Fonctions affines

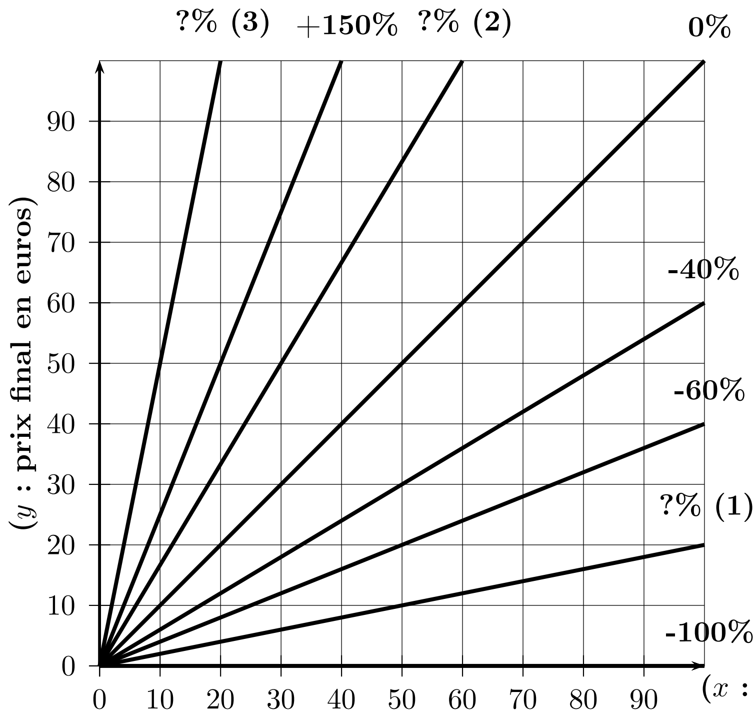
Table des matières

1 fonction linéaire, fonction constante, fonction affine

1.1 activités

1.1.1 activité 1 : fonction linéaire et variation en pourcentage

1. cas particulier d'une augmentation de 25%
   (a) montrer qu'un prix initialement à 40 €, augmenté de 25% donne un prix de 50 €
   (b) montrer qu'un prix initialement à x €, augmenté de 25% donne un prix de $1,25x$ €
   (c) on définit ainsi une fonction p qui à un prix initial x associe un prix final $p(x) = 1,25x$ où x est un nombre réel positif, préciser la nature de cette fonction.
2. cas particulier d'une baisse de 20%
   (a) calculer le prix final d'un prix initialement à 50 €, suite à une baisse de 20%
   (b) exprimer le prix final $p(x)$ en fonction du prix initial x pour $x \geq 0$
   (c) préciser la nature de la fonction obtenue
3. cas général d'une variation de t% ou $t \in [-100\%; +\infty[$
   (a) suite à une évolution de t%, montrer que le prix final $p(x)$ en fonction du prix initial x pour $x \geq 0$ est $p(x) = (1 + \frac{t}{100})x$ et préciser la nature de la fonction
   (b) quelle formule entrer dans la cellule B3 du tableur ci dessous pour d'obtenir les valeurs de $p(x)$ dans la colonne B ?
4. étude graphique
   on dispose ci dessous de représentations graphiques des fonctions donnant le prix final en fonction du prix initial pour différents pourcentages.



