terme d'une suite numérique**
8. **formule de récurrence**
9. **formule explicite**
10. **la raison d'une suite arithmétique**
11. **la raison d'une suite géométrique**

1.2 Notations

Il faut connaître la signification des notations mathématiques suivantes :

1. $u \qquad v \qquad w$
2. $u_1 \qquad u_2 \qquad u_3$
3. $u_n \qquad u_{n+1}$
4. r
5. q

1.3 Formules

Il faut connaître par coeur les formules suivantes :

1. **la suite** u **est arithmétique** $\Longleftrightarrow \boxed{u_{n+1} - u_n = \ \textit{nombre constant} \ = r}$ **pour tout rang** n
2. **la suite** u **est arithmétique** $\Longleftrightarrow \boxed{u_{n+1} = u_n + r}$ **pour tout rang** n
3. u **est arithmétique de premier terme** u_0 **et de raison** $r \Longrightarrow \boxed{u_n = u_0 + r \times n}$ **pour tout rang** n
4. u **est arithmétique de premier terme** u_1 **et de raison** $r \Longrightarrow \boxed{u_n = u_1 + r \times (n-1)}$ **pour tout rang** n
5. u **est arithmétique** $\Longleftrightarrow$ **les points de la suite dans un repère sont alignés selon** $\boxed{\textbf{une droite}}$

6. u **est arithmétique**
   $\Rightarrow \boxed{\textbf{Somme des termes} = \dfrac{\textit{premier terme} \ + \ \textit{dernier terme}}{2} \times \textit{nombre de termes}}$

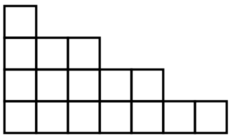
7. **la suite** u **est géométrique** $\Longleftrightarrow \boxed{\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \ \textit{nombre constant} \ = q}$ **(et** $q > 0$**) pour tout rang** n
8. **la suite** u **est géométrique** $\Longleftrightarrow \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$ **(et** $q > 0$**) pour tout rang** n
9. u **est géométrique de premier terme** u_0 **et de raison** $q > 0 \Longrightarrow \boxed{u_n = u_0 \times q^n}$ **pour tout rang** n
10. u **est géométrique de premier terme** u_1 **et de raison** $q > 0 \Longrightarrow \boxed{u_n = u_1 \times q^{n-1}}$ **pour tout rang** n
11. u **est géométrique** $\Longleftrightarrow$ **les points de la suite dans un repère sont placés selon une** $\boxed{\textbf{courbe exponentielle}}$

12. u **est géométrique**
    $\Rightarrow \boxed{\textbf{Somme des termes} = \textit{premier terme} \times \dfrac{1 - \textit{raison}^{\textit{nombre de termes}}}{1 - \textit{raison}}}$

2 suites numériques, généralités

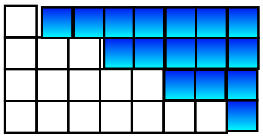
2.1 activités

activité 1. suite définie par une formule explicite ou une formule de récurrence



des gradins sont constitués de poutres comme ceci *(voir dessin)*
on considères la suite u des nombres de poutres par niveau en commençant par le haut qui sera appelé le rang 0, le nombre de poutres de rang $n \in \mathbb{N}$ est noté u_n

1. formule de récurrence
   (a) donner les valeur de u_0, u_1, u_2 , u_3
   (b) comment passe t-on de u_n à u_{n+1} ? *(donner une relation entre ces deux termes)*
   (c) en déduire les valeur de u_4, u_5 , u_6
   (d) utiliser la calculatrice pour obtenir les valeurs de u_{10} , u_{100} puis u_{200}
   (e) utiliser la calculatrice pour trouver la plus petite valeur de n telle que $u_n \geq 500$
2. formule explicite
   (a) trouver une formule qui donne directement u_n en fonction de n
   (commencer par u_1, u_2, u_3, u_4 puis généraliser à n)
   (b) retrouver les valeurs de u_{10} , u_{100} puis u_{200}
   (c) retrouver algébriquement la plus petite valeur de n telle que $u_n \geq 500$
3. pour aller un peu plus loin
   soit $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ la somme des nombres de poutres
   qu'il faut au total du rang 0 au rang n
   (a) donner les valeurs de S_0, S_1, S_2 et S_3



   (b) observer la figure et expliquer pourquoi $S_3 = \dfrac{(u_0 + u_3) \times 4}{2}$
   puis vérifier que l'on retrouve bien S_3
   (c) calculer S_{10} par un raisonnement analogue
   (d) montrer que $S_n = (n + 1)^2$
   (e) en déduire la hauteur maximale de gradin que l'on peut construire avec 1000 poutres au total et préciser le nombre de poutres qui restent

activité 2. suite définie uniquement par une formule de récurrence

soit la suite u définie par $\begin{cases} u_1 = 200 \\ u_{n+1} = 0,95u_n + 5 \end{cases}$

1. calculer u_1, u_2, u_3, u_{10}, u_{100} et u_{200}
2. essayer de trouver la plus petite valeur de n telle que $u_n < 100$
3. un club à 200 membres inscrits le premier mois,
   chaque mois, 5% des membres partent, mais le responsable arrive toujours à obtenir 5 nouvelles inscriptions
   (a) montrer que le nombre d'inscrit le n^e mois est u_n
   (b) que semble devenir le nombre d'inscrits à long terme ?

activité 3. suite définie uniquement par une formule explicite

soit la suite u définie par $v_n = 100 + 100 \times 0,95^{n-1}$

1. calculer v_1, v_2, v_3, v_{10}, v_{100} et v_{200}
2. que semble t-il pour les suites v et u où u est la suite de l'exercice précédent ?

2.2 à retenir

définition 1 : *(suite numérique réelle)*

Une $\boxed{\text{suite numérique}}$ réelle notée u est une $\boxed{\text{liste ordonnée et infinie}}$ de nombres réels

exemples :

1.

ordinal	1^{er}	2^e	3^e	4^e	5^e	6^e	7^e	8^e	...
rangs des termes	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	...
noms des termes	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	...
termes de la suite u	**10**	**11,5**	**13**	**14,5**	**16**	**17,5**	**19**	**20,5**	...

le premier terme, *(terme de rang 0)* est 10, le second terme *(de rang 1)* est 11,5 ...

2.

ordinal	1^{er}	2^e	3^e	4^e	5^e	6^e	...
rangs des termes	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	...
noms des termes	v_{2000}	v_{2001}	v_{2002}	v_{2003}	v_{2004}	v_{2005}	...
termes de la suite u	**516550**	**499228**	**419375**	**502671**	**498372**	**506608**	...

le premier terme, *(terme de rang 2000)* est 516550 ...

remarques :

1. en général on donne aux suites les noms u, v, w, ...
2. il y a toujours un premier terme, un second terme, ...
3. pour une suite u par exemple, le rang du premier terme peut être choisit arbitrairement en fonction du sujet d'étude *(2000 pour l'an 2000 par exemple)*
   une fois fixé le rang du premier terme *(2000 par exemple)* le nom du premier terme est nécessairement u_{2000} et le nom du suivant u_{2001} s'obtient en augmentant le rang de 1 ainsi de suite...
4. l'ensemble des termes de la suite u est aussi noté (u_n)
5. on peut aussi "voir" une suite u comme une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$ qui à tout $n \geq k$ *(où k est le rang du premier terme)* associe un réel noté $u(n)$ ou plus simplement u_n
   u_n serait l'image de n par la fonction u et on note : $\left\{ \begin{array}{l} u : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R} \\ \quad n \longmapsto u_n \end{array} \right.$

définition 2 : *(relation de récurrence)*

Une suite numérique réelle u est définie par $\boxed{\text{récurrence}}$ signifie que

(1) on connaît la valeur du $\boxed{\text{premier terme}}$ (2) $\left\{ \begin{array}{l} \text{on connaît une } \boxed{\text{relation de récurrence}} \\ \text{qui permet de calculer le } \boxed{\text{terme suivant}} \\ \text{à partir d'un } \boxed{\text{terme quelconque}} \end{array} \right.$

exemple :

pour la suite u définie pour tout $n \in N$ par $\left\{ \begin{array}{ll} u_0 = 100 & \textit{(1}^{er} \textit{ terme)} \\ u_{n+1} = 2u_n - 10 & \textit{(relation de récurrence)} \end{array} \right.$:

$u_0 = 100 \quad u_1 = 2u_0 - 10 = 2 \times 100 - 10 = 190 \quad u_2 = 2u_1 - 10 = 2 \times 190 - 10 = 370$

pour calculer u_{100} il faut calculer tous les termes qui précèdent u_{100}

définition 3 : *(formule explicite)*

Une suite numérique réelle u est $\boxed{\text{définie explicitement}}$ signifie que l'on peut calculer un $\boxed{\text{terme quelconque}}$ directement à partir de son $\boxed{\text{rang}}$ *(de son indice)* et d'une $\boxed{\text{formule explicite}}$

exemple :

pour la suite u définie pour tout $n \in N$ par $u_n = 2n - 10$:

$u_0 = 2 \times 0 - 10 = -10 \quad u_1 = 2 \times 1 - 10 = -8 \quad u_{100} = 2 \times 100 - 10 = 190$

2.3 exercices

<u>exercice 1 :</u>

1. **soit la suite u définie par pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par la *formule explicite* qui donne u_n en fonction de n : $u_n = (2n - 20)(60 - 3n)$**
   (a) **calculer les 5 premiers termes de cette suite**
   (à la main puis avec la calculatrice puis avec un tableur)
   (b) **déterminer u_{100}**
   (c) **pour quelles valeurs de n cette suite est-elle positive ? *(justifier)***

2. **soit la suite u définie par pour tout $n \in \mathbb{N}$ par *son premier terme* et par la *formule de récurrence* qui donne le terme suivant à partir du terme précédent : $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = (u_n - 2)(6 - u_n)$**
   (a) **calculer les 5 premiers termes de cette suite et essayer de déterminer u_{100}**
   (à la main puis avec la calculatrice puis avec un tableur)
   (b) **que se passe t-il si cette fois $u_0 = 5$?**

2.4 correction exercices

3 suites arithmétiques

3.1 suites de termes

3.1.1 activités

activité 0 : *(suite logique)*

1. **déterminer au moins deux termes suivants de la suite logique et compléter la phrase**

   (a) -8; -5; -2; 1; 4; ...; ... **pour passer d'un terme à l'autre, on ...**

   (b) 11; 7; 3; -1; ...; ... **pour passer d'un terme à l'autre, on ajoute ...**

   (c) $2,7$; $4,1$; $5,5$; ...; ... **pour passer d'un terme à l'autre, on ...**

2. **on dit que ces suites sont de natures ...** **car, pour passer d'un terme à l'autre, on : ...**

3. **la suite suivante est-elle arithmétique ?** *(justifier)* **:** 1; 3; 6; 10; 15; ...

activité 1 : ***(noms des termes, rangs des termes, ordinaux des termes et formule explicite pour calculer un terme quelconque)***

1. **soit une suite arithmétique notée « u » ou « (u_n) » de raison notée « $r = 5$ » où le $\boxed{1^{er} \text{ terme est noté } u_0}$ avec $u_0 = 10$**

   (a) **compléter ci dessous en détaillant les calculs :**

   ...^{e} **terme** $= u_1 = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_2 = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_3 = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_{100} = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_n = ...$

   $$10 \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots$$

10	...	...	...	...
1er	...	...	...	...
u_0	...	...	...	...

   (b) **remarque :**
   si le premier terme s'appelle u_0 et la raison r alors on a la formule explicite pour calculer directement u_n en fonction de u_0 et r :

   $$u_n = ...$$

   (c) **soit u une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_0 = 20$ et de raison $r = -2$**

   calculer le 1000^e terme et donner son nom : 1000^e terme $= u_{...} = ...$

2. **soit une suite arithmétique notée « u » ou « (u_n) » de raison notée « $r = 5$ » où le $\boxed{1^{er} \text{ terme est noté } u_1}$ avec $u_1 = 10$**

   (a) **compléter ci dessous en détaillant les calculs :**

   ...^{e} **terme** $= u_2 = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_3 = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_4 = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_{100} = ...$
   ...^{e} **terme** $= u_n = ...$

   $$10 \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots$$

10	...	...	...	...
1er	...	...	...	...
u_1	...	...	...	...

   (b) **remarque :**
   si le premier terme s'appelle u_1 et la raison r alors on a la formule explicite pour calculer directement u_n en fonction de u_1 et r :

   $$u_n = ...$$

   (c) **soit u une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_1 = 20$ et de raison $r = -2$**

   calculer le 1000^e terme et donner son nom : 1000^e terme $= u_{...} = ...$

activité 0 bis : (suite logique)

1. **déterminer au moins deux termes suivants de la suite logique et compléter la phrase**
   (a) $-8;\ -5;\ -2;\ 1;\ 4;\ ...;\ ...$ **pour passer d'un terme à l'autre, on** ...
   (b) $11;\ 7;\ 3;\ -1;\ ...;\ ...$ **pour passer d'un terme à l'autre, on ajoute** ...
   (c) $2,7;\ 4,1;\ 5,5;\ ...;\ ...$ **pour passer d'un terme à l'autre, on** ...
2. **on dit que ces suites sont de nature** ... **car, pour passer d'un terme à l'autre, on :** ...

3. **la suite suivante est-elle arithmétique ? :** $1;\ 3;\ 6;\ 10;\ 15;\ ...$

activité 1 bis : (terme quelconque)

1. **soit une suite arithmétique de premier terme** 10 **et de raison** 5
   (a) **calculer le** 2^e **le** 3^e **et le** 4^e **terme**
   2^e **terme** $=$ **...**
   3^e **terme** $=$ **...**
   5^e **terme** $=$ **...**
   (b) **calculer le** 10^e **terme :** 10^e **terme** $=$ **...**
   (c) **combien de fois ajouter** 5 **pour obtenir le** 100^e **terme ? : ...**
   (d) **combien de fois ajouter** 5 **pour obtenir le** n^e **terme où** $n > 1$ **est un entier naturel ? : ...**
   (e) **que remarque t-on ?**

2. **soit une suite arithmétique de** 1^{er} **terme** 20 **et de raison** -2
   calculer le 1000^e **terme :** 1000^e **terme** $=$ **...**

activité 2 bis : (noms des termes)

1. **soit une suite arithmétique notée « u » ou « (u_n) » et de raison notée « $r = 2$ » où le** 1^{er} **terme est noté** $u_0 = 10$
   (a) **comment est noté le** 2^e **? le** 3^e **? le** 10^e **terme ?**
   2^e **terme** $=$ **...**
   3^e **terme** $=$ **...**
   10^e **terme** $=$ **...**
   (b) **quel est le rang de** u_n **? : ...**
   (c) **exprimer chacun des termes précédents en fonction de** u_0 **et** r
   2^e **terme** $=$ **...**
   3^e **terme** $=$ **...**
   10^e **terme** $=$ **...**
   (d) **que remarque t-on ? :**

2. **soit une suite arithmétique notée « u » ou « (u_n) » et de raison notée « $r = 2$ » où le** 1^{er} **terme est noté** $u_1 = 10$
   (a) **comment est noté le** 2^e **? le** 3^e **? le** 10^e **terme ?**
   (b) **quel est le rang de** u_n **?**
   (c) **exprimer chacun des termes précédents en fonction de** u_1 **et** r
   (d) **que remarque t-on ?**

activité 4 : *Comparaison de suites*

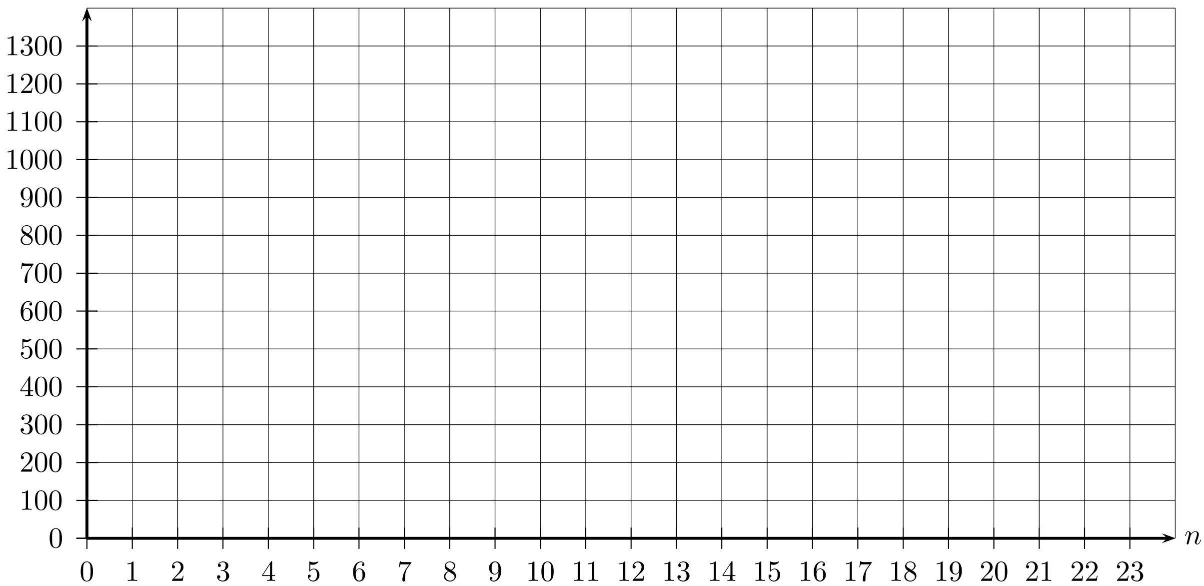
Votre travail consiste à choisir entre deux locaux à louer en fonction des contrats fixés par les loueurs, ceci afin de minimiser le coût de location pour le locataire pour une durée maximale de deux ans.
Deux tarifs sont au choix :
Tarif 1 : 800 € le premier mois puis augmentation du loyer de 25€ par mois
Tarif 2 : 1200 € le premier mois puis baisse du loyer de 25€ par mois

1. **On pose $u_0 = 800$ et on considère la suite u des montants des loyers pour le tarif 1**
   (a) **préciser et justifier la nature de la suite u, donner son premier terme et sa raison**
   (b) **donner la formule de récurrence de u_{n+1} en fonction de u_n**
   (c) **calculer u_1, u_2, u_3 et u_{10} et interpréter la valeur de u_{10}**
   (d) **donner la formule explicite de u_n en fonction de n**
   (e) **résoudre l'inéquation $u_n \geq 1200$ et interpréter le résultat**
   (f) **calculer $S_{11} = u_0 + u_1 + ... + u_{11}$ et interpréter le résultat**

2. **On pose $v_0 = 1200$ et on considère la suite v des montants des loyers pour le tarif 2**
   (a) **préciser et justifier la nature de la suite v, donner son premier terme et sa raison**
   (b) **donner la formule de récurrence de v_{n+1} en fonction de v_n**
   (c) **calculer v_1, v_2, v_3 et v_{10} et interpréter la valeur de v_{10}**
   (d) **donner la formule explicite de v_n en fonction de n**
   (e) **résoudre l'inéquation $v_n \leq 800$ et interpréter le résultat**
   (f) **calculer $S'_{11} = v_0 + v_1 + ... + v_{11}$ et interpréter le résultat**

3. **pour quelle durée la mensualité est-elle la même pour les deux loyers ?**
4. **quel tarif (1 ou 2) conseiller à une entreprise qui a besoin d'un local**
   (a) **pour 6 mois ?**
   (b) **pour 12 mois ?**
   (c) **pour 18 mois ?**
   (d) **pour 24 mois ?**

5. **représenter graphiquement les deux suites dans le repère ci dessous et retrouver graphiquement *(tracés apparents)* les résultats des questions 1.e. 2.e. et 3 ci dessus**



6. **à partir de quelle durée, le tarif 2 devient-il plus avantageux que le 1 ?** ***(méthode libre)***
   (aide : exprimer $S_n = u_0 + ... + u_n$ et $S'_n = v_0 + ... + v_n$
   en fonction de n et comparer S_n et S'_n)

3.1.2 corrigés activités

corrigé activité 4 : ***Comparaison de suites***

1. **On pose $u_0 = 800$ et on considère la suite u des montants des loyers pour le tarif 1**

   (a) **la suite u est de nature** $\boxed{\textbf{arithmétique}}$
   car $\boxed{\textbf{pour passer d'un terme à l'autre on ajoute toujours le même nombre}}$
   $\boxed{r = +25}$ **appelé raison de la suite**
   son $\boxed{\textbf{ premier terme est } 800}$

   (b) **formule de récurrence de** $\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$ **donc** $\boxed{u_{n+1} = u_n + 25}$

   (c) $u_1 = 800 + 25 = \boxed{825}$

   $u_2 = 825 + 25 = \boxed{850}$ ***(par récurrence)***
   ou
   $u_2 = 800 + 25 \times 2 = \boxed{850}$ ***(par calcul explicite)***

   $u_3 = 850 + 25 = \boxed{875}$ ***(par récurrence)***
   ou
   $u_3 = 800 + 25 \times 3 = \boxed{875}$ ***(par calcul explicite)***

   $u_{10} = 800 + 25 \times 10 = \boxed{1025}$ ***(par calcul explicite)***
   ce qui signifie que Dans 10 mois le loyer du tarif 1 sera de 875 €

   (d) **formule explicite de u_n en fonction de n,** $u_n = 800 + 25 \times n$ **soit** $\boxed{u_n = 25n + 800}$

   (e) $u_n \geq 1200$ **pour** n?

   $25n + 800 \geq 1200$

   $25n \geq 1200 - 800$

   $25n \geq 400$

   $n \geq \dfrac{400}{25}$

   $\boxed{n \geq 16}$

   $\boxed{\textbf{Dans 16 mois, le loyer sera d'au moins 1200 €}}$

   (f) $S_{11} = u_0 + u_1 + ... + u_{11} = \boxed{\dfrac{1^{er} terme + dernier\ terme}{2} \times nombre\ de\ termes} = \dfrac{u_0 + u_{11}}{2} \times 12$

   avec $\begin{cases} u_0 = 800 \\ u_{11} = 800 + 25 \times 11 = 1075 \\ nombre\ de\ termes = 12 \end{cases}$

   soit $S_{11} = \dfrac{800 + 1075}{2} \times 12 = \boxed{11250}$

   $\boxed{\textbf{un total de 11250 € sont payés en loyers pour les 12 premiers mois}}$

2. **On pose $v_0 = 1200$ et on considère la suite v des montants des loyers pour le tarif 2**

(a) **la suite v est de nature** $\boxed{\text{arithmétique}}$

car $\boxed{\text{pour passer d'un terme à l'autre on ajoute toujours le même nombre}}$

$\boxed{r = +25}$ **appelé raison de la suite**

son $\boxed{\text{premier terme est } 1200}$

(b) **formule de récurrence de** $\boxed{v_{n+1} = v_n + r}$ **donc** $\boxed{v_{n+1} = v_n - 25}$

(c) $v_1 = 1200 - 25 = \boxed{1175}$

$v_2 = 1175 - 25 = \boxed{1150}$ ***(par récurrence)***

ou

$v_2 = 1200 - 25 \times 2 = \boxed{1150}$ ***(par calcul explicite)***

$v_3 = 1150 - 25 = \boxed{1125}$ ***(par récurrence)***

ou

$v_3 = 1200 - 25 \times 3 = \boxed{1125}$ ***(par calcul explicite)***

$v_{10} = 1200 - 25 \times 10 = \boxed{950}$ ***(par calcul explicite)***

ce qui signifie que Dans 10 mois le loyer du tarif 2 sera de 950 €

(d) **formule explicite de v_n en fonction de n,** $v_n = 1200 - 25 \times n$ **soit** $\boxed{v_n = -25n + 1200}$

(e) $v_n \leq 800$ **pour** n?

$-25n + 1200 \leq 800$

$25n \leq 800 - 1200$

$-25n \leq -400$

$n \geq \dfrac{-400}{-25}$

$\boxed{n \geq 16}$

$\boxed{\textbf{Dans 16 mois, le loyer sera de moins de 800 €}}$

(f) $S'_{11} = v_0 + v_1 + ... + v_{11} = \boxed{\dfrac{1^{er} terme + dernier\ terme}{2} \times nombre\ de\ termes} = \dfrac{v_0 + v_{11}}{2} \times 12$

avec $\begin{cases} v_0 = 1200 \\ v_{11} = 1200 - 25 \times 11 = 925 \\ nombre\ de\ termes = 12 \end{cases}$

soit $S_{11} = \dfrac{1200 + 925}{2} \times 12 = \boxed{12750}$

$\boxed{\textbf{un total de 12750 € sont payés en loyers pour les 12 premiers mois}}$

3. **pour quelle durée la mensualité est-elle la même pour les deux loyers ? :**

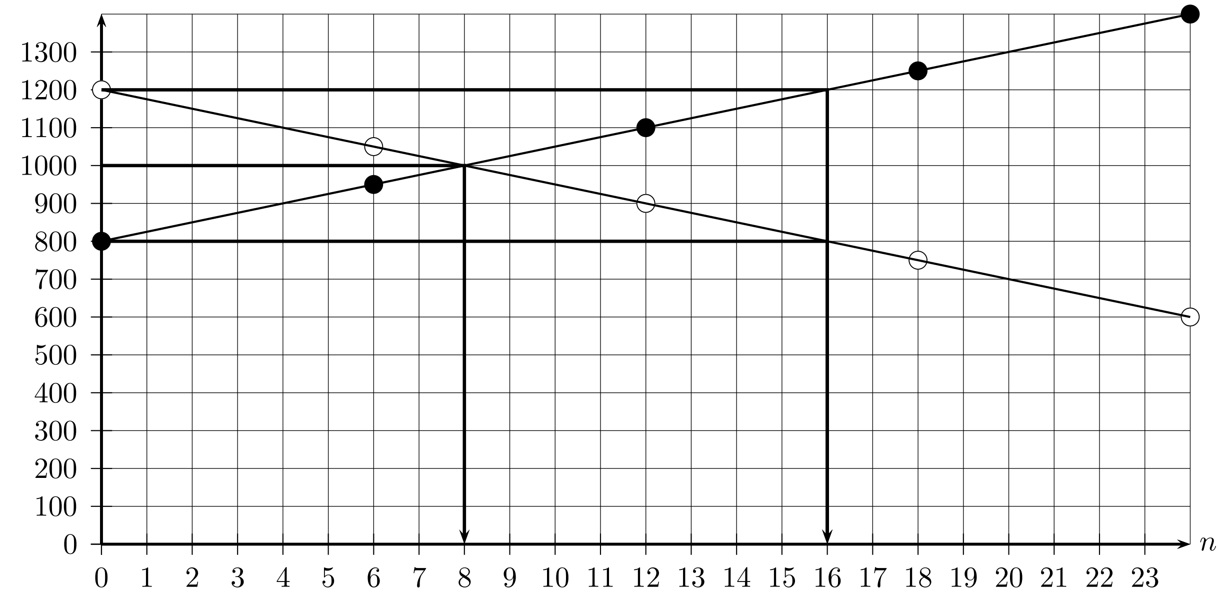
$-25n + 1200 = 25n + 800$

$-25n - 25n = 800 - 1200$

$n = \dfrac{-400}{-50} = \boxed{8}$ **donc après 8 mois, les mensualités sont égales**

4. quel tarif (1 ou 2) conseiller à une entreprise qui a besoin d'un local
   (a) pour 6 mois : $\boxed{\text{tarif 1 car } 5175 < 6825}$
   (b) pour 12 mois : $\boxed{\text{tarif 1 car } 11250 < 12750}$
   (c) pour 18 mois ? $\boxed{\text{tarif 2 car } 18225 > 17775}$
   (d) pour 24 mois ? $\boxed{\text{tarif 2 car } 26100 > 21900}$

5. représenter graphiquement les deux suites dans le repère ci dessous et retrouver graphiquement *(tracés apparents)* les résultats des questions 1.e. 2.e. et 3 ci dessus



6. à partir de quelle durée, le tarif 2 devient-il plus avantageux que le 1 ? *(méthode libre)*

$$S_n = u_0 + ... + u_n = \frac{800 + 800 + 25n}{2} \times (n+1) = \frac{1600 + 25n}{2} \times (n+1)$$

$$S'_n = v_0 + ... + v_n = \frac{1200 + 1200 - 25n}{2} \times (n+1) = \frac{2400 - 25n}{2} \times (n+1)$$

On utilise le tableau de valeurs de la calculatrice

n	15	16	17
S_n	15800	17000	18225
S'_n	16200	17000	17775
comparaison de S_n et S'_n	$S_n < S'_n$	$S_n = S'_n$	$S_n > S'_n$

C'est donc $\boxed{\text{à partir d'une durée de } 17 + 1 = 18 \text{ mois}}$
de location que le tarif 2 devient plus avantageux que le tarif 1

3.1.3 à retenir

définition 4 : *(suite arithmétique et formule de récurrence)*

quelle que soit la suite u de nombres réels :

u est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0

$\Longleftrightarrow$ quel que soit $n \in \mathbb{N}$: $\boxed{u_{n+1} - u_n = r}$ $\Longleftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}$: $\boxed{\underbrace{u_{n+1} = u_n + r}_{formule\ de\ récurrence}}$

remarque :

la différence entre deux termes consécutifs quelconques de la suite est constante et reste égale à un nombre noté r et appelé raison de la suite

on dit aussi que "pour passer d'un terme à un autre, on ajoute toujours le même nombre" appelé raison de la suite

exemples :

i. $-7;\ -4;\ -1;\ 2;\ 5;\ 8;\ ...$
est une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de 1^{er} terme -7 car on passe d'un terme au suivant en ajoutant 3

ii. $17,5;\ 15,8;\ 14,1;\ 12,4;...$
est une suite arithmétique de raison $r = -1,7$ et de 1^{er} terme $15,8$ car on passe d'un terme au suivant en ajoutant $-1,7$

propriété 1 : *(suite arithmétique et formule explicite en fonction de n)*

quelle que soit la suite notée u ou (u_n) de nombres réels :

si u est arithmétique de <u>1^{er} terme</u> noté $\boxed{u_0}$ et de raison notée r
alors $u_n = 1^{er}\ terme + raison \times (écart\ entre\ 0\ et\ n)$
$\boxed{u_n = u_0 + nr}$
u_n est le $(n+1)^e$ terme où le terme après n variations

si u est arithmétique de <u>1^{er} terme</u> noté $\boxed{u_1}$ et de raison notée r
alors $u_n = 1^{er}\ terme + raison \times (écart\ entre\ 1\ et\ n)$
$\boxed{u_n = u_1 + (n-1)r}$
u_n est le n^e terme où le terme après $n-1$ variations

remarques :

i. l'écart entre deux nombre a et b avec $a \leq b$ est $b - a$

ii. si u est arithmétique de 1^{er} terme noté u_k et de raison notée r
alors $u_n = 1^{er}\ terme + raison \times (écart\ entre\ k\ et\ n)$ avec $(n \geq k)$ soit $\boxed{u_n = u_k + (n-k)r}$

exemples :

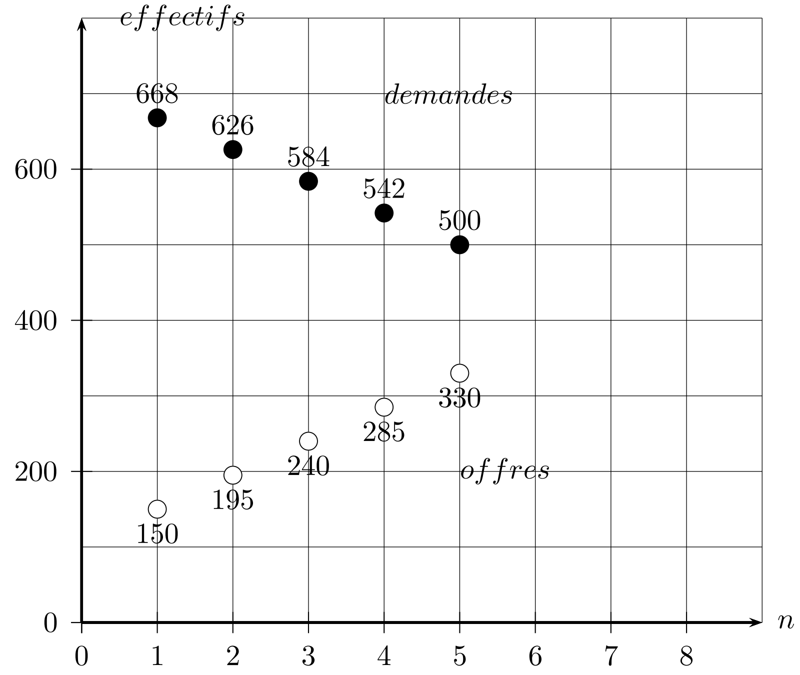
i. soit une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_1 = 10$ et de raison $1,5$
le n^e terme en fonction de n est $u_n = u_1 + (n-1)r = 10 + 1,5(n-1)$
par exemple
$u_{100} = u_1 + (100-1) \times 1,5 = 10 + 99 \times 1,5 = 158,5$

ii. soit une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_0 = 10$ et de raison $1,5$
le $(n+1)^e$ terme en fonction de n est $u_n = u_0 + nr = 10 + 1,5n$
par exemple
$u_{100} = u_0 + (100-0) \times 1,5 = 10 + 100 \times 1,5 = 160$

3.1.4 exercices

exercice 2 :

voici un graphique « corrigé » d'évolution des demandes et des places disponibles pour une certaine filière de BEP dans un département. (la 1ère année est l'année 2001)



soient d_n et p_n les nombres respectifs de demandes et de places l'année $2000 + n$ où n est un nombre entier

1. **les nombres de places et de demandes constituent des suites de quelles natures ? (justifier), donner le premier terme et la raison**
2. **calculer d_6 et p_6 puis d_7 et p_7**
3. **donner les "formules de récurrence" d_{n+1} en fonction de d_n ainsi que p_{n+1} en fonction de p_n**
4. **calculer d_{10} et p_{10}**
5. **donner les "formules explicites" de d_n et p_n en fonction de n**
6. **déterminer par calcul l'année à partir de laquelle la demande devrait atteindre 0**
7. **déterminer par calcul l'année à partir de laquelle l'offre devrait atteindre 800**
8. **résoudre l'inéquation : $d_n < p_n$ et en déduire l'année où la demande sera satisfaite *(vérifier graphiquement)***

exercice 3 :

en 2006, une personne place un capital $C_0 = 1000$ euros à $t = 3\%$ d'intérêts simples annuels cette personne ne touche plus à son compte par la suite
(« intérêts simples » signifie que : chaque année, les intérêts sont de $t\%$ du capital initial)

1. **calculer les intérêts « I » annuels en euros**
2. **soit C_n le montant du compte l'année $2006 + n$**
   (a) **calculer C_1, C_2, C_3 et C_{10}**
   (b) **exprimer C_{n+1} en fonction de C_n et préciser la nature le 1er terme et la raison de la suite (C_n)**
   (c) **exprimer C_n en fonction de n**
   (d) **déterminer l'année à partir de laquelle le capital aura doublé**
   (e) **calculer le capital à placer pour avoir 2000 euros après 10 ans avec $t = 3\%$**
   (f) **calculer le taux t pour avoir 2000 euros en 10 ans avec un capital initial de 1000 euros.**

exercice 4 :

un bateau remorqueur est en train de ramener un iceberg de 1000 tonnes du pôle sud et cet iceberg fond en perdant $0,65$ tonnes par heure en moyenne
on note u_n la masse de l'iceberg dans n heures (n est un nombre entier)

1. **préciser la nature de la suite numérique (u_n), son premier terme u_0 et sa raison**
2. **déterminer la masse de l'iceberg après $10h$ puis 3 jours puis une semaine.** $(u_{...} = ...)$
3. **exprimer la masse de l'iceberg dans n heures en fonction de n** $(u_n = ...)$
4. **dans combien de temps la masse de l'iceberg passera t-elle sous les 600 tonnes ?**
   (conclusion en jours et heures à 1 heure prés)

exercice 5 :

à un péage autoroutier, un caissier a déjà enregistré le passage de 300 véhicules et a remarqué qu'il enregistrait 6 véhicules par minute en moyenne
on note v_n le nombre moyen de véhicules enregistrés par le caissier dans n minutes

1. **préciser la nature de la suite numérique (v_n), son premier terme v_0 et sa raison**
2. **déterminer le nombre de véhicules enregistrés par le caissier dans 3 heures.** $(v_{...} = ...)$
3. **exprimer le nombre de véhicules enregistrés dans n minutes en fonction de n** $(v_n = ...)$
4. **dans combien de temps le nombre de véhicules enregistrés dépassera t-il 2000 ? (conclusion en heures et minutes à 1 minute près)**

exercice 6 :

la population d'une ville a cette année un effectif de 10000 habitants, et il est prévu un accroissement annuel absolu de la population de 1500 habitants par an

1. **déterminer selon ces prévisions l'effectif de la population de la ville dans 1 an, dans 10 ans.**
2. **exprimer l'effectif de la population dans n années, noté P_n**
3. **déterminer le nombre d'années pour que la population dépasse 30000 habitants.**
4. **que devrait être l'accroissement annuel de la population pour que l'effectif de 30000 soit atteint dans 16 années.**
5. **une autre ville (Ville B) avec un accroissement absolu annuel de 1500 atteindra les 30000 habitants dans 10 années, quel est alors l'effectif de la ville B aujourd'hui ?**

exercice 7 :

Monsieur X vient d'obtenir un prêt en s'engageant à en rembourser 70 euros ce mois puis 75 euros le mois prochain, puis 80 euros le mois suivant et ainsi de suite.
on note u_n la somme remboursée dans n mois (n entier)

1. **Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que son premier terme u_0 et sa raison**
2. **déterminer la mensualité remboursée dans 2 ans.** $(u_{...} = ...)$
3. **exprimer la mensualité remboursée dans n mois en fonction de $n(u_n = ...)$**
4. **déterminer le nombre de mois à attendre pour que la mensualité dépasse les 120 euros**
5. **déterminer la somme totale remboursée en un an.**

3.1.5 corrigés exercices

3.1.6 Q.C.M. suites arithmétiques sans somme des termes

Il n'y a q'une seule bonne réponse pour chaque question, trouvez la et justifiez par un calcul