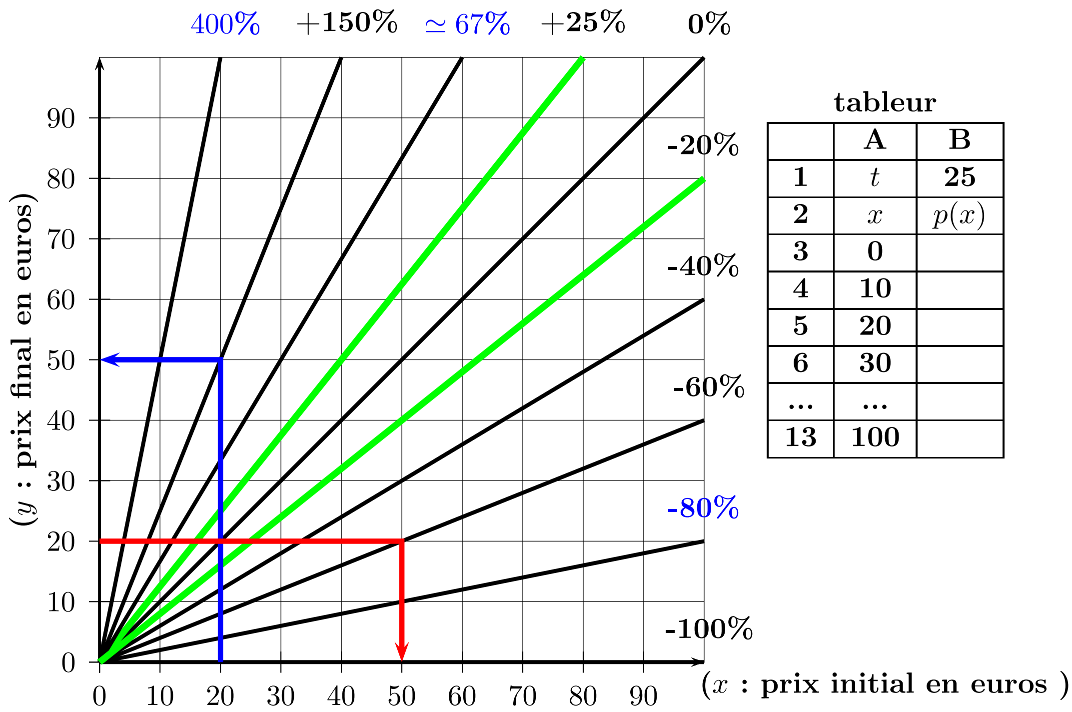
tableur

	A	B
1	t	25
2	x	$p(x)$
3	0	
4	10	
5	20	
6	30	
...	...	
13	100	

   (a) utiliser le graphique pour trouver :
      i. le prix final d'un prix initial de 20 €, augmenté de 150 %
      ii. le prix initial d'un prix final de 20 €, obtenu suite à une baisse de 60 %
   (b) rappeler la formule qui correspond à une hausse de 25% et tracer la courbe ci dessus
   (c) de même pour une baisse de 20%
5. déterminer les formules des fonctions qui correspondent aux droites repérées par (1), (2) et (3) ainsi que les pourcentages qui manquent
6. écrire un algorithme qui calcul le prix final connaissant le prix initial et le pourcentage de variation

1.1.2 corrigé activité 1

1. **cas particulier d'une augmentation de 25%**
   (a) **40 €, augmenté de 25% donne :** $40 + \frac{25}{100} \times 40 = 40 + 10 = 50$
   (b) x **€, augmenté de 25% donne :** $x + \frac{25}{100} \times x = x + 0,25x = 1,25x$
   (c) **on définit ainsi une fonction p qui à un prix initial x associe un prix final $p(x) = 1,25x$ où x est un nombre réel positif, préciser la nature de cette fonction. :**
   p est une fonction linéaire car, $p(x) = ax$ **avec** $a = 1,25$
2. **cas particulier d'une baisse de 20%**
   (a) **50 €, baissé de 20% donne :** $50 - \frac{20}{100} \times 50 = 50 - 10 = 40$
   (b) x **€ baissé de 20% donne :** $x - \frac{20}{100} \times x = x - 0,20x = 0,8x$
   (c) **p est une fonction linéaire car,** $p(x) = ax$ **avec** $a = 0,8$
3. **cas général d'une variation de t% ou $t \in [-100\%; +\infty[$**
   (a) **suite à une évolution de t%, montrer que le prix final $p(x)$ en fonction du prix initial x pour $x \geq 0$ est $p(x) = (1 + \frac{t}{100})x$ et préciser la nature de la fonction**
   x **€ baissé de t% donne :** $x + \frac{t}{100} \times x = x(1 + \frac{t}{100})$
   (b) p **est une fonction linéaire car,** $p(x) = ax$ **avec** $a = \frac{t}{100}$
   (c) **quelle formule entrer dans la cellule B3 du tableur ci dessous pour d'obtenir les valeurs de $p(x)$ dans la colonne B ?**
   B3 = A3*(1+B$1/100) **ou bien** **B3 = A3 + (B$1/100)*A3**
4. **étude graphique**
   on dispose ci dessous de représentations graphiques des fonctions donnant le prix final en fonction du prix initial pour différents pourcentages.



tableur

	A	B
1	t	25
2	x	$p(x)$
3	0	
4	10	
5	20	
6	30	
...	...	
13	100	

   (a) **utiliser le graphique pour trouver :**
      i. **le prix final d'un prix initial de 20 €, augmenté de 150 % :** **50 €**

ii. le prix initial d'un prix final de 20 €, obtenu suite à une baisse de 60 % : 50 €

(b) rappeler la formule qui correspond à une hausse de 25% et tracer la courbe ci dessus

$p(x) = 1,25x$

tableau de valeurs pour construire la courbe :

x	0	40	80
$p(x) = 1,25x$	0	50	100

(c) de même pour une baisse de 20%

$p(x) = 0,8x$

tableau de valeurs pour construire la courbe :

x	0	50	100
$p(x) = 0,8x$	0	40	80

5. déterminer les formules des fonctions qui correspondent aux droites repérées par (1), (2) et (3) ainsi que les pourcentages qui manquent

pour (1) :