Questions	Réponses
1. Quelle suite est arithmétique ?	☐ **2 4 8 16 32 ...** ☐ **640 320 160 80 40 ...** ☐ **2,1 5,2 8,3 11,5 ...** ☐ **20,9 18,7 16,5 14,3 ...**
2. **Que vaut le** 10^e **terme de la suite arithmétique ?** **100 105 110 115 ...**	☐ **150** ☐ **50** ☐ **145** ☐ **45**
3. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 100$ **et** $r = 10$ **que vaut** u_{20}?	☐ **300** ☐ **290** ☐ **310**
4. **La suite** u **est arithmétique,** $u_1 = 200$ **et** $r = -5$ **que vaut** u_{20}?	☐ **100** ☐ **105** ☐ **95**
5. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 10$ **et** $r = 5$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☐ $u_n = 10n + 5$ ☐ $u_n = 5n + 10$ ☐ $u_n = 10 \times 5^n$ ☐ $u_n = 5 \times 10^n$
6. **La suite** u **est arithmétique,** $u_1 = 10$ **et** $r = -5$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☐ $u_n = -5n + 15$ ☐ $u_n = -5n + 10$ ☐ $u_n = -10n - 5$ ☐ $u_n = 10n - 5$
7. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 30$ **et** $r = 3$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n > 500$ **?**	☐ $n \geq 156$ ☐ $n \geq 157$ ☐ $n > 157$
8. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 500$ **et** $r = -8$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n < 100$ **?**	☐ $n \geq 50$ ☐ $n \leq 50$ ☐ $n \geq 51$
9. **La suite** u **est arithmétique,** **de premier terme 3 et de raison 4** **quelle est la formule de récurrence** **de** u_{n+1} **en fonction de** u_n **?**	☐ $u_{n+1} = u_n + 3$ ☐ $u_{n+1} = 3n + 4$ ☐ $u_{n+1} = u_n + 4$ ☐ $u_{n+1} = 4n + 3$
10. **Quelle suite** u **est arithmétique,** **de premier terme -4 et de raison 5 ?**	☐ $u_{n+1} = u_n + 4$ ☐ $u_{n+1} = u_n - 4$ ☐ $u_{n+1} = u_n + 5$ ☐ $u_{n+1} = u_n - 5$

3.1.7 corrigé Q.C.M. suites arithmétiques sans somme des termes

3.2 somme des termes

3.2.1 activité : somme des entiers

1. **soit u, une suite arithmétique de 1^{er} terme 1 et de raison 1**
   les 10 premiers termes sont alors : $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10$
   on cherche la valeur de la somme des 10 premiers termes, soit :
   $S = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$ **mais aussi** $S = 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$
   (a) **en additionnant membre à membre les égalités précédentes, écrire $2S$ à l'aide d'un produit**
   (b) **en déduire la valeur de S**
   (c) **procéder de même pour déterminer la somme des 100 premiers nombres entiers non nuls**
2. **soit u, une suite de 1^{er} terme 10 et de raison 5**
   (a) **écrire la somme des 6 premiers termes**
   (b) **déterminer cette somme en utilisant la méthode précédente**
   (c) **déterminer de même la somme des 100 premiers termes de cette suite.**
3. **comment faire pour trouver la somme des premiers termes d'ne suite arithmétique ?**

3.2.2 à retenir

propriété 2 : *(formule de la somme)*

quelle que soit la suite notée u ou (u_n) de nombres réels :

si u **est arithmétique de 1^{er} terme noté** $\boxed{u_0}$

alors $S = u_0+u_1+...+u_n = \boxed{\dfrac{u_0+u_n}{2} \times (n+1)} = \boxed{\dfrac{premier + dernier}{2} \times (nombre\ de\ termes)}$

S **est la somme des $n+1$ premiers termes**

si u **est arithmétique de 1^{er} terme noté** $\boxed{u_1}$

alors $S = u_1 + ... + u_n = \boxed{\dfrac{u_1+u_n}{2} \times n} = \boxed{\dfrac{premier + dernier}{2} \times (nombre\ de\ termes)}$

S **est la somme des n premiers termes**

remarques :

i. **pour la somme S des $n-k+1$ termes consécutifs de la suite arithmétique**
$S = u_k + u_{k+1} + ... + u_n$ **avec $n > k$, on a aussi :**

$$S = \frac{premier + dernier}{2} \times (nombre\ de\ termes) = \frac{u_k+u_n}{2} \times (n-k+1)$$

exemples :

i. **soit une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_1 = 10$ et de raison $1,5$**
$S = u_1 + u_2 + ... + u_{20} = ?$

$$\begin{cases} u_1 = 10 \\ u_{20} = 10 + 1,5\times 19 = 38,5 \end{cases} \textbf{ donc } S = \frac{u_1+u_{20}}{2}\times 20 = \frac{10+38,5}{2}\times 20 = 485$$

ii. **soit une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_0 = 10$ et de raison $1,5$**
$S = u_0 + u_1 + ... + u_{20} = ?$

$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{20} = 10 + 1,5\times 20 = 40 \end{cases} \textbf{ donc } S = \frac{u_0+u_{20}}{2}\times 21 = \frac{10+40}{2}\times 21 = 525$$

iii. **soit une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_0 = 10$ et de raison $1,5$**
$S = u_{10} + u_{11} + ... + u_{20} = ?$

$$\begin{cases} u_{10} = 10 + 1,5\times 10 = 25 \\ u_{20} = 10 + 1,5\times 20 = 40 \end{cases} \textbf{ donc } S = \frac{u_{10}+u_{20}}{2}\times (20-10+1) = \frac{25+40}{2}\times 11 = 357,5$$

3.2.3 exercices

exercice 8 :

calculer astucieusement la somme suivante en justifiant votre méthode

1. $S = 2 + 22 + 42 + 62 + 82 + 102 + 122 + 142 + 162 + 182$
2. $S = 1600 + 1550 + 1500 + 1450 + 1400 + 1350 + 1300 + 1250 + 1200 + 1150 + 1100$

exercice 9 :

on laisse tomber une pierre dans le vide :
elle parcourt 5 mètres la première seconde, 15 mètres la 2^e seconde, 25 mètres la 3^e, ...
soit une augmentation de la distance parcourue chaque seconde de 10 mètres par rapport à la distance précédente (en fait sur terre c'est $9,81 m/s$)
Soit d_n la distance parcourue la $n^{ième}$ seconde

1. **donner les valeurs de :** $d_1,\ d_2,\ d_3$ **et** d_{10} **et dire ce que représente** d_{10}
2. **exprimez** d_n **en fonction de** n
3. **calculer la distance totale** $S_{10} = d_1 + d_2 + \ldots + d_{10}$ **parcourue pendant** 10 **secondes**
4. **calculer la distance** S_{20} **totale parcourue pendant les** 20 **premières secondes.**
5. **montrer que la distance totale parcourue pour** n **secondes est** $S_n = 5n^2$
6. **cette pierre met** 4 **secondes pour atteindre le fond d'un puits, quelle est la profondeur de ce puits ?**

exercice 10 :

un sportif fait 2 tours de piste aujourd'hui puis 5 tours demain puis 8 tours après demain et ainsi de suite ...
soit u_n le nombre de tours de piste effectué dans n jours (le $n^{ième}$ inclus) .

1. **donner les valeurs de :** $u_0,\ u_1,\ u_2$ **et** u_{29}
2. **calculer le nombre de tours** $S_{29} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{29}$ **parcourus pendant les** 30 **premiers jours.**

exercice 11 :

une personne décide d'arrêter de fumer
Ce mois ci elle a dépensé 430 euros en tabac, chaque mois, elle diminue sa dépense en tabac de 7 euros.
Soit v_n la dépense en tabac le $n^{ième}$ jour avec $v_1 = 430$

1. **donner les valeurs de** v_2 **et** v_3**.**
2. **calculer la somme totale dépensée pour les** 5 **prochaines années (** 60 **mois)**

3.2.4 corrigés exercices

3.2.5 Q.C.M. suites arithmétiques avec somme des termes

Il n'y a q'une seule bonne réponse pour chaque question, trouvez la et justifiez par un calcul

Questions	Réponses
1. Quelle suite est arithmétique ?	☐ **2 4 8 16 32 ...** ☐ **2,1 5,2 8,3 11,4 ...** ☐ **20,9 18,7 16,5 14,2 ...**
2. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 100$ **et** $r = 8$ **que vaut** u_{20}?	☐ **252** ☐ **260** ☐ **268**
3. **La suite** u **est arithmétique,** $u_1 = 100$ **et** $r = 8$ **que vaut** u_{20}?	☐ **352** ☐ **260** ☐ **268**
4. **Que vaut le** 20^e **terme de la suite arithmétique ?** **200 205 210 215 ...**	☐ **395** ☐ **300** ☐ **305**
5. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 5$ **et** $r = 10$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☐ $u_n = 10n + 5$ ☐ $u_n = 5n + 10$ ☐ $u_n = 10 \times 5^n$
6. **La suite** u **est arithmétique,** $u_1 = 5$ **et** $r = 10$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☐ $u_n = 10n + 5$ ☐ $u_n = 5n + 10$ ☐ $u_n = 10n - 5$
7. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 50$ **et** $r = 3$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n > 1000$ **?**	☐ $n \geq 316$ ☐ $n \geq 317$ ☐ $n > 317$
8. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 1000$ **et** $r = -5$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n < 200$ **?**	☐ $n \geq 160$ ☐ $n \leq 160$ ☐ $n \geq 161$
9. **La suite** u **est arithmétique,** **de premier terme 4 et de raison 3** **quelle est la formule de récurrence** **de** u_{n+1} **en fonction de** u_n **?**	☐ $u_{n+1} = u_n + 3$ ☐ $u_{n+1} = 3n + 4$ ☐ $u_{n+1} = u_n + 4$
10. **La suite** u **est arithmétique,** $u_1 = 5$ **et** $r = 20$ **que vaut** $S = u_1 + ... + u_{10}$ **?**	☐ 205 ☐ 910 ☐ 950
11. **La suite** u **est arithmétique,** $u_0 = 5$ **et** $r = 10$ **que vaut** $S = u_0 + u_1 + ... + u_{100}$ **?**	☐ 100 ☐ $50757,5$ ☐ 51005

3.2.6 corrigé Q.C.M. suites arithmétiques avec somme des termes

3.3 évaluation suites arithmétiques

4 suites géometriques

4.1 suite des termes

4.1.1 activités

activité 0 : ***(suite logique)***

1. **déterminer au moins deux termes suivants de la suite logique et compléter la phrase**

   (a) $0,5$; 1; 2; 4 ; ...; ... **pour passer d'un terme à l'autre, on** ...

   (b) 128; 64; 32; 16; ...; ... **pour passer d'un terme à l'autre, on** ...

   (c) 2; $1,8$; $1,62$; ...; ... **pour passer d'un terme à l'autre, on** ...

2. **on dit que ces suites sont de natures** ... **car, pour passer d'un terme à l'autre, on :** ...

3. **la suite suivante est-elle géométrique ?** ***(justifier)*** **:** 1; 2; 6; 12; 36; ...

activité 2 : ***(noms des termes, rangs des termes, ordinaux des termes et formule explicite pour calculer un terme quelconque)***

1. **soit une suite géométrique notée « u » ou « (u_n) » de raison notée « $q = 3$ » où le** $\boxed{1^{er} \textbf{ terme est noté } u_0}$ **avec** $u_0 = 10$

   (a) **compléter ci dessous en détaillant les calculs :**

   ...^{e} **terme** $= u_1 = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_2 = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_3 = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_{100} = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_n = ...$

	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
10	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
1er	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
u_0	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

   (b) **remarque :**
   si le premier terme s'appelle u_0 et la raison q alors on a la formule explicite pour calculer directement u_n en fonction de u_0 et q :

   $$u_n = ...$$

   (c) **soit u une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 20$ et de raison $q = 1,5$**

   calculer le 20^e terme et donner son nom : 20^e **terme** $= u_{...} = ...$

2. **soit une suite arithmétique notée « u » ou « (u_n) » de raison notée « $q = 0,8$ » où le** $\boxed{1^{er} \textbf{ terme est noté } u_1}$ **avec** $u_1 = 1000$

   (a) **compléter ci dessous en détaillant les calculs :**

   ...^{e} **terme** $= u_2 = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_3 = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_4 = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_{100} = ...$

   ...^{e} **terme** $= u_n = ...$

	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
1000	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
1er	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
u_1	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

   (b) **remarque :**
   si le premier terme s'appelle u_1 et la raison r alors on a la formule explicite pour calculer directement u_n en fonction de u_1 et q :

   $$u_n = ...$$

   (c) **soit u une suite géométrique de 1^{er} terme $u_1 = 20000$ et de raison $q = 0,7$**

   calculer le 30^e terme et donner son nom : 30^e **terme** $= u_{...} = ...$

activité 0 bis : (suite logique)

1. **déterminer au moins deux termes suivants de la suite logique et compléter la phrase**
   (a) $0,5;\ 1;\ 2;\ 4;\ ...;\ ...$ **pour passer d'une terme à l'autre, on** ...
   (b) $128;\ 64;\ 32;\ 16;\ ...;\ ...$ **pour passer d'une terme à l'autre, on multiplie** ...
   (c) $2;\ 1,8;\ ;\ 1,62;\ 1,458$ **pour passer d'une terme à l'autre, on** ...
2. **on dit que ces suites sont de nature** ... **car, pour passer d'une terme à l'autre, on :** ...

3. **la suite suivante est-elle géométrique ? :** $1;\ 2;\ 6;\ 12;\ 36;\ ...$

activité 1 bis : (terme quelconque)

1. **soit une suite géométrique de premier terme** 5 **et de raison** 10
   (a) **calculer le** 2^e **le** 3^e **et le** 4^e **terme**

   2^e **terme = ...**

   3^e **terme = ...**

   5^e **terme = ...**

   (b) **calculer le** 10^e **terme :** 10^e **terme = ...**
   (c) **combien de fois multiplier par** 10 **pour obtenir le** 100^e **terme ? : ...**
   (d) **combien de fois multiplier par** 10 **pour obtenir le** n^e **terme où** $n > 1$ **est un entier naturel ? : ...**
   (e) **que remarque t-on ?**

2. **soit une suite géométrique de** 1^{er} **terme** 1000 **et de raison** $0,2$
   calculer le 20^e **terme :** 20^e **terme = ...**

activité 2 bis : (noms des termes)

1. **soit une suite géométrique notée «** u **» ou «** (u_n) **» et de raison notée «** $q = 1,1$ **» où le** 1^{er} **terme est noté** $u_0 = 100$
   (a) **comment est noté le** 2^e **? le** 3^e **? le** 10^e **terme ?**

   2^e **terme = ...**

   3^e **terme = ...**

   10^e **terme = ...**

   (b) **quel est le rang de** u_n **? : ...**
   (c) **exprimer chacun des termes précédents en fonction de** u_0 **et** q

   2^e **terme = ...**

   3^e **terme = ...**

   10^e **terme = ...**

   (d) **que remarque t-on ? :**

2. **soit une suite géométrique notée «** u **» ou «** (u_n) **» et de raison notée «** $q = 1,1$ **» où le** 1^{er} **terme est noté** $u_1 = 10$
   (a) **comment est noté le** 2^e **? le** 3^e **? le** 10^e **terme ?**
   (b) **quel est le rang de** u_n **?**
   (c) **exprimer chacun des termes précédents en fonction de** u_1 **et** q
   (d) **que remarque t-on ?**

activité 4 : *Comparaison de suites*

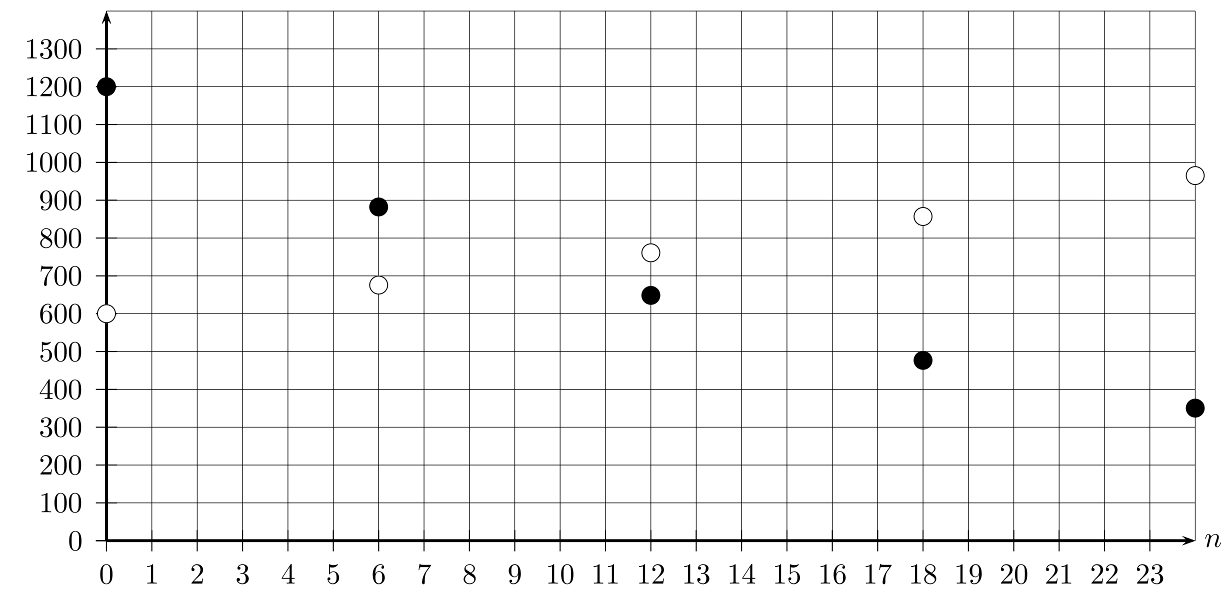
Votre travail consiste à choisir entre deux locaux à louer en fonction des contrats fixés par les loueurs, ceci afin de minimiser le coût de location pour le locataire pour une durée maximale de deux ans.
Deux tarifs sont au choix :
Tarif 1 : 600 € le premier mois puis augmentation du loyer de 2% par mois
Tarif 2 : 1200 € le premier mois puis baisse du loyer de 5% par mois

1. **On pose** $u_0 = 600$ **et on considère la suite** u **des montants des loyers pour le tarif 1**
   (a) **préciser et justifier la nature de la suite** u**, donner son premier terme et sa raison**
   (b) **donner la formule de récurrence de** u_{n+1} **en fonction de** u_n
   (c) **calculer** u_1, u_2, u_3 **et** u_{10} **et interpréter la valeur de** u_{10}
   (d) **donner la formule explicite de** u_n **en fonction de** n
   (e) **résoudre l'inéquation** $u_n \geq 800$ **et interpréter le résultat**
   (f) **calculer** $S_{11} = u_0 + u_1 + ... + u_{11}$ **et interpréter le résultat**

2. **On pose** $v_0 = 1200$ **et on considère la suite** v **des montants des loyers pour le tarif 2**
   (a) **préciser et justifier la nature de la suite** v**, donner son premier terme et sa raison**
   (b) **donner la formule de récurrence de** v_{n+1} **en fonction de** v_n
   (c) **calculer** v_1, v_2, v_3 **et** v_{10} **et interpréter la valeur de** v_{10}
   (d) **donner la formule explicite de** v_n **en fonction de** n
   (e) **résoudre l'inéquation** $v_n \leq 600$ **et interpréter le résultat**
   (f) **calculer** $S'_{11} = v_0 + v_1 + ... + v_{11}$ **et interpréter le résultat**

3. **pour quelle durée la mensualité est-elle la même pour les deux loyers ?**
4. **quel tarif (1 ou 2) conseiller à une entreprise qui a besoin d'un local**
   (a) **pour 12 mois ?** (b) **pour 24 mois ?**

5. **représenter graphiquement les deux suites dans le repère ci dessous et retrouver graphiquement** ***(tracés apparents)*** **les résultats des questions 1.e. 2.e. et 3 ci dessus**



6. **à partir de quelle durée, le tarif 2 devient-il plus avantageux que le 1 ?** ***(méthode libre)***
   (aide : exprimer $S_n = u_0 + ... + u_n$ ***et*** $S'_n = v_0 + ... + v_n$
   en fonction de n ***et comparer*** S_n ***et*** S'_n ***)***

4.1.2 corrigés activités

corrigé activité 4 : *Comparaison de suites*

1. **On pose $u_0 = 600$ et on considère la suite u des montants des loyers pour le tarif 1**

   (a) **la suite u est de nature** $\boxed{\textbf{géométrique}}$

   car $\boxed{\textbf{pour passer d'un terme à l'autre on multiplie toujours le même nombre}}$

   $\boxed{q = CM = 1 + \frac{2}{100} = 1,02}$ **appelé raison de la suite**

   son $\boxed{\textbf{premier terme est } u_0 = 600}$

   (b) **formule de récurrence de** $\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$ **donc** $\boxed{u_{n+1} = u_n \times 1,02}$

   (c) $u_1 = 600 \times 1,02 = \boxed{612}$

   $u_2 = 612 \times 1,02 = \boxed{624,24}$ ***(par récurrence)***
   ou
   $u_2 = 600 \times 1,02^2 = \boxed{624,24}$ ***(par calcul explicite)***

   $u_3 = 624,24 \times 1,02 = \boxed{636,7248}$ ***(par récurrence)***
   ou
   $u_3 = 600 \times 1,02^3 = \boxed{636,7248}$ ***(par calcul explicite)***

   $u_{10} = 600 \times 1,02^{10} \simeq \boxed{731,4}$ ***(par calcul explicite)***
   ce qui signifie que Dans 10 mois le loyer du tarif 1 sera d'environs 731,4 €

   (d) **formule explicite de u_n en fonction de n,** $\boxed{u_n = 600 \times 1,02^n}$

   (e) $u_n \geq 800$ **pour** n?

   $600 \times 1,02^n \geq 800$

   $1,02^n \geq \frac{800}{600}$

   $ln(1,02^n) \geq ln(\frac{800}{600})$

   $n \times ln(1,02) \geq ln(\frac{800}{600})$

   $n \geq \frac{ln(\frac{800}{600})}{ln(1,02)}$

   $\boxed{n \geq 14,53}$

   $\boxed{\textbf{Dans environs 14,5 mois, le loyer sera d'au moins 800 €}}$

   (f) $S_{11} = u_0 + u_1 + ... + u_{11} = \boxed{1^{er} terme \times \frac{1 - raison^{nb\ termes}}{1 - raison}} = 600 \times \frac{1 - 1,02^{12}}{1 - 1,02}$

   soit $S_{11} \simeq \boxed{8047,25}$

   $\boxed{\textbf{un total de 8047,25 € sont payés en loyers pour les 12 premiers mois}}$

2. **On pose $v_0 = 1200$ et on considère la suite u des montants des loyers pour le tarif 1**

(a) **la suite v est de nature** **géométrique**
car **pour passer d'un terme à l'autre on multiplie toujours le même nombre**
$\boxed{q = CM = 1 - \dfrac{5}{100} = 0,95}$ **appelé raison de la suite**
son **premier terme est $v_0 = 1200$**

(b) **formule de récurrence de** $\boxed{v_{n+1} = v_n \times q}$ **donc** $\boxed{v_{n+1} = v_n \times 0,95}$

(c) $v_1 = 1200 \times 0,95 = \boxed{1140}$

$v_2 = 612 \times 0,95 = \boxed{1083}$ ***(par récurrence)***
ou
$v_2 = 1200 \times 0,95^2 = \boxed{1083}$ ***(par calcul explicite)***

$v_3 = 1083 \times 0,95 = \boxed{1028,85}$ ***(par récurrence)***
ou
$v_3 = 1200 \times 0,95^3 = \boxed{1028,85}$ ***(par calcul explicite)***

$v_{10} = 1200 \times 0,95^{10} \simeq \boxed{718,48}$ ***(par calcul explicite)***
ce qui signifie que Dans 10 mois le loyer du tarif 2 sera d'environs 718,48 €

(d) **formule explicite de v_n en fonction de n,** $\boxed{v_n = 1200 \times 0,95^n}$

(e) $v_n \leq 800$ **pour** n?

$1200 \times 0,95^n \leq 600$

$0,95^n \leq \dfrac{600}{1200}$

$ln(0,95^n) \leq ln(\dfrac{600}{1200})$

$n \times ln(0,95) \leq ln(\dfrac{600}{1200})$

$n \geq \dfrac{ln(\dfrac{600}{1200})}{ln(0,95)}$

$\boxed{n \geq 13,51}$

Dans environs 13,5 mois, le loyer sera d'au moins 600 €

(f) $S_{11} = v_0 + v_1 + ... + v_{11} = \boxed{1^{er} terme \times \dfrac{1 - raison^{nb\ termes}}{1 - raison}} = 1200 \times \dfrac{1 - 0,95^{12}}{1 - 0,95}$

soit $S_{11} \simeq \boxed{11031,35}$

un total de 11031.35 € sont payés en loyers pour les 12 premiers mois

3. **pour quelle durée la mensualité est-elle la même pour les deux loyers ? :**

$1200 \times 0,95^n = 600 \times 1,02^n$

$\dfrac{1200}{600} = \dfrac{1,02^n}{0,95^n}$

$\dfrac{1200}{600} = (\dfrac{1,02}{0,95})^n$

$ln(\dfrac{1200}{600}) = ln((\dfrac{1,02}{0,95})^n)$

$ln(\dfrac{1200}{600}) = n \times ln((\dfrac{1,02}{0,95}))$

$n = \dfrac{ln(\dfrac{1200}{600})}{ln((\dfrac{1,02}{0,95}))}$ $n \simeq 9,75$

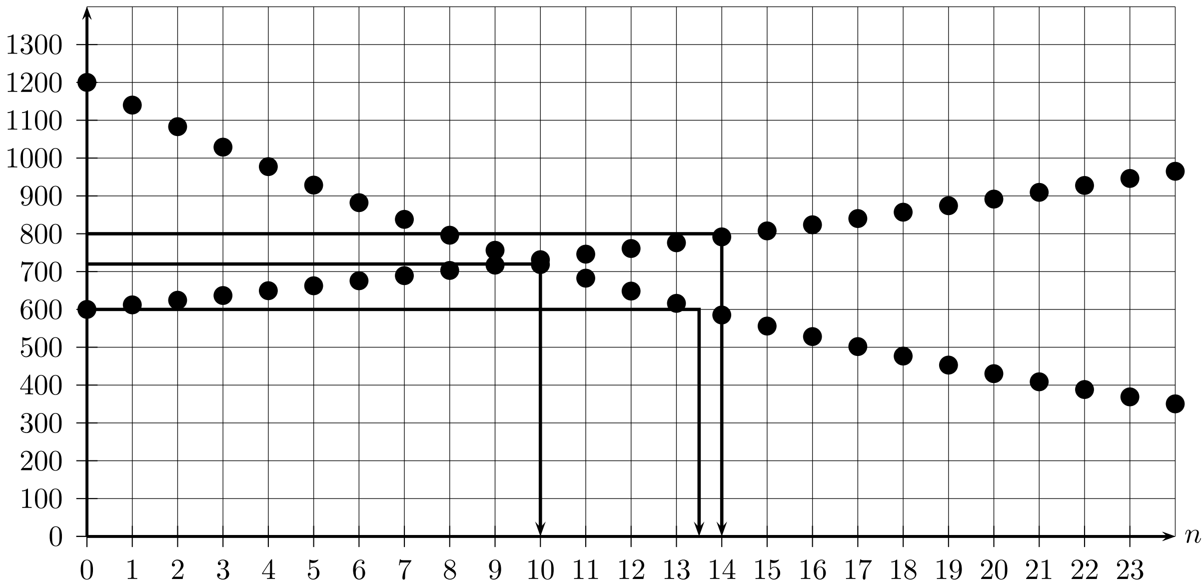
donc après environs 9,75 mois, les mensualités sont égales

4. **quel tarif (1 ou 2) conseiller à une entreprise qui a besoin d'un local**

   (a) **pour 12 mois :** $\boxed{\textbf{tarif 1 car 8047,25} < \textbf{11031,35}}$

   (b) **pour 24 mois ?** $\boxed{\textbf{tarif 2 car 18253,11} > \textbf{16992,26}}$

5. **représenter graphiquement les deux suites dans le repère ci dessous et retrouver graphiquement** ***(tracés apparents)*** **les résultats des questions 1.e. 2.e. et 3 ci dessus**



6. **à partir de quelle durée, le tarif 2 devient-il plus avantageux que le 1 ?** ***(méthode libre)***

$S_n = u_0 + ... + u_n = 600 \times \dfrac{1 - 1.02^{n+1}}{1 - 1.02}$

$S'_n = v_0 + ... + v_n = 1200 \times \dfrac{1 - 0.95^{n+1}}{1 - 0.95}$

On utilise le tableau de valeurs de la calculatrice

n	**20**	**21**
S_n	**15470**	**16379**
S'_n	**15827**	**16235**
comparaison de S_n **et** S'_n	$S_n < S'_n$	$S_n > S'_n$

C'est donc $\boxed{\textbf{à partir d'une durée de } 21 + 1 = 22 \textbf{ mois}}$
de location que le tarif 2 devient plus avantageux que le tarif 1

4.1.3 à retenir

<u>définition 5</u> : *(suite géométrique)*

quelle que soit la suite u de nombres réels :

u est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0

$\Longleftrightarrow$ quel que soit $n \in \mathbb{N}$: $\boxed{\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = q}$ $\Longleftrightarrow$ $\forall n \in \mathbb{N}$: $\boxed{\underbrace{u_{n+1} = q\ u_n}_{formule\ de\ récurrence}}$

<u>remarque</u> :
le quotient entre deux termes consécutifs quelconques de la suite est constant et reste égal à un nombre noté q et appelé raison de la suite
on dit aussi que pour passer d'un terme à un autre, on multiplie toujours par le même nombre appelé raison de la suite

<u>exemples</u> :

i. $4;\ 8;\ 16;\ 32;\ 64;\ ...$
est une suite géométrique de raison 2 et de 1^{er} terme 4 car on passe d'un terme au suivant en multipliant par 2

ii. $50;\ 25;\ 12,5;\ 6,25;...$
est une suite géométrique de raison $0,5$ et de 1^{er} terme 50 car on passe d'un terme au suivant en multipliant par $0,5$

<u>propriété 3</u> : *(formule explicite en fonction de n)*

quelle que soit la suite notée u ou (u_n) de nombres réels :

si u est géométrique de <u>1^{er} terme</u> noté $\boxed{u_0}$ et de raison notée q
alors $u_n = 1^{er}\ terme \times raison^{(écart\ entre\ 0\ et\ n)}$
$\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$
u_n est le $(n+1)^e$ terme où le terme après n variations

si u est géométrique de <u>1^{er} terme</u> noté $\boxed{u_1}$ et de raison notée q
alors $u_n = 1^{er}\ terme \times raison^{(écart\ entre\ 1\ et\ n)}$
$\boxed{u_n = u_1 \times q^{n-1}}$
u_n est le n^e terme où le terme après $n-1$ variations

<u>remarques</u> :

i. l'écart entre deux nombre a et b avec $a \leq b$ est $b - a$

ii. si u est géométrique de 1^{er} terme noté u_k et de raison notée q
alors $u_n = 1^{er}\ terme \times raison^{(écart\ entre\ k\ et\ n)}$ avec $(n \geq k)$ soit $u_n = u_k \times q^{n-k}$

<u>exemples</u> :

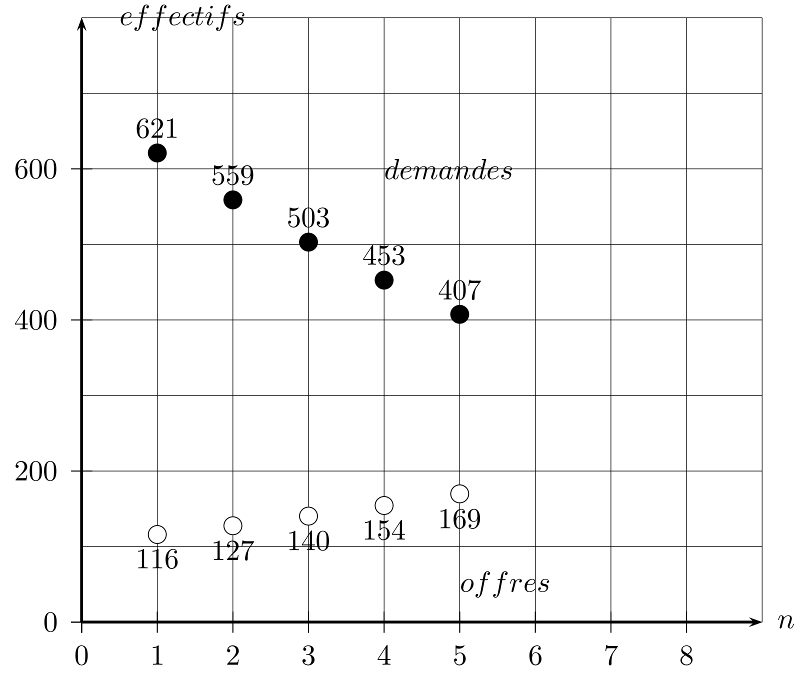
i. soit une suite géométrique de 1^{er} terme $u_1 = 10$ et de raison $1,5$
le n^e terme en fonction de n est $u_n = u_1 \times q^{n-1} = 10 \times 1,5^{n-1}$
par exemple
$u_{100} = 10 \times 1,5^{99}$

ii. soit une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 10$ et de raison $1,5$
le $(n+1)^e$ terme en fonction de n est $u_n = u_0 \times q^n = 10 \times 1,5^n$
par exemple
$u_{100} = 10 \times 1,5^{100}$

4.1.4 exercices

exercice 12 :

voici un graphique « corrigé » d'évolution des demandes et des places disponibles pour une certaine filière de BEP dans un département. (la 1ère année est l'année 2001)



soient d_n et p_n deux suites approchant les nombres respectifs de demandes et de places l'année $2000+n$ où n est un nombre entier

1. **justifier pourquoi les suites (d_n) et (p_n) semblent constituer des suites géométriques et donner pour chacune le 1^{er} terme et la raison à $0,1$ près**
2. **donner les valeurs de d_6 et p_6 puis d_7 et p_7**
3. **donner les "formules de récurrence" d_{n+1} en fonction de d_n ainsi que p_{n+1} en fonction de p_n**
4. **calculer d_{10} et p_{10}**
5. **donner les "formules explicites" de d_n et p_n en fonction de n**
6. **déterminer par calcul l'année à partir de laquelle la demande devrait atteindre 10**
7. **déterminer par calcul l'année à partir de laquelle l'offre devrait atteindre 300**
8. **résoudre l'inéquation : $d_n < p_n$ et en déduire l'année où la demande sera satisfaite *(vérifier graphiquement)***

exercice 13 :

en 2006, une personne place un capital $C_0 = 1000$ euros à $t = 3\%$ d'intérêts composés annuels
cette personne ne touche plus à son compte par la suite
(« intérêts composés » signifie que : chaque année, les intérêts sont de $t\%$ du capital précédent)
soit C_n le montant du compte l'année $2006+n$

1. **calculer C_1, C_2, C_3 et C_{10}**
2. **exprimer C_{n+1} en fonction de C_n et préciser la nature le 1er terme et la raison de la suite (C_n)**
3. **exprimer C_n en fonction de n**
4. **déterminer l'année à partir de laquelle le capital aura doublé**
5. **calculer le capital à placer pour avoir 2000 euros après 10 ans avec $t = 3\%$**
6. **calculer le taux t pour avoir 2000 euros en 10 ans avec un capital initial de 1000 euros.**

exercice 14 :

un bateau remorqueur est en train de ramener un iceberg de 1000 tonnes du pôle sud et cet iceberg fond en perdant 2% de sa masse par heure en moyenne
on note u_n la masse de l'iceberg dans n heures (n est un nombre entier)

1. **préciser la nature de la suite numérique (u_n), son premier terme u_0 et sa raison**
2. **déterminer la masse de l'iceberg après $10h$ puis 3 jours puis une semaine. ($u_{...} = ...$)**
3. **exprimer la masse de l'iceberg dans n heures en fonction de n ($u_n = ...$)**
4. **dans combien de temps la masse de l'iceberg passera t-elle sous les 600 tonnes ?**
   (conclusion en jours et heures à 1 heure prés)

exercice 15 :

à un péage autoroutier, un caissier a déjà enregistré le passage de 300 véhicules et a remarqué que le nombre total de véhicules enregistrés augmentait de 5% par heure en moyenne
on note v_n le nombre moyen de véhicules enregistrés par le caissier dans n heures

1. **préciser la nature de la suite numérique (v_n), son premier terme v_0 et sa raison**
2. **déterminer le nombre de véhicules enregistrés par le caissier dans 5 heures. ($v_{...} = ...$)**
3. **exprimer le nombre de véhicules enregistrés dans n heures en fonction de n ($v_n = ...$)**
4. **dans combien de temps le nombre de véhicules enregistrés dépassera t-il 2000 ? (conclusion en heures et minutes à 1 minute près)**

exercice 16 :

la population d'une ville a cette année un effectif de 10000 habitants, et il est prévu un accroissement annuel relatif de la population de 4% par an

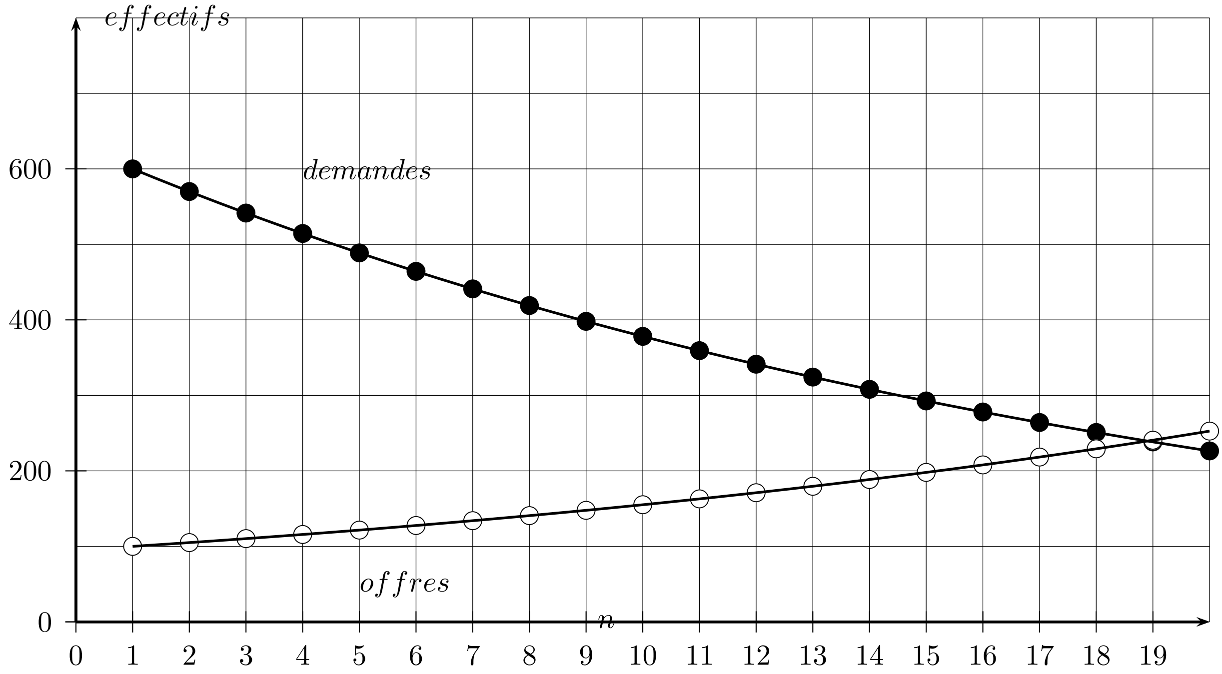
1. **déterminer l'effectif de la population de la ville dans 1 an, dans 10 ans.**
2. **exprimer l'effectif de la population dans n années, noté P_n**
3. **déterminer le nombre d'années pour que la population dépasse 30000 habitants.**
4. **que devrait être l'accroissement annuel de la population pour que l'effectif de 30000 soit atteint dans 16 années.**
5. **une autre ville (Ville B) avec un accroissement relatif annuel de 10% atteindra les 30000 habitants dans 10 années, quel est alors l'effectif de la ville B aujourd'hui ?**

exercice 17 :

Monsieur X vient d'obtenir un prêt en s'engageant à en rembourser 70 euros ce mois puis 5% de plus le mois prochain et ainsi de suite.
on note u_n la somme mensualité remboursée dans n mois (n entier)

1. **Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que son premier terme u_0 et sa raison**
2. **déterminer la mensualité remboursée dans 2 ans. ($u_{...} = ...$)**
3. **exprimer la mensualité remboursée dans n mois en fonction de $n(u_n = ...)$**
4. **déterminer le nombre de mois à attendre pour que la mensualité dépasse les 120 euros**
5. **déterminer la somme totale remboursée en un an.**

voici un graphique « corrigé » d'évolution des demandes et des places disponibles pour une certaine filière de BTS dans un département. ***(la 1ère année est l'année** 2001**)***



soient d_n **et** p_n **deux suites approchant les nombres respectifs de demandes et de places l'année** $2000 + n$ **où** n **est un nombre entier**
Le nombre de places est de 100 en 2001 et augmente de 5% par an
Le nombre de demandes est de 600 en 2001 et diminue de 5% par an

1. **en quelle année le nombre de demandes passe t-il sous les 400 ?**
   (a) **graphiquement : ...**
   (b) **numériquement :**

n		
$d_n =$		
comparaison à ...		

   (c) **algébriquement : (voir cahier)**
2. **en quelle année le nombre de places passe t-il au dessus des 200 ?**
   (a) **graphiquement : ...**
   (b) **numériquement :**

n		
$p_n =$		
comparaison à ...		

   (c) **algébriquement : (voir cahier)**
3. **en quelle année le nombre de places dépasse t-il celui de demandes ?**
   (a) **graphiquement : ...**
   (b) **numériquement :**

n		
$d_n =$		
$p_n =$		
comparaison de ...		

   (c) **algébriquement : (voir cahier)**

4.1.5 corrigés exercices

4.2 somme des termes

4.2.1 activité : somme des premiers termes

1. **soit u, une suite géométrique de 1^{er} terme u_0 et de raison q**
on cherche la valeur de la somme des n premiers termes : $S = u_0 + u_0q + u_0q^2 + u_0q^3 + ... + u_0q^{n-1}$
observez la succession de déductions suivantes :
$S = u_0 + u_0q + u_0q^2 + u_0q^3 + ... + u_0q^{n-1}$

$qS = u_0q + u_0q^2 + u_0q^3 + u_0q^4 + ... + u_0q^n$ ***($1^{ère}$ ligne $\times q$)***

$S - qS = u_0 - u_0q^n$ ***(2^e ligne moins $1^{ère}$ ligne)***

$S(1-q) = u_0(1-q^n)$ ***(on factorise)***

$S = u_0\dfrac{1-q^n}{1-q}$ ***(on isole S)***

$$\boxed{S = 1^{er}terme \times \frac{1 - raison^{nombre\ de\ termes}}{1 - raison}}$$

2. **utiliser le résultat obtenu ci dessus pour calculer les sommes suivantes**
(a) $S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$

$S = ...$

(b) $S = 1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4$

$S = ...$

4.2.2 à retenir

propriété 4 : *(formule de la somme)*

quelle que soit la suite notée u ou (u_n) de nombres réels :

si u **est géométrique de 1^{er} terme noté** $\boxed{u_0}$

alors $S = u_0 + u_1 + ... + u_n = \boxed{u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}} = \boxed{premier \times \dfrac{1-q^{(nombre\ de\ termes)}}{1-q}}$

S **est la somme des $n+1$ premiers termes**

si u **est géométrique de 1^{er} terme noté** $\boxed{u_1}$

alors $S = u_1 + ... + u_n = \boxed{u_1 \times \dfrac{1-q^n}{1-q}} = \boxed{premier \times \dfrac{1-q^{(nombre\ de\ termes)}}{1-q}}$

S **est la somme des n premiers termes**

exemples :

i. **soit une suite géométrique de 1^{er} terme $u_1 = 10$ et de raison $1,5$**
$S = u_1 + u_2 + ... + u_{20} = ?$

$$S = premier \times \frac{1-q^{(nombre\ de\ termes)}}{1-q} = u_1 \times \frac{1-q^{20}}{1-q} = 10 \times \frac{1-1,5^{20}}{1-1,5} \simeq 66485$$

ii. **soit une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 10$ et de raison $1,5$**
$S = u_0 + u_2 + ... + u_{20} = ?$

$$S = premier \times \frac{1-q^{(nombre\ de\ termes)}}{1-q} = u_1 \times \frac{1-q^{21}}{1-q} = 10 \times \frac{1-1,5^{21}}{1-1,5} \simeq 99737$$

4.2.3 exercices

<u>exercice 18 :</u>

calculer astucieusement la somme suivante en justifiant votre méthode

1. $S = 5 + 10 + 20 + 40 + 80 + 160 + 320 + 640 + 1280 + 2560$
2. $S = 1600 + 800 + 400 + 200 + 100 + 50 + 25 + 12,5$

<u>exercice 19 :</u>

1. une personne rembourse un prêt selon les modalités suivantes :
   50 euros la première mensualité
   les mensualités augmentent de 4% chaque mois
   soit u_n le montant de la $n^{ième}$ mensualité

   (a) calculer la somme des mensualités pour les 12 premiers mois
   (b) calculer la somme des mensualités pour les 3 premières années

2. une personne rembourse un prêt selon les modalités suivantes :
   500 euros la première mensualité
   les mensualités baissent de 4% chaque mois
   soit u_n le montant de la $n^{ième}$ mensualité

   (a) calculer la somme des mensualités pour les 12 premiers mois
   (b) calculer la somme des mensualités pour les 3 premières années

<u>exercice 20 :</u>

Un sportif s'entraîne 10 mn à la première séance puis 10% de plus à chaque séance.
soit u_n la durée d'entraînement dans n séances

1. donner les valeurs de $u_0,\ u_1,\ u_2$ et u_{29}
2. calculer la durée totale $S_{29} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{29}$ pour les 30 premières séances

<u>exercice 21 :</u>

une personne décide de d'arrêter de fumer
Ce mois ci elle a dépensé 430 euros en tabac, chaque mois, elle diminue sa dépense en tabac de 5%
Soit v_n la dépense en tabac le $n^{ième}$ mois avec $v_1 = 430$

1. donner les valeurs de v_2 et v_3.
2. calculer la somme totale dépensée pour les 5 prochaines années (60 mois)

4.2.4 corrigés exercices

4.2.5 Q.C.M. suites géométriques avec somme des termes

Il n'y a q'une seule bonne réponse pour chaque question, trouvez la et justifiez par un calcul

Questions	Réponses
1. Quelle suite est géométrique ?	☐ **10 12 14,4 17,28 ...** ☐ **10 8 6,4 5,1 ...** ☐ **10 15 22,5 33,75 ...**
2. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 10$ **et** $q = 1,1$ **que vaut** u_{20}?	☐ $\simeq 61,16$ ☐ $\simeq 67,27$ ☐ $\simeq 74$
3. **La suite** u **est géométrique,** $u_1 = 10$ **et** $q = 1,1$ **que vaut** u_{20}?	☐ $\simeq 55,6$ ☐ $\simeq 61,15$ ☐ $\simeq 61,16$
4. **Que vaut le** 20^e **terme de la suite géométrique ?** **10 11 12,1 13,31 ...**	☐ $\simeq 61,15$ ☐ $\simeq 61,16$ ☐ $\simeq 67,27$
5. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 5$ **et** $q = 10$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☐ $u_n = 5n + 10$ ☐ $u_n = 10 \times 5^n$ ☐ $u_n = 5 \times 10^n$
6. **La suite** u **est géométrique,** $u_1 = 5$ **et** $q = 10$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☐ $u_n = 0,5 \times 10^n$ ☐ $u_n = 10 \times 5^{n-1}$ ☐ $u_n = 5 \times 10^n$
7. **La suite** u **est géométrique,** **de premier terme 4 et de raison 3** **quelle est la formule de récurrence** **de** u_{n+1} **en fonction de** u_n **?**	☐ $u_{n+1} = u_n + 3$ ☐ $u_{n+1} = 4u_n$ ☐ $u_{n+1} = 3u_n$
8. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 50$ **et** $q = 1,1$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n > 100$ **?**	☐ $n \geq 7$ ☐ $n \geq 8$ ☐ $n > 8$
9. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 1000$ **et** $r = 0,9$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n < 100$ **?**	☐ $n \geq 21$ ☐ $n > 21$ ☐ $n > 22$
10. **La suite** u **est géométrique,** $u_1 = 5$ **et** $q = 1,2$ **que vaut** $S = u_1 + ... + u_{10}$ **?**	☐ $\simeq 103,99$ ☐ $\simeq 129,79$ ☐ $\simeq 160,75$
11. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 100$ **et** $q = 0,8$ **que vaut** $S = u_0 + u_1 + ... + u_{30}$ **?**	☐ $\simeq 499,38$ ☐ $\simeq 499,5$ ☐ $\simeq 499,6$

4.2.6 corrigé Q.C.M. suites géométriques avec somme des termes

Il n'y a q'une seule bonne réponse pour chaque question, trouvez la et justifiez par un calcul

Questions	Réponses
1. Quelle suite est géométrique ?	☑ **10 15 22,5 33,75 ...** ❐ **car on multiplie toujours par 1,5 pour passer d'un terme à l'autre**
2. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 10$ **et** $q = 1,1$ **que vaut** u_{20}?	☑ $\simeq 67,27$ ❐ **car** $u_n = u_0 \times q^n$ $u_{20} = 10 \times 1,1^{20} \simeq 67,27$
3. **La suite** u **est géométrique,** $u_1 = 100$ **et** $q = 1,1$ **que vaut** u_{20}?	☑ $\simeq 61,16$ ❐ **car** $u_n = u_1 \times \times(n-1)$ $u_{20} = 10 \times 1,1^{20-1} \simeq 61,16$
4. **Que vaut le** 20^e **terme de la suite géométrique ?** **10 11 12,1 13,31 ...**	☑ $\simeq 61,16$ ❐ **car si** $u_0 = 1^{er}$ **alors** 20^e $terme = u_{19}$ $u_{19} = 10 \times 1,1^{19} \simeq 61,16$
5. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 5$ **et** $q = 10$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☑ $u_n = 5 \times 10^n$ ❐ **car** $u_n = u_0 \times q^n$ $u_n = 5 \times 10^n$
6. **La suite** u **est géométrique,** $u_1 = 5$ **et** $q = 10$ **que vaut** u_n **en fonction de** n **?**	☑ $u_n = 0,5 \times 10^n$ ❐ **car** $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ $u_n = 5 \times 10^{n-1} = 5 \times 10^n \times 10^{-1} = 0,5 \times 10^n$
7. **La suite** u **est géométrique,** **de premier terme 4 et de raison 3** **formule de récurrence ?**	☑ $u_{n+1} = 3u_n$ ❐ **car** $u_{n+1} = u_n \times q = u_n \times 3$
8. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 50$ **et** $q = 1,1$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n > 100$ **?**	☑ $n \geq 8$ ❐ **car** $u_n > 100 \iff 50 \times 1,1^n > 100$ $\iff 1,1^n > \dfrac{100}{50} \iff 1,1^n > 2$ $\iff n > \dfrac{log(2)}{log(1,1)} \iff n > 7,27 \Longrightarrow n \geq 8$
9. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 1000$ **et** $q = 0,9$ **à partir de quelle valeur de** n **a t-on** $u_n < 100$ **?**	☑ $n > 21$ ❐ **car** $u_n < 100 \iff 1000 \times 0,9^n < 100$ $\iff 0,9^n < \dfrac{100}{1000} \iff 0,9^n < 0,1$ $\iff n > \dfrac{log(0,1)}{log(0,9)} \iff n > 21,85 \Longrightarrow n > 21$
10. **La suite** u **est géométrique,** $u_1 = 5$ **et** $q = 1,2$ **que vaut** $S = u_1 + ... + u_{10}$ **?**	☑ $S = 1^{er} \times \dfrac{1 - raison^{nb\ termes}}{1 - raison}$ ❐ $S = 5 \times \dfrac{1 - 1,2^{10}}{1 - 1,21} \simeq 129,79$
11. **La suite** u **est géométrique,** $u_0 = 100$ **et** $q = 0,8$ **que vaut** $S = u_0 + ... + u_{30}$ **?**	☑ $S = 1^{er} \times \dfrac{1 - raison^{nb\ termes}}{1 - raison}$ ❐ $S = 100 \times \dfrac{1 - 0,8^{31}}{1 - 0,8} \simeq 499,5$

5 études des variations de suites numériques

5.1 activités

5.1.1 activité 1 : sens de variation

1. **besoin d'une définition**
   (a) **soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n \times n$**
      i. **est-elle croissante ou décroissante ?** ***(on aura besoin de définir le sens de variation d'une suite)***
      ii. **que deviennent ses termes quand n tend vers $+\infty$?**
   (b) **soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n \times n^{-1} = (-1)^n \times \dfrac{1}{n}$**
      i. **est-elle croissante ou décroissante ?** ***(on aura besoin de définir le sens de variation d'une suite)***
      ii. **que deviennent ses termes quand n tend vers $+\infty$?**
   (c) **utiliser la définition pour étudier les variations de la suite définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 2n - 8$**
   (d) **de même pour la suite définie pour $n \geq 1$ par $u_n = n^2 - 2n + 1$**
   (e) **de même pour la suite définie par $u_{n+1} = u_n + n$ avec $u_1 = -10$**
   (f) **de même pour la suite définie par $u_{n+1} = u_n + 9 - n$ avec $u_0 = 0$**

2. **quand c'est "plus facile" avec le quotient de termes positifs stricts plutôt qu'avec la différence**
   (a) **justifier que : quels que soient les réels positifs stricts a et b, $a < b \Longleftrightarrow 1 < \dfrac{b}{a}$**
   (b) **en déduire une propriété pour "fixer les variations" d'une suite de termes positif stricts**
   (c) **utiliser cette propriété pour déterminer le sens de variation des suites** ***(vérifier que ces suites sont à termes positifs stricts au préalable)***
      i. $u_n = \dfrac{10 \times 2^n}{3^{n+1}}$ **pour $n \geq 0$**
      ii. $u_n = \dfrac{5^{n+1}}{2 \times 3^n}$ **pour $n \geq 0$**
      iii. $u_{n+1} = u_n \times \dfrac{12n+1}{10n+10}$ **avec $u_0 = 10$** ***(récurrence pour la positivité)***

3. **cas général pour une suite explicite définie par une fonction : $u_n = f(n)$**
   (a) **soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ strictement croissante. Cette suite est-elle croissante ou décroissante ?** ***(à démontrer)***
   (b) **quel est le sens de variation de la suite définie pour $n \geq 0$ par $u_n = \sqrt{3n+1}$**
   (c) **de même pour la suite définie pour $n \geq 1$ par $u_n = 6n^3 - 3n^2$**

4. **un exemple où "ça marche" pour une suite récurrente définie par une fonction : $u_{n+1} = f(u_n)$**
   soit la suite définie par $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 4$ avec $u_0 = 2$
   (a) **montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n < 8 \Longrightarrow u_{n+1} < 8$**
   (b) **sachant que : $u_0 < 8$, qu'en déduire pour tous les termes de la suite ?**
   (c) **exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n**
   (d) **montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n > 0$**
   (e) **en déduire le sens de variation de la suite u**
   (f) **quelle semble être sa "valeur limite"**

5.2 à retenir

définition 6 : *(sens de variation d'une suite)*

Soit (u_n) **une suite numérique réelle définie pour tout** $n \geq p$ **avec** $p \in \mathbb{N}$

(u_n) **croît strictement à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} > u_n}$

(u_n) **décroît strictement à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} < u_n}$

(u_n) **est constante à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} = u_n}$

Remarque : si le sens de variation d'une suite ne change pas, on dit qu'elle est "monotone" *(croissante ou décroissante)*

propriété 5 : *(sens de variation et différence de 2 termes consécutifs quelconques)*

Soit (u_n) **une suite numérique réelle définie pour tout** $n \geq p$ **avec** $p \in \mathbb{N}$

(u_n) **croît strictement à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} - u_n > 0}$

(u_n) **décroît strictement à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} - u_n < 0}$

(u_n) **est constante à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} - u_n = 0}$

Preuve : *(vient de :* $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, a < b \Longleftrightarrow a - b < 0$ *)(* $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, a = b \Longleftrightarrow a - b = 0$ *)*

propriété 6 : *(variations d'une suite positive stricte et quotient de 2 termes consécutifs quelconques)*

Soit (u_n) **une suite numérique réelle positive stricte définie pour tout** $n \geq p$ **avec** $p \in \mathbb{N}$

(u_n) **croît strictement à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1}$

(u_n) **décroît strictement à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1}$

(u_n) **est constante à partir du rang** p **équivaut à** $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq p \Longrightarrow \boxed{\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 1}$

Preuve : *(vient de :* $\forall a > 0, \forall b > 0$ *:* $a < b \Longleftrightarrow 1 < \dfrac{b}{a}$ *)*

propriété 7 : *(variations d'une suite définie par une formule explicite* $u_n = f(n)$*)*

Soit f **une fonction réelle définie sur** $[p; +\infty[$ **où** $p \in \mathbb{N}$

Soit (u_n) **une suite numérique réelle définie pour tout** $n \in \mathbb{N}$ **par** $\boxed{u_n = f(n)}$

$\boxed{f \text{ croît strictement}}$ **sur** $[p; +\infty[$ **implique** (u_n) **croît strictement à partir du rang** p

$\boxed{f \text{ décroît strictement}}$ **sur** $[p; +\infty[$ **implique** (u_n) **décroît strictement à partir du rang** p

$\boxed{f \text{ est constante}}$ **sur** $[p; +\infty[$ **implique** (u_n) **est constante à partir du rang** p

Preuve *(vient de :* f *croît strictement sur* $\mathbb{R}^+ \Longleftrightarrow \forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R}^+, a < b \Longrightarrow f(a) - f(b) < 0$ *)*

Remarque :

les réciproques sont fausses, ce n'est pas parce que (u_n) **croît que** f **croît**

(car f ***peut changer de sens de variation entre*** n ***et*** $n+1$***)***

5.3 exercices

<u>exercice 22 :</u> *(variations des suites arithmétiques ou géométriques)*

1. **soit (u_n) une suite arithmétique de raison r, rappeler la formule de récurrence puis justifier le sens de variation de (u_n) en fonction de r**
2. **soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$, rappeler la formule de récurrence puis justifier le sens de variation de (u_n) en fonction de q**
3. **rappeler la formule explicite d'une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r**
4. **rappeler la formule explicite d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q**
5. **déduire de ce qui précède les sens de variation de chacune des suites**

   (a) $u_n = \dfrac{n+24}{3}$ **pour** $n \geq 0$

   (b) $u_n = \dfrac{16}{2 \times 3^n}$ **pour** $n \geq 0$

   (c) $u_n = \dfrac{10-4n}{2}$ **pour** $n \geq 0$

   (d) $u_n = \dfrac{1}{0,2 \times 0,5^n}$ **pour** $n \geq 0$

   (e) $u_{n+1} = u_n - 0,75$ **avec** $u_0 = 10$

   (f) $u_{n+1} = 1,75 u_n$ **avec** $u_0 = 10$

<u>exercice 23 :</u> *(suites non nécessairement arithmétiques ou géométriques)*

1. **soit la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^3 - 3n^2 + 2n$**
   (a) **vérifier que $u_0 = u_1 = u_2$**
   (b) **peut-on en déduire que (u_n) est constante sur $\mathbb{N}$?**
   (c) **démontrer que (u_n) croît à partir du rang 2**
2. **soit la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = 200 - 4n - \dfrac{100}{n}$**
   (a) **vérifier que $u_1 < u_2 < u_3 < u_4 < u_5$**
   (b) **qu'en déduire pour le sens de variation de (u_n) pour tout $n \in \mathbb{N}$?**
   (c) **démontrer que (u_n) décroît à partir du rang 5**

<u>exercice 24 :</u>

étudier les variations de (u_n) dans chaque cas

1. **(u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = u_n + n^2 - 7n - 8$ et $u_0 = 1$**
2. **(u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{1,5^n}{n^2}$**
   (utiliser 2 méthodes)
3. **(u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = (n+2)u_n$ et $u_0 = 10$**
   (il faudra justifier le signe de u_n par récurrence)
4. **(u_n) définie pour tout $n \geq 2$ par $u_{n+1} = u_n(1 - \dfrac{1}{n})$ et $u_2 = 100$**
   (il faudra justifier le signe de u_n par récurrence)

<u>exercice 25 :</u> **soit la suite définie par $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 3$ avec $u_0 = 14$**

1. **montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n > 6 \Longrightarrow u_{n+1} > 6$**
2. **sachant que : $u_0 > 6$, qu'en déduire pour tous les termes de la suite ?**
3. **exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n**
4. **montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n < 0$**
5. **en déduire le sens de variation de la suite u**
6. **quelle semble être sa "valeur limite"**

5.4 corrigés exercices

6 approche de la notion de limite à partir d'exemples

6.1 activités

6.1.1 activité 1 : approche de la notion de limite

1. **suite convergente vers une limite $l \in \mathbb{R}$**

   soit la suite (u_n) définie par $u_n = 1 + \dfrac{1}{n}$ pour $n \geq 1$

   (a) **à la calculatrice, conjecturer une "valeur limite" l pour (u_n) quand n tend vers $+\infty$**

   (b) **démonter que la suite est strictement décroissante pour $n \geq 1$**

   (c) **justifier que $u_n > 1$ pour tout $n \geq 1$**

   (d) **trouver N tel que : pour tout $n \geq N$, $0 < u_n - 1 < 10^{-6}$**
   (la distance entre 1 et u_n est inférieure à 10^{-6})

   (e) **est-il possible de trouver N tel que pour tout $n \geq N$, $0 < u_n - 1 < 10^{-p}$ où p est aussi grand que l'on veut ?**

   (f) **que devient la distance entre u_n et 1 lorsque n tend vers $+\infty$?**
   que dit-on alors ? *(en terme de limite)*

2. **suite divergente vers $+\infty$**

   soit la suite (u_n) définie par $u_n = 1 + n^2$ pour $n \geq 0$

   (a) **à la calculatrice, conjecturer une "limite" pour (u_n) quand n tend vers $+\infty$**

   (b) **démonter que la suite est strictement croissante pour $n \geq 0$**

   (c) **justifier que $u_n > 1$ pour tout $n \geq 0$**

   (d) **trouver N tel que : pour tout $n \geq N$, $u_n > 10^6$**

   (e) **est-il possible de trouver N tel que pour tout $n \geq N$, $u_n > 10^p$ où p est aussi grand que l'on veut ?**

   (f) **que devient la valeur de u_n lorsque n tend vers $+\infty$?**
   que dit-on alors ? *(en terme de limite)*

3. **suite divergente vers $-\infty$**

   soit la suite (u_n) définie par $u_n = 1 - \sqrt{n}$ pour $n \geq 0$

   (a) **à la calculatrice, conjecturer une "limite" pour (u_n) quand n tend vers $+\infty$**

   (b) **démonter que la suite est strictement décroissante pour $n \geq 0$**

   (c) **justifier que $u_n < 1$ pour tout $n \geq 0$**

   (d) **trouver N tel que : pour tout $n \geq N$, $u_n < -10^6$**

   (e) **est-il possible de trouver N tel que pour tout $n \geq N$, $u_n < -10^p$ où p est aussi grand que l'on veut ?**

   (f) **que devient la valeur de u_n lorsque n tend vers $+\infty$?**
   que dit-on alors ? *(en terme de limite)*

4. **suite divergente sans limite**

   soit la suite (u_n) définie par $u_n = (-1)^n \times n$ pour $n \geq 0$

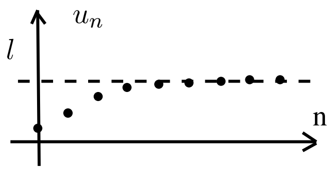
   (a) **cette suite semble t-elle converger vers une valeur ?**

   (b) **cette suite diverge t-elle vers $+\infty$?**

   (c) **cette suite diverge t-elle vers $-\infty$?**

   (d) **conclusion**

6.2 à retenir



définition 7 : *(suite convergente vers un réel)*

soit (u_n) une suite réelle et $l \in \mathbb{R}$ un réel

(u_n) converge vers l

équivaut à

la distance entre u_n est l "se rapproche" de 0 lorsque n tend vers $+\infty$

Remarques :

1. on note alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$
2. la distance entre u_n et l est $|u_n - l|$

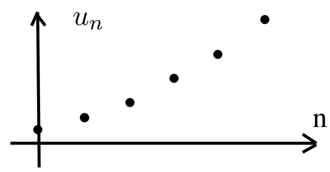
Exemple :

$u_n = 1 + \dfrac{1}{n}$ pour $n \geq 1$

(preuve en activité)

n	1	2	10	100	1000	10000
u_n	2	1,5	1,1	1,01	1,001	1,0001
$\lvert u_n - 1\rvert$	1	0,5	0,1	0,01	0,001	0,0001

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$



définition 8 : *(suite divergente vers $+\infty$)*

soit (u_n) une suite réelle

(u_n) diverge vers $+\infty$

équivaut à

tous les termes de (u_n) sont aussi grands que l'on veut à partir d'un certain rang

Remarques :

1. on note alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

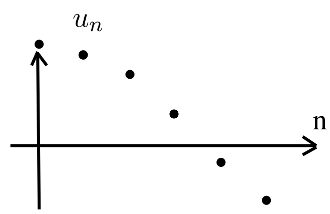
Exemple :

$u_n = 1 + n^2$ pour $n \geq 1$

(preuve en activité)

n	1	2	10	100	1000	10000
u_n	2	5	101	10001	1000001	100000001

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$



définition 9 : *(suite divergente vers $-\infty$)*

soit (u_n) une suite réelle

(u_n) diverge vers $-\infty$

équivaut à

tous les termes de (u_n) sont aussi petits que l'on veut à partir d'un certain rang

Remarques :

1. on note alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

Exemple :

$u_n = 1 - \sqrt{n}$ pour $n \geq 1$

(preuve en activité)

n	1	2	10	100	1000	10000
u_n	0	$\simeq$ -0,4	$\simeq$ -2,2	-9	$\simeq$ -30,7	-99

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

6.3 exercices

exercice 26 :

à la calculatrice, étudier le comportement de la suite (u_n) quand n tend vers $+\infty$ et faire une conjecture *(variations et limite)*

1. $u_n = \dfrac{-2n+8}{3n+10}$ **pour** $n \geq 0$
2. $u_n = \dfrac{-2n+8}{3n^2+10}$ **pour** $n \geq 0$
3. $u_n = \dfrac{-2n^2+8}{3n+10}$ **pour** $n \geq 0$
4. $\begin{cases} u_{n+1} = 0,5u_n + 3,5 \\ u_0 = 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} u_{n+1} = 0,5u_n + 3,5 \\ u_0 = 10 \end{cases}$
6. $\begin{cases} u_{n+1} = 0,5u_n + 3,5 \\ u_0 = 7 \end{cases}$
7. $\begin{cases} u_{n+1} = -0,8u_n + 4,5 \\ u_0 = 10 \end{cases}$
8. $\begin{cases} u_{n+1} = -2u_n + 4,5 \\ u_0 = 1 \end{cases}$
9. $\begin{cases} u_{n+1} = 1,5u_n + 0,5 \\ u_0 = 2 \end{cases}$
10. $\begin{cases} u_{n+1} = 1,5u_n + 0,5 \\ u_0 = -2 \end{cases}$

exercice 27 :

1. **soit la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n^2}$ pour $n \geq 1$**
   (a) **à la calculatrice, conjecturer une "valeur limite" l pour (u_n) quand n tend vers $+\infty$**
   (b) **montrer que $u_n = 2 - \dfrac{1}{n^2}$ pour $n \geq 1$**
   (c) **démonter que la suite est strictement croissante pour $n \geq 1$**
   (d) **justifier que $u_n < 2$ pour tout $n \geq 1$**
   (e) **trouver N tel que : pour tout $n \geq N$, $0 < 2 - u_n < 10^{-6}$**
   (f) **est-il possible de trouver N tel que pour tout $n \geq N$, $0 < 2 - u_n < 10^{-p}$ où p est aussi grand que l'on veut ?**
   (g) **que devient la distance entre u_n et 2 lorsque n tend vers $+\infty$? que dit-on alors ? *(en terme de limite)***
2. **Dans une ville, cette année *(année 1)*, un certain nombre de personnes disposent du très haut débit internet**
   On sait que l'année n, le nombre de personnes disposant du très haut débit internet est de $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n^2}$ *(en milliers)*
   (a) **combien de personnes disposent du très haut débit cette année ?**
   (b) **combien de temps attendre pour que 2 milliers de personnes soient équipées ?**

exercice 28 :

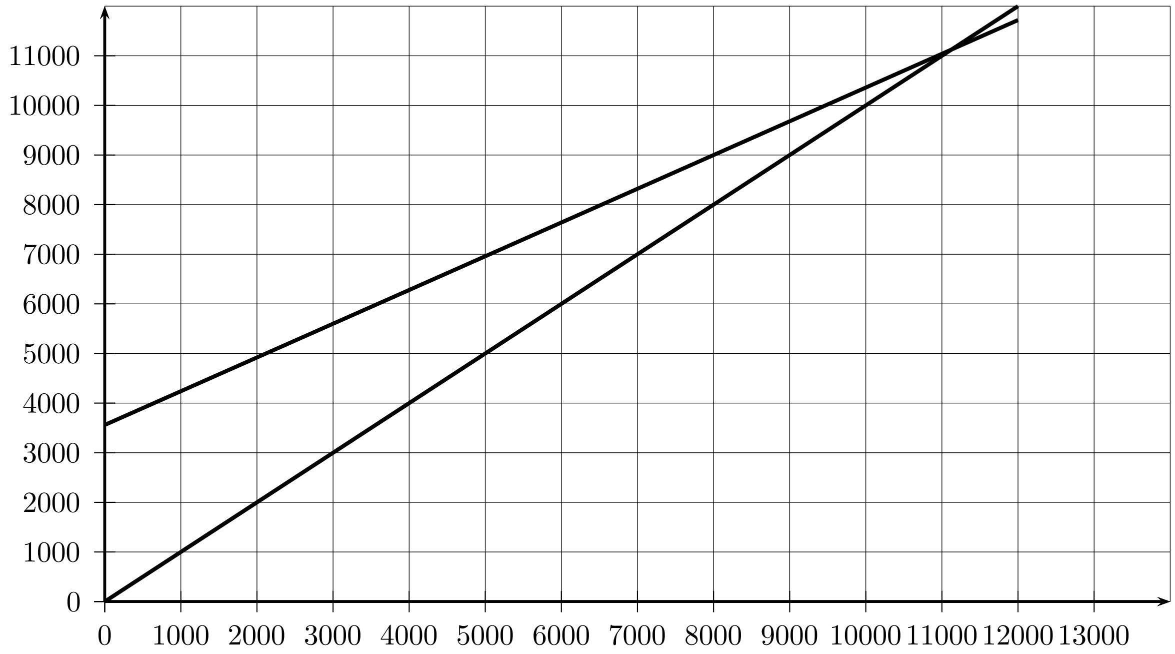
soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = 0,8u_n + 2 \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1. **à la calculatrice, conjecturer une "valeur limite" l pour (u_n) quand n tend vers $+\infty$**
2. **soit la suite $V_n = u_n - 10$ pour $n \geq 0$**
   (a) **démontrer que $V_{n+1} = 0,8V_n$ pour $n \geq 0$**
   (b) **en déduire la nature de la suite (V_n) ainsi que son premier terme et sa raison**
   (c) **en déduire l'expression de V_n en fonction de n**
   (d) **en déduire l'expression de u_n en fonction de n**
   (e) **en déduire la limite de (u_n) quand n tend vers $+\infty$**
3. **cette année, un site a 1 millier d'abonnés,**
   chaque année il perd 20% de ses abonnés mais en gagne 2 milliers
   (a) **vérifier que le nombre d'abonnés au site dans n années est donné par u_n ci dessus**
   (b) **qu'en déduire pour le nombre d'abonnés à long terme ?**

exercice 29 : partie a

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 5500$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,68 \times u_n + 3560$.

1.(a) Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = 0,68x+3560$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n).



Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) ainsi que la limite de la suite (u_n).

(b) Quel est le rôle de l'algorithme suivant ?

$A = 5500$;
$k = 0$;
tant_que $A < 11000$ faire
  k **prend la valeur** $k + 1$;
  A **prend la valeur** $0,68 \times A + 3560$;
fin tant_que
Sortie : **Afficher** k;

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 11125$.

(a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

(b) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 11125 - 5625 \times 0,68^n$.

(c) La suite (u_n) est-elle convergente ?

partie b

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement. Une étude statistique a permis de constater que d'une année sur l'autre, 32% des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement et 3560 nouvelles personnes souscrivent un abonnement.
En 2010, il y avait 5 500 abonnés à cette revue.

1. Donner une estimation du nombre d'abonnés à cette revue en 2012.

2. Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n le nombre d'abonnés à la revue l'année $2010+n$.

(a) Justifier que pour tout entier n, $u_{n+1} = 0,68 \times u_n + 3560$.

(b) Est-il possible d'envisager au bout d'un nombre d'années suffisamment grand, une diffusion supérieure à 12 000 abonnés ?

(c) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés à la revue sera supérieur à 11 000.

6.4 corrigés exercices

7 devoir maison

7.1 dm 1

Exercices : 1-6-10-16-21 du polycopié

exercices : 115-140 pages 136 et 140 du manuel

7.2 corrigé dm 1

7.3 dm 2

exercices : 41-42-44-45 page 158 du manuel

7.4 corrigé dm 2

8 évaluations

9 travaux pratiques

9.1 tp 1

Nom :

TP : **Suites Arithmétiques / Suites Géométriques / Suites Arithmético-Géométriques**

Situation :

On souhaite comparer des tarifs de location de 3 locaux de stockage.

- Tarif 1 : 5 000 € le premier mois puis augmentation de 5% par mois
- Tarif 2 : 4500 € le premier mois puis augmentation de 450 € par mois
- Tarif 3 : 4750 € le premier mois puis augmentation de 7% par mois avec une remise de 100 €

soit u_n (resp : v_n, w_n) le montant du loyer de tarif 1 (resp : tarif 2 , tarif 3) après n mois de location

1. ouvrir une feuille de calcul automatique *(tableur)*, la sauvegarder sous le nom "tp_suites_numeriques", dans le dossier "Mes document" dans un sous-dossier "Maths" que vous aurez crée au préalable
2. recopier dans cette feuille de calcul le contenu des cellules comme indiqué ci dessous

	A	B	C	D
1		premier loyer	taux d'évolution (%)	
2	tarif 1	5000	5	
3				
4		premier loyer	évolution (euros)	
5	tarif 2	4500	450	
6				
7		premier loyer	taux d'évolution (%)	évolution (euros)
8	tarif 3	4750	7	-100
9				
10	n	un	vn	wn
11	0			
12				

on souhaite obtenir dans la colonne B (resp : C, D) le tableau de valeurs de la suite u (resp : v, w) pour n allant de 0 à 24

(a) i. compléter par les nombres attendus : $u_0 = 5000$ $v_0 = ...$ $w_0 = ...$

ii. la formule à entrer en $B11$ est donc : $= B2$

la formule à entrer en $C11$ est donc : ...

la formule à entrer en $D11$ est donc : ...

(b) i. entrer dans la cellule $A12$ la formule suivante : $= A11 + 1$

ii. donner les formules de récurrence pour u et v :

$u_{n+1} = ...$ $v_{n+1} = ...$ $w_{n+1} = 1,07 \times w_n - 100$

iii. la suite u est de nature ... car pour passer d'un terme à l'autre on ... toujours par le même nombre $q = ...$ appelé ... de la suite

iv. la suite v est de nature ... car pour passer d'un terme à l'autre on ... toujours le même nombre $r = ...$ appelé ... de la suite

v. la suite v est de nature ... car pour passer d'un terme à l'autre on ... toujours par le même nombre $q = ...$ puis on ... toujours le même nombre $r = ...$

vi. la formule à entrer en $B12$ est donc : $= B11 * (1 + C\$2/100)$ *(attention au dollard $)*
à quoi sert le dollar $ devant le 2 dans la formule précédente ? : ...

la formule à entrer en $C12$ est donc : ...

la formule à entrer en $D12$ est donc : ...

(c) sélectionner la plage de cellules $A12 : D12$ et étirer les formules vers le bas jusqu'à la ligne 34 afin d'obtenir les tableaux de valeurs attendu

(d) donner alors les valeurs approchées entière de : $u_{23} \simeq ...$, $v_{23} = ...$ et $w_{23} \simeq ...$
quel est le tarif le plus avantageux après 23 mois ? : ...

(e) obtenir dans un même repère les courbes de ces trois suites pour n allant de 0 à 23
(sélectionner la plage de cellules $A11 : D34$ → insertion → graphique → Nuages de points → Nuage de points reliés par une courbe → terminer)

3. déduire du graphique et du tableau de valeurs le tarif le moins cher en fonction du nombre de mois n
(entrer éventuellement =MIN(B11 :D11) en E11 et =SI(E11=B11 ;1 ;SI(E11=C11 ;2 ;3)) en F11 puis tirer les formules vers le bas pour obtenir automatiquement le résultat)

— pour n compris entre .... et .... le loyer le moins cher est pour le tarif ...

— pour n compris entre .... et .... le loyer le moins cher est pour le tarif ...

— pour n compris entre .... et .... le loyer le moins cher est pour le tarif ...

— pour n compris entre .... et .... le loyer le moins cher est pour le tarif ...

4. le plus important pour une durée de location est la somme des loyers versés, nous cherchons maintenant à obtenir les sommes des termes des trois suites précédentes

(a) recopier dans la feuille de calcul le contenu des cellules comme indiqué ci dessous

	G	H	I
10	somme de u0 à un	somme de v0 à vn	somme de w0 à wn
11			
12			

(b) entrer dans la cellule $G11$ la formule suivante : =SOMME(B$11 :B11)
et tirer cette formule jusqu'à la ligne 34

(c) de même on entre dans la cellule $H11$ la formule : ... *(à tirer jusqu'à la ligne* 34)

(d) de même on entre dans la cellule $I11$ la formule : ... *(à tirer jusqu'à la ligne* 34)

(e) donner alors la valeur approchée entière obtenue dans les cellule :
$G34$: ... , $H34$: ... et $I34$: ...
quel est le tarif le plus avantageux pour une durée de location de 24 mois ? : ...

(f) obtenir les trois courbes correspondant aux sommes dans un même repère
(au clavier : Ctrl maintenu, sélectionner à la souris la plage A11 :A34 puis la plage G11 :I34 puis graphique ...)

(g) déduire du graphique et du tableau de valeurs le tarif le moins cher en fonction du nombre de mois n *(on pourra éventuellement procéder en utilisant les fonctions Min et Si dans les colonnes J et K comme précédemment)*

— pour n compris entre .... et .... le loyer le plus avantageux est pour le tarif ...

— pour n compris entre .... et .... le loyer le plus avantageux est pour le tarif ...

— pour n compris entre .... et .... le loyer le plus avantageux est pour le tarif ...

5. quel tarif conseiller pour une durée de location de 12 mois ? *(justifier)*

6. à long terme, quel tarif semble rester le plus avantageux ? *(on pourra sélectionner la plage A34 :K34 et tirer vers le bas ...)*

7. que se passe t-il pour le tarif 3 si la remise n'est plus de 100 € mais de 332,5 € ? :

9.2 tp 2

Nom :

TP : $\boxed{\text{Suites Arithmétiques / Suites Géométriques / Suites Arithmético-Géométriques}}$

1. **sur "site.math.free.fr -> page perso -> texte", télécharger dans votre dossier personnel de Mathématiques le document : "suite ari_géo (ggb)" puis l'ouvrir avec geogebra**
2. **on souhaite étudier le comportement *(sens de variation et limite)* des suites définies par une formule de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction affine $f(x) = ax + b$ ce qui donne, $u_{n+1} = au_n + b$ où a, b et u_0 sont des paramètres réels On dit alors que la suite (u_n) est arithmético-géométrique**

   (a) **ouvrir le tableur de geogebra *(affichage -> tableur)***

   (b) $\boxed{\text{tableau de valeurs de la suite}}$

   i. **écrire "rang" en A1 et "valeur" en B1**

   ii. **entrer la valeur "0" en A2 et la chaine de caractères "u_0" en B2 modifier la valeur de u_0 au curseur et observer l'effet sur la valeur en B2 puis remettre $u_0 = 1$**

   iii. **quelle formule entrer en A3 pour obtenir les valeurs de n jusqu'à 30 quand on tire la cellule jusqu'à A32 ? : ...**

   iv. **quelle formule entrer en B3 pour obtenir les valeurs de u_n jusqu'à u_{30} quand on tire la cellule jusqu'à B32 ? : ...**
   modifier la valeur de u_0 au curseur et observer l'effet sur la colonne B puis remettre $u_0 = 1$

   (c) $\boxed{a = 0}$

   i. **régler : $a = 0$; $b = 2$ $u_0 = 1$**

   ii. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite $u_{n+1} = ...$**

   iii. **quel semble être le sens de variation de la suite ? : ...**
   change t-il quand on fait varier b ? : ...
   change t-il quand on fait varier u_0 ? : ...

   iv. **quelle semble être la limite de la suite ? : ...**
   change t-elle quand on fait varier b ? : ...
   change t-elle quand on fait varier u_0 ? : ...

   (d) $\boxed{0 < a < 1}$

   i. **régler : $a = 0,6$; $b = 2,4$; $u_0 = 0$**

   A. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite $u_{n+1} = ...$**

   B. **quel semble être le sens de variation de la suite ? : ...**
   change t-il quand on fait varier u_0 ? *(expliquer ce qui semble se passer)* : ...

   C. **quelle semble être la limite de la suite ? : ...**
   change t-elle quand on fait varier u_0 ? : ...

   D. **résoudre l'équation $f(x) = x$ soit $0,6x + 2,4 = x$**

   E. **quel résultat semble donner cette équation ? : ...**

   ii. **régler : $a = 0,6$; $b = -1,2$; $u_0 = 8$**

   A. **quel semble être le sens de variation de la suite ? : ...**

   B. **quelle semble être la limite de la suite ? : ...**

   C. **résoudre l'équation $f(x) = x$, obtient-on apparemment ainsi la valeur de la limite ? : ...**

(e) $\boxed{a = 1}$

i. **régler :** $a = 1$ **;** $b = 2$ **;** $u_0 = 0$

ii. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite** $u_{n+1} = ...$

iii. **qu'obtient-on alors comme suite particulière ? : ...**

iv. **son sens de variation change t-il en fonction de** b **? ...** ***(expliquer)*** **:**

v. **son sens de variation change t-il en fonction de** u_0 **? : ...**

(f) $\boxed{a > 1}$

i. **régler :** $a = 2$ **;** $b = 0$ **;** $u_0 = 4$

A. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite** $u_{n+1} = ...$

B. **qu'obtient-on alors comme suite particulière ? : ...**

C. **conjecturer ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite en fonction de** u_0 **:**

ii. **régler :** $a = 2$ **;** $b \neq 0$ **;** $u_0 = 4$

A. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite** $u_{n+1} = ...$

B. **conjecturer avec soins ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite en fonction de** b **:**

(g) **avec** $\boxed{a = -0,8 \quad ; \quad b = 7,2 \quad ; \quad u_0 = 20}$

i. **conjecturer ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite**

ii. **conjecturer ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite en fonction de** u_0 **:**

(h) **Ce jour un site a eu 20 milliers de visites, chaque jour 20% des visiteurs de la veille ne "reviennent pas" mais 10 milliers de nouveaux visiteurs "se connectent"**
conjecturer ce que devient le nombre de visiteurs quotidiens ***(variations et limite)***

9.3 tp 3

Nom :

TP : $\boxed{\text{Suites Arithmétiques / Suites Géometriques / Suites Arithmético-Géométriques}}$

1. on souhaite étudier le comportement *(sens de variation et limite)* des suites définies par une formule de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction affine $f(x) = ax + b$
   ce qui donne, $u_{n+1} = au_n + b$ où a, b et u_0 sont des paramètres réels
   On dit alors que la suite (u_n) est arithmético-géométrique
   Par exemple : avec $a = 0,8$ et $b = 4$ on obtient $u_{n+1} = 0,8u_n + 4$

   (a) sur "site.math.free.fr -> page perso -> texte", télécharger dans votre dossier personnel de Mathématiques le document : "suite ari_géo (ggb)" puis l'ouvrir avec geogebra

   (b) ouvrir le tableur de geogebra *(affichage -> tableur)*

   (c) $\boxed{\text{tableau de valeurs de la suite}}$

      i. écrire "n" en A1 et "u_n" en B1

      ii. entrer la valeur "0" en A2 et la chaine de caractères "=u_0" en B2
      modifier la valeur de u_0 au curseur et observer l'effet sur la valeur en B2 puis remettre $u_0 = 1$

      iii. quelle formule entrer en A3 pour obtenir les valeurs de n jusqu'à 100 quand on tire la cellule jusqu'à A102 ? : ...

      iv. quelle formule entrer en B3 pour obtenir les valeurs de u_n jusqu'à u_{100} quand on tire la cellule jusqu'à B102 ? : ...
      (rappel $u_{n+1} = au_n + b$)

      v. obtenez les valeurs de n et u_n en tirant les formules vers le bas

      vi. modifier la valeur de u_0 au curseur et observer l'effet sur la colonne B puis remettre $u_0 = 1$

      vii. obtenez les points qui correspondent aux valeurs de la suite comme suit :
      sélectionner à la souris les valeurs numériques des deux colonnes -> clic droit -> créer -> liste de points

   (d) $\boxed{a = 0}$

      i. régler : $a = 0$; $b = 2$ $u_0 = 1$

      ii. donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite $u_{n+1} = ...$

      iii. quel semble être le sens de variation de la suite ? : ...
      change t-il quand on fait varier b ? : ...
      change t-il quand on fait varier u_0 ? : ...

      iv. quelle semble être la limite de la suite ? : ...
      change t-elle quand on fait varier b ? : ...
      change t-elle quand on fait varier u_0 ? : ...

   (e) $\boxed{0 < a < 1}$

      i. régler : $a = 0,6$; $b = 2,4$; $u_0 = 0$

         A. donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite $u_{n+1} = ...$

         B. quel semble être le sens de variation de la suite ? : ...
         change t-il quand on fait varier u_0 ? *(expliquer ce qui semble se passer)* : ...

         C. quelle semble être la limite de la suite ? : ...
         change t-elle quand on fait varier u_0 ? : ...

         D. résoudre l'équation $f(x) = x$ soit $0,6x + 2,4 = x$

E. **quel résultat semble donner cette équation ? : ...**

ii. **régler :** $a = 0,6$; $b = -1,2$; $u_0 = 8$

A. **quel semble être le sens de variation de la suite ? : ...**

B. **quelle semble être la limite de la suite ? : ...**

C. **résoudre l'équation** $f(x) = x$**, obtient-on apparemment ainsi la valeur de la limite ? : ...**

(f) $\boxed{a = 1}$

i. **régler :** $a = 1$; $b = 2$; $u_0 = 0$

ii. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite** $u_{n+1} = ...$

iii. **qu'obtient-on alors comme suite particulière ? : ...**

iv. **son sens de variation change t-il en fonction de** b **? ...** ***(expliquer)*** **:**

v. **son sens de variation change t-il en fonction de** u_0 **? : ...**

(g) $\boxed{a > 1}$

i. **régler :** $a = 2$; $b = 0$; $u_0 = 4$

A. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite** $u_{n+1} = ...$

B. **qu'obtient-on alors comme suite particulière ? : ...**

C. **conjecturer ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite en fonction de** u_0 **:**

ii. **régler :** $a = 2$; $b \neq 0$; $u_0 = 4$

A. **donner alors la formule de récurrence simplifiée de la suite** $u_{n+1} = ...$

B. **conjecturer avec soins ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite en fonction de** b **:**

(h) **avec** $\boxed{a = -0,8 \quad ; \quad b = 7,2 \quad ; \quad u_0 = 20}$

i. **conjecturer ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite**

ii. **conjecturer ce qui semble se passer pour le sens de variation et la limite en fonction de** u_0 **:**

(i) **Ce jour un site a eu 20 milliers de visites, chaque jour 20% des visiteurs de la veille ne "reviennent pas" mais 10 milliers de nouveaux visiteurs "se connectent"**
conjecturer ce que devient le nombre de visiteurs quotidiens ***(variations et limite)***

9.4 tp 4

TP : **Suites Numériques et Etudes de fonctions**

Le but est de déterminer le prix de vente d'un repas à emporter pour maximiser le bénéfice quotidien du vendeur

- **Le prix est initialement à $p_0 = 20$ € et il y a alors $N_0 = 0$ ventes par jour** ***(trop cher !)***
- **Pour chaque baisse de prix de 1 € , il y 10 ventes en plus par jour**
- **Chaque repas vendu engendre un coût de 5 €**
- **Le vendeur a de plus un coût fixe de 50 € par jour**

n **: le nombre de baisses de 1€**
P_n **: le prix du repas correspondant**
N_n **: le nombre de repas correspondant**
R_n **: la recette correspondante**
CV_n **: le coût variable correspondant**
CF_n **: le coût fixe quotidien correspondant**
CT_n **: le coût total quotidien correspondant**
B_n **: le bénéfice quotidien correspondant**

1. **Préparation de la feuille de calcul automatique**
   (a) **ouvrir une feuille de type tableur "LibreOffice Calc" et la sauvegarder dans "mes documents" dans le dossier "Maths" sous le nom "benefice_maximal"**
   (b) **recopier le tableau ci dessous**

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	P_n	N_n	R_n	CV_n	CF_n	CT_n	B_n
2	0	20	0			50		
3								
...								
22								

   i. **Quelle formule entrer en A3 pour obtenir les nombres de baisses de prix de 0 à 20** ***(au pas de 1)*** **dans la colonne A quand on tire la formule vers le bas ? : ...**
   ii. **Quelle formule entrer en B3 pour obtenir les prix des repas correspondants dans la colonne B quand on tire la formule vers le bas parmi les formules suivantes ?**
   = B2-A3 **= B2-A$3** **= B$2-A3** **= B$2-A$3**
   iii. **Quelle formule entrer en C3 pour obtenir les nombres de repas correspondants dans la colonne C quand on tire la formule vers le bas parmi les formules suivantes ?**
   = C2 +10*A3 **= C$2 +10*A3** **= C2 +10*A$3** **= C$2 +10*A$3**
   iv. **Quelle formule entrer en D2 pour obtenir les recettes correspondantes dans la colonne D quand on tire la formule vers le bas ? : ...**
   v. **Quelle formule entrer en E2 pour obtenir les coûts variables dans la colonne E quand on tire la formule vers le bas parmi les formules suivantes ?**
   = C2 *50 **= C$2 *50** **= C2 *5** **= C$2 *5**
   vi. **Quelle formule entrer en F3 pour obtenir les coûts fixes dans la colonne F quand on tire la formule vers le bas ? : ...**
   vii. **Quelle formule entrer en G2 pour obtenir le coût total dans la colonne G quand on tire la formule vers le bas ? : ...**
   viii. **Quelle formule entrer en H2 pour obtenir le bénéfice dans la colonne H quand on tire la formule vers le bas ? : ...**

   (c) **Construire la courbe du bénéfice B_n en fonction de n en utilisant les outils graphiques**
   (d) **en utilisant les résultats précédents, et en changeant éventuellement des valeurs dans certaines cellules, répondez à chacune des questions suivantes**
   i. **Quel est le bénéfice pour une baisse de 5 € ? : ...**
   ii. **Quel est le bénéfice pour une baisse de 15 € ? : ...**
   iii. **Quels prix de ventes donnent un bénéfice de 450 euros ? : ...**
   iv. **Quel prix de vente exact donne un bénéfice maximal ? : ...** **et quel est ce bénéfice ? : ....**
   v. **Quels prix de ventes (à 0,01 € près) donnent un bénéfice nul (à 0,2 € près) ? : ...**

2. **Etude algébrique du bénéfice**

   Soit x la baisse de prix
   On admet que le bénéfice est donné en fonction de x par $B(x) = -10x^2 + 150x - 50$

   (a) **Calculer $B'(x)$**

   (b) **Etudier l'annulation de $B'(x)$**

   (c) **Donner le tableau de signes de $B'(x)$ pour $x \in [0; 20]$**

   (d) **Donner le tableau de variations complet de $B(x)$ pour $x \in [0; 20]$**

   (e) **Quel est le bénéfice maximum et ceci pour quelle valeur de x ?**

   (f) **est-ce en accord avec le résultat trouvé avec le tableur ? : ...**

3. **Questions diverses**

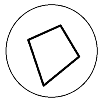
   (a) **Quel est le taux d'évolution du bénéfice lorsque le prix du repas passe de 19€ à 13€ ? (à 1%) près**

   (b) **Préciser la nature, le premier terme, la raison et le sens de variation des suites (Pn), (N_n) et (CF_n)**

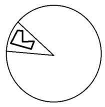
9.5 tp 5

Existe t-il :

un polygône de 1000 km de périmètre sur un confetti circulaire de 1cm de diamètre ?



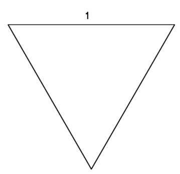
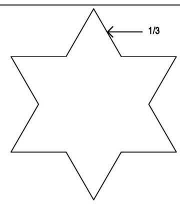
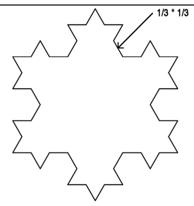
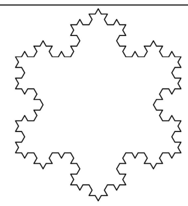
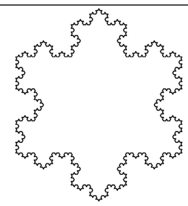
un polygône de $1000 \times 10 =$ 10 000 km de longueur sur un quartier d'un 10^e du confetti précédent ?



un polygône de $1000 \times 100 =$ 100 000 km de longueur sur un quartier d'un 100^e du confetti précédent ? ...

Bref un polygône de périmètre aussi grand que l'on veut sur un quartier d'un aussi petit que l'on veut de notre confetti ?

1. **Flocon de Koch sans réduction**

P_0	P_1	P_2	P_3	P_4
				
$l_0 = \mathbf{1}$	$l_1 = \frac{1}{3}$	$l_2 = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$	...	...
$N_0 = 3$	$N_1 = 3 \times 4 = 12$	$N_2 = 3 \times 4^2 = 48$	...	...

On part d'un polygône P_0 égal à un triangle équilatéral de coté 1.
Le polygône P_1 s'obtient en construisant un petit triangle équilatéral sur chacun des cotés, en son centre, et de coté $\frac{1}{3}$ du coté du polygône précédent. et ainsi de suite,
On obtient une suite de polygônes : $P_0,\ P_1,\ P_2,\ ...$
que deviennent les périmètres et aires des polygônes quand n est de plus en plus grand ?
l_n est la longueur du coté du polygône au rang n,
N_n est le nombre de cotés du polygône au rang n

(a) **Suite des périmètres :**

i. **compléter le tableau suivant**

n	longueur coté : l_n	nombre de cotés N_n	Périmètre : p_n
0	1	3	$3 \times 1 = 3$
1	$1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	3×4	$3 \times 4 \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{4}{3}$
2	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = (\frac{1}{3})^2$	3×4^2	$3 \times 4^2 \times (\frac{1}{3})^2 = 3 \times (\frac{4}{3})^2$
3	$(\frac{1}{3})^3$	3×4^3	$3 \times 4^3 \times (\frac{1}{3})^3 = 3 \times (\frac{4}{3})^3$
4			
5			

ii. **donner l'expression de p_n en fonction de n**

iii. **préciser la nature de la suite (p_n) au maximum avec toutes ses caractéristiques**

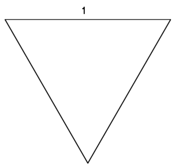
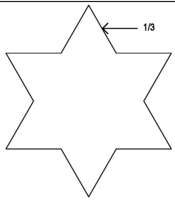
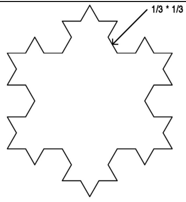
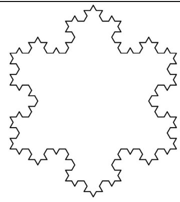
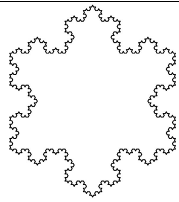
iv. **quel est le sens de variation de la suite (p_n) ?**

v. **avec pour unité le centimètre, calculer le périmètre du polygône P_{80} à 1km près ?**
combien de tours de terre cela fait-il avec une terre sphérique de rayon 6400 km ?
est-il possible de le dessiner au crayon de bois ?

vi. déterminer n pour que le périmètre de P_n dépasse la distance terre-Soleil qui est d'environs 150 millions de km

vii. que vaut la limite de p_n quand n tend vers $+\infty$?
que cela signifie t-il concrètement ?

(b) **Suite des aires :**

P_0	P_1	P_2	P_3	P_4
				
$N_0 = 1$	$N_1 = 3$	$N_2 = 3 \times 4 = 12$	$N_3 = 3 \times 4^2 = 48$	...
$a_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$	$a_1 = 3 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{9})$	$a_2 = 12 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\frac{1}{9})^2)$	...	...

P_0, P_1, ... sont les polygônes obtenus
N_n est le nombre de petits triangles ajoutés au total au rang n ou encore le nombre de cotés du polygône précédent
a_n est l'aire de chacun des triangles ajoutés au rang n

i. Démontrer que la hauteur de P_0 vaut $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$ en utilisant le Théorème de Pythagore,

en déduire que l'aire A_0 de P_0 est égale à $A_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

ii. Rappel : chaque petit triangle ajouté est, pour ce qui est des longueurs, une réduction d'un facteur $\frac{1}{3}$ du triangle ajouté précédent, son aire est donc égale à $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ de l'aire du triangle ajouté précédent

Démontrez que l'aire A_1 de P_1 est égale à $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

iii. compléter le tableau ci dessous

n	triangles ajoutés : N_n	aire ajoutée a_n	Aire totale A_n
0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{4}$
1	3	$3 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{9})$	$\frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{9})$
2	3×4	$3 \times 4 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\frac{1}{9})^2)$	$\frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{9}) + 3 \times 4 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\frac{1}{9})^2)$
3			
4			

iv. vérifier que $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}[1 + \frac{1}{3}]$

v. vérifier que $A_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}[1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{9}]$

vi. vérifier que $A_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}[1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}(\frac{4}{9} + (\frac{4}{9})^2]$

vii. on trouve de même pour $n \geq 2$ que $A_n = \frac{\sqrt{3}}{4}[1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}(\frac{4}{9} + (\frac{4}{9})^2 + ... + (\frac{4}{9})^{n-1})]$

Montrer que $\frac{4}{9} + (\frac{4}{9})^2 + (\frac{4}{9})^3 + ... + (\frac{4}{9})^{n-1} = \frac{4}{5}(1 - (\frac{4}{9})^{n-1})$

en déduire que $A_n = \frac{2\sqrt{3}}{5} - \frac{\sqrt{3}}{15} \times (\frac{4}{9})^{n-1}$

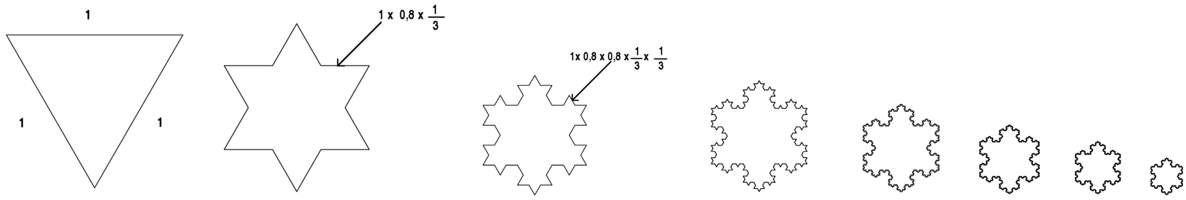
puis que $A_n = \dfrac{2\sqrt{3}}{5} - \dfrac{3\sqrt{3}}{20} \times (\dfrac{4}{9})^n$

viii. Calculer A_{20} et A_{100} à 10^{-4} près

ix. que vaut la limite de A_n quand n tend vers $+\infty$? (valeur exacte puis à 10^{-3} près)

(c) pour conclure, plus n est grand et plus le périmètre ... et plus l'aire ...

2. **Flocon de Koch avec réduction**



On part d'un polygône P'_0 égal à un triangle équilatéral de coté 1.
Le polygône P'_1 s'obtient en réduisant chacun des cotés de P'_0 de 20% puis en construisant un petit triangle équilatéral sur chacun des cotés, en son centre, et de coté $\dfrac{1}{3}$ du coté du polygône réduit. et ainsi de suite,
On obtient une suite de polygônes : $P'_0,\ P'_1,\ P'_2,\ ...$
On s'intéresse à ce que deviennent les périmètres et aires des polygônes obtenus quand n est de plus en plus grand !
On remarque que :
P'_0 et P_0 sont identiques
P'_1 est P_1 réduit de 20% *(pour les longueurs)*
P'_2 est P_2 réduit deux fois de 20% *(pour les longueurs)*
P'_3 est P_3 réduit trois fois de 20% *(pour les longueurs)*
...

(a) Suite des périmètres :
soient p'_n et p_n les périmètres respectifs de P'_n et P_n
On a
$p'_0 = p_0 \qquad p'_1 = \dfrac{8}{10} \times p_1 \qquad p'_2 = (\dfrac{8}{10})^2 \times p_2 \qquad ... \qquad p'_n = (\dfrac{8}{10})^n \times p_n$

i. en utilisant les résultats de la partie 1. , montrer que $p'_n = 3 \times (\dfrac{16}{15})^n$

ii. que se passe t-il pour le périmètre quand n est de plus en plus grand ? *(justifier)*

(b) Suite des aires :
soient A'_n et A_n les aires respectives de P'_n et P_n
On a
$A'_0 = A_0 \qquad A'_1 = (\dfrac{64}{100}) \times A_1 \qquad A'_2 = (\dfrac{64}{100})^2 \times A_2 \qquad ... \qquad A'_n = (\dfrac{64}{100})^n \times A_n$

i. en utilisant les résultats de la partie 1. , montrer que $A'_n = \dfrac{2\sqrt{3}}{5} \times (\dfrac{64}{100})^n - \dfrac{3\sqrt{3}}{20} \times (\dfrac{256}{900})^n$

ii. que se passe t-il pour l'aire quand n est de plus en plus grand ? *(justifier)*

3. **conclusion**

(a) qu'a de particulier la suite des polygônes (P'_n) ?

9.6 tp 6 : Comparaison de Suites Arithmétiques

Vous êtes chargé d'étudier l'évolution des nombres de patients dans deux hopitaux A et B à partir de l'année 2010. On dispose du tableau ci dessous

	A	B	C
1		Bilan Hopital A	Bilan Hopital B
2	n : nombre d'années depuis l'année 2010	Un : nombre de patients de l'année	Vn : nombre de patients de l'année
3	0	36512	60515
4	1	38012	59865
5	2	39512	59215
6	3	41012	58565
7	4	42512	57915
8	5	44012	57265

1. **lecture et analyse du tableau**
   (a) **combien de patients dans les hopitaux en 2010 ? : Hopital A : ... Hopital B : ...**
   (b) **quel est le nombre contenu dans la cellule B5 ? : ...**
   interprétez ce nombre : ...
   (c) $U_0 = ...$ **et** $V_0 = ...$
   (d) **dans la cellule F4, entrer la formule :** $\boxed{= \text{B4-B3}}$ **puis tirer la formule jusqu'à F8**
   que remarque t-on ? : ...
   quelle est alors la nature de la suite (U_n) **? son premier terme ? sa raison ? : ...**
   justifier : ...
   (e) **quelle formule entrer dans la cellule G4 ? : ...**
   tirer la formule jusqu'à G8
   que remarque t-on ? : ...
   quelle est alors la nature de la suite (V_n) **? son premier terme ? sa raison ? : ...**
   justifier : ...
2. **Tableau des prévisions pour les années futures si les suites restent de même natures**
   (a) **quelle formule entrer dans la cellule B9 pour obtenir automatiquement le nombre de patients ? : ...**
   nombre de patients obtenu : ...
   tirer cette formule jusqu'à la ligne 20
   (b) **quelle formule entrer dans la cellule C9 pour obtenir automatiquement le nombre de patients ? :...**
   nombre de patients obtenu : ...
   tirer cette formule jusqu'à la ligne 20
   (c) **obtenir les année dans la colonne A jusqu'à la ligne 20**
3. **Graphiques des prévisions pour les années futures si les suites restent de même natures**
   (a) **obtenez le graphique d'évolution des nombres de patients en fonction des anneres**
   -> sélectionner la plage de cellules A2 :C20 *(clic gauche maintenu de A2 à C20)*
   -> Insertion
   -> Objet -> Diagramme -> XY (dispersion)
   -> suivant ... *(mettre un titre et une légende aux axes X et axe Y)*
   -> Terminer
   (b) **quels types de courbes obtient-on ? : ...**

4. **Etude des prévisions grâce au tableau et (ou) au graphique**
   (a) **Déterminer l'année à partir de laquelle l'hopital A dépassera sa capacité maximale d'accueil de 60000 patients en justifiant : ...**

   (b) **Déterminer l'année à partir de laquelle l'hopital B passera sous le "seuil d'alerte" de 50000 patients en justifiant : ...**

   (c) **Déterminer l'année ou l'hopital A dépassera l'hopital B en justifiant : ...**

5. **Etude des prévisions grâce à l'algèbre**
   (a) **donner la formule explicite de U_n en fonction de n : $U_n = ...$**

   (b) **donner la formule explicite de V_n en fonction de n : $V_n = ...$**

   (c) **résoudre l'équation $U_n = 60000$**

   retrouve t-on le résultat du 4.(a) ?
   : ...

   (d) **résoudre l'équation $V_n = 50000$**

   retrouve t-on le résultat du 4.(b) ?
   : ...

   (e) **résoudre l'équation $U_n = V_n$**

   retrouve t-on le résultat du 4.(c) ?
   : ...

6. **Etude du total de patients**
   (a) **obtenez le nombre total de patients pour chacun des hopitaux sur la période 2000-2020**
   Hopital A :...
   Hopital B :...
   Expliquez comment vous avez procédé :
   ...

10 sujets de bac

10.1 bac 1 et 2

Bac 1 :

En juin 2013 le nombre de cartes SIM en service en France est de 74,8 millions
On suppose qu'à partir de juin 2013 le nombre de cartes SIM en service en France augmente chaque semestre de 3 %.
On note u_n le nombre de cartes SIM en service en France métropolitaine, exprimé en millions, à la fin du n-ième semestre après juin 2013
On définit ainsi la suite (u_n) avec $u_0 = 74,8$ et u_1 est le nombre de cartes SIM en service en France métropolitaine en décembre 2013.

1. **Montrer que la suite (u_n) est géométrique et déterminer sa raison.**
2. **Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n**
3. **Exprimer u_n en fonction de n**
4. **Calculer u_4 . Donner son arrondi au dixième de million et interpréter le résultat**
5. **Résoudre l'inéquation : $74,8 \times 1,03^n \geqslant 100$. Interpréter le résultat**

Bac 2 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées, une seule de ces affirmations est exacte.
Le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.
Les questions sont indépendantes.

1. **La suite (u_n) est une suite arithmétique telle que : $u_1 = -10$ et $u_6 = 8$.**
   Sa raison est égale à :

   A. 3 **B.** -3 **C.** **3,6** **D.** $-3,6$.

2. **La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison -15 et telle que $u_1 = 1000$.**
   Le premier entier naturel n tel que $u_n \leqslant 250$ est :

   A. 49 **B.** 50 **C.** **51** **D.** 52.

3. **On sait que la population d'une ville était de 235000 habitants le 1er janvier 2013 et que cette population augmente de 1,5 % par an. Le 1er janvier 2020, une estimation de la population de cette ville, arrondie à l'unité, sera de :**

   A. 260814 **B.** 264726 **C.** 625105 **D.** 4015195.

4. **Dans le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul automatisé, se trouve le premier terme u_1 d'une suite géométrique (u_n) de raison 0,8. On a $u_1 = 150$.**

	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6
2	150					

   La formule à entrer dans la cellule B2, destinée à être recopiée vers la droite jusqu'à la cellule F2 et qui permet d'afficher les termes suivants de cette suite, est :

   A. =$ A2*0,8 **B.** =A2*0,8 **C.** =150*$A1 **D.** =A2*0,8^A1

5. **Dans le tableau ci-dessus, quelle valeur doit-on trouver dans la cellule F2 ?**

   A. 39,3216 **B.** 49,152 **C.** 61,44 **D.** 154

10.2 bac 3

Bac 3 :

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de tableur, donne l'évolution du nombre de mariages en France de 2007 à 2011.

	A	B	C	0	E	F
1	Année	2007	2008	2009	2010	2011
2	Nombre de mariages	273669	265404	251478	251654	236826
3	Taux d'évolution par rapport à l'année précédente		$-3,02\,\%$	$-5,25\,\%$	$0,07\,\%$	$-5,89\,\%$

Source : INSEE, estimations de population-statistiques de l'état civil

On précise que les cellules C3 à F3 ont au format pourcentage avec deux décimales.

1. Une formule a été saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers la droite jusqu'à la cellule F3 pour calculer le taux d'évolution du nombre de mariages en France entre deux années consécutives de 2007 à 2011.

   Parmi les formules ci-dessous, une et une seule est exacte.

   a. =(C2-B2)/C2 b. =C2/B2 c. =(C2-\$B2)/\$ B2 d. =(C2-B2)/B2.

2. Montrer que le nombre de mariages en France a baissé d'environ 13,46 % entre 2007 et 2011.
3. On considère qu'à partir de 2011, le nombre de mariages continue à baisser chaque année de 3,55 %. Pour tout entier n positif ou nul, on note u_n le nombre de mariages en France pour l'année (2011+n). Ainsi $u_0 = 236826$.

   (a) À l'aide de ce modèle, estimer le nombre de mariages en France en 2012.

   (b) Justifier pour tout entier n l'égalité : $u_{n+1} = 0,9645 \times u_n$

   (c) En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

   (d) Pour tout entier n, exprimer u_n en fonction de n.

   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

   (a) Selon ce modèle, à partir de quelle année le nombre de mariages en France deviendrait-il inférieur à 200000 ?

Bac 4 :

Durant l'année 2013, un particulier faisait 8 heures de sport chaque mois. À partir de janvier 2014, il décide d'augmenter de 10 % chaque mois son temps de pratique sportive mensuel.

(a) Calculer son nouveau temps de pratique sportive pour le mois de janvier 2014, exprimé en heures et en minutes.

(b) On désigne par l'entier naturel n le rang du mois et par u_n le temps de pratique sportive, en heures, du mois de rang n.

Ainsi u_0 est égal à 8 et u_1 désigne le temps de pratique sportive pour le mois de janvier 2014.

Expliquer pourquoi $u_n = 8 \times 1,1^n$.

(c) Quel sera le temps de pratique sportive mensuel du particulier en décembre 2014 ?

On arrondira le résultat à l'heure.

(d) Après consultation de son médecin, il lui est conseillé de ne pas dépasser 16 heures mensuelles de pratique sportive. À partir de quel mois, dépassera-t-il cette limite ? Détailler la méthode utilisée.

11 Activités interdisciplinaires

11.0.1 travail 1 : (prévisions avec courbes de tendance)

Nom, Prénom, Classe : ....

AI Maths : **Travail 1** *(prévisions avec courbe de tendance)*

<u>But :</u>
Dans le cadre de vos activités interdisciplinaires, le travail suivant consiste à :

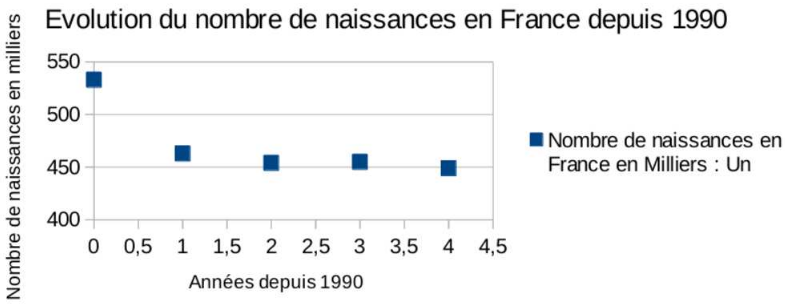
1. **Trouver des données numériques chronologiques** *(jusqu'à 2016 si possible)* **concernant votre sujet.**
   Par exemple, on trouve des données concernant le nombre de naissances en France sur le site de l'I.N.S.E.E.
2. **Regrouper ces données dans un tableau** *(dans un tableur) (une colonne pour le nombre d'années depuis ... et une autre pour vos valeurs)*

exemple :

	A	B
1	Nombre d'années depuis 1990 : n	Nombre de naissances en France en Milliers : Un
2	0	533
3	1	463
4	2	454
5	3	455
6	4	449

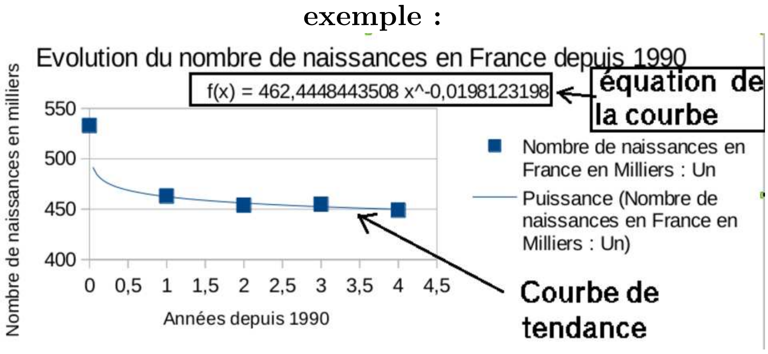
3. **Obtenir un graphique légendé en rapport avec les données numériques précédentes**

exemple :



4. **Obtenir une courbe de tendance bien adaptée avec ce graphique** *(donnée par le tableur)*
5. **Trouver l'équation de cette courbe de tendance** *(donnée par le tableur)*

exemple :



-> **Clic gauche sur un point du graphique**
-> **Clic droit : insérer une courbe de tendance**
-> **Choisir un type de courbe** *(linéaire, puissance, exponentiel, ...)*
-> **Afficher l'équation de la courbe**
-> **Valider**

6. **Utiliser la formule précédente pour compléter le tableau de valeurs pour le futur** *(faire une prévision pour 2017 ? ...)*

exemple :

avec la formule : $\boxed{f(x) = 462,44 \times x^{-0,0198}}$

	A	B
1	Nombre d'années depuis 1990 : n	Nombre de naissances en France en Milliers : Un
2	0	533
3	1	463
4	2	454
5	3	455
6	4	449
7	5	=462,44*A7^-0,0198
8	6	on entre la
9	7	formule en
10	8	rapport avec
11	9	
12	10	l'équation
13		puis on tire vers
14		
15		le bas pour
16		
17		faire des prévisions

ce qui donne

	A	B
1	Nombre d'années depuis 1990 : n	Nombre de naissances en France en Milliers : Un
2	0	533
3	1	463
4	2	454
5	3	455
6	4	449
7	5	447,9358132438
8	6	446,321695028
9	...	...
28	26	433,5497301287
29	27	433,2258774262
30	En 2017 environs 433,22 milliers	
31		

7. **Utiliser la formule, le tableau de valeur ou la formule trouvée pour déterminer en quelle année un certain seuil serait atteint.** *(en quelle année va t-on dépasser la valeur ... ?)*

exemple :

	A	B
1	Nombre d'années depuis 1990 : n	Nombre de naissances en France en Milliers : Un
2	0	533
3	1	463
4	2	454
9	...	...
41	39	430,0830365127
42	40	429,8674930996
43	On passe en dessous des	
44	430 000 naissances en	
45		
46	2030 ! ?	

Remarques : les calculs ci dessus sont valables seulement si la courbe de tendance est bien adaptée

8. **Ceci en rédigeant dans un document numérique :**
   (a) **l'origine de vos données numériques** *(quel site ? document ? ...)*
   (b) **la démarche suivie** *(tableau, courbe, courbe de tendance, équation...)*
   (c) **les explications et commentaires** *(tableaux et graphiques inclus)*
   (d) **une remarque concernant les hypothèses et prévisions que vous avez faites**
   (e) **le tout à sauvegarder dans votre dossier d'AI**