$p(x) = ax$

or $p(100) = 20$

donc $a \times 100 = 20$

donc $a = \dfrac{20}{100} = 0,2$

donc $p(x) = 0,2x$ baisse de 80%

pour (2) : $p(x) = \dfrac{100}{60}x$ hausse de $\simeq 67\%$

pour (3) : $p(x) = 5x$ hausse de 400%

6. écrire un algorithme qui calcul le prix final connaissant le prix initial et le pourcentage de variation

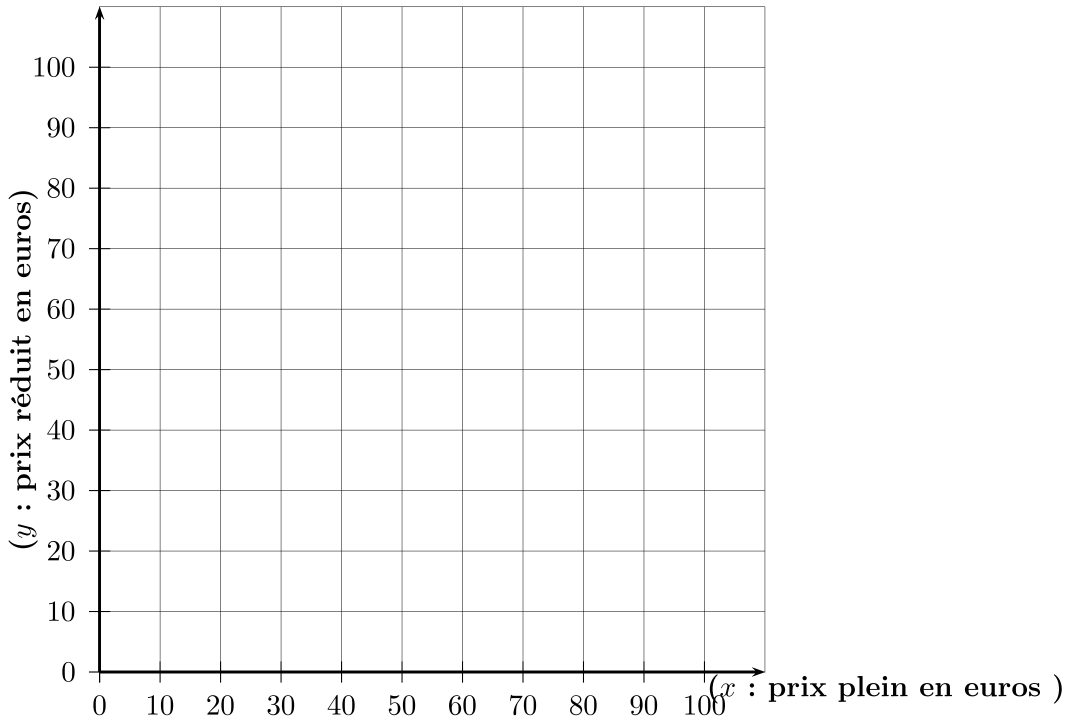
```
début
        var prix_initial ;
        var pourcentage ;
        var prix_final ;

        entrer prix_initial ;
        entrer pourcentage ;
        prix_final = prix_initial + prix_initial *(pourcentage/100) ;
        sortir prix_final ;
fin
```

1.1.3 activité 2 : fonction affine linéaire

Voici quelques valeurs donnant le prix réduit y (en euros) d'un article après la réduction en fonction du prix plein avant la réduction.

$x =$ prix plein	10	20	30	40	50
$y =$ prix réduit	8	16	24	32	40

1. représenter graphiquement les points associés au tableau dans le repère ci dessous.



   a. que semble t-il pour l'alignement des points et quelle semble être la nature de la courbe obtenue ?

   b. estimer grâce à cette courbe hypothétique et à 1 euro près :

      i. le prix réduit associé à un prix plein de 60 euros, de 67 euros.

      ii. le prix plein associé à un prix réduit de 60 euros, de 67 euros.

      iii. le prix plein à partir duquel le prix réduit dépasse 80 euros

2. à chaque prix plein x correspond un prix réduit $y = f(x)$ qui dépend de x, considérons que la courbe soit une *droite qui passe par l'origine du repère*, cherchons une formule qui permet de calculer le prix réduit $y = f(x)$ à partir du prix plein x.

   a. sous l'hypothèse précédente,quelle est la nature de la fonction f ?
   trouver l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

   b. calculer $f(67)$ et comparer au résultat du 1.b.i.

   c. résoudre l'équation $f(x) = 67$ et comparer au résultat du 1.b.ii.

   d. résoudre l'inéquation $f(x) \geq 80$ et comparer au résultat du 1.b.iii.

3. montrer que le prix plein subit en fait une baisse de 20 %

4. un autre magasin baisse les prix de 60 %, soit x le prix plein et $g(x)$ le prix réduit :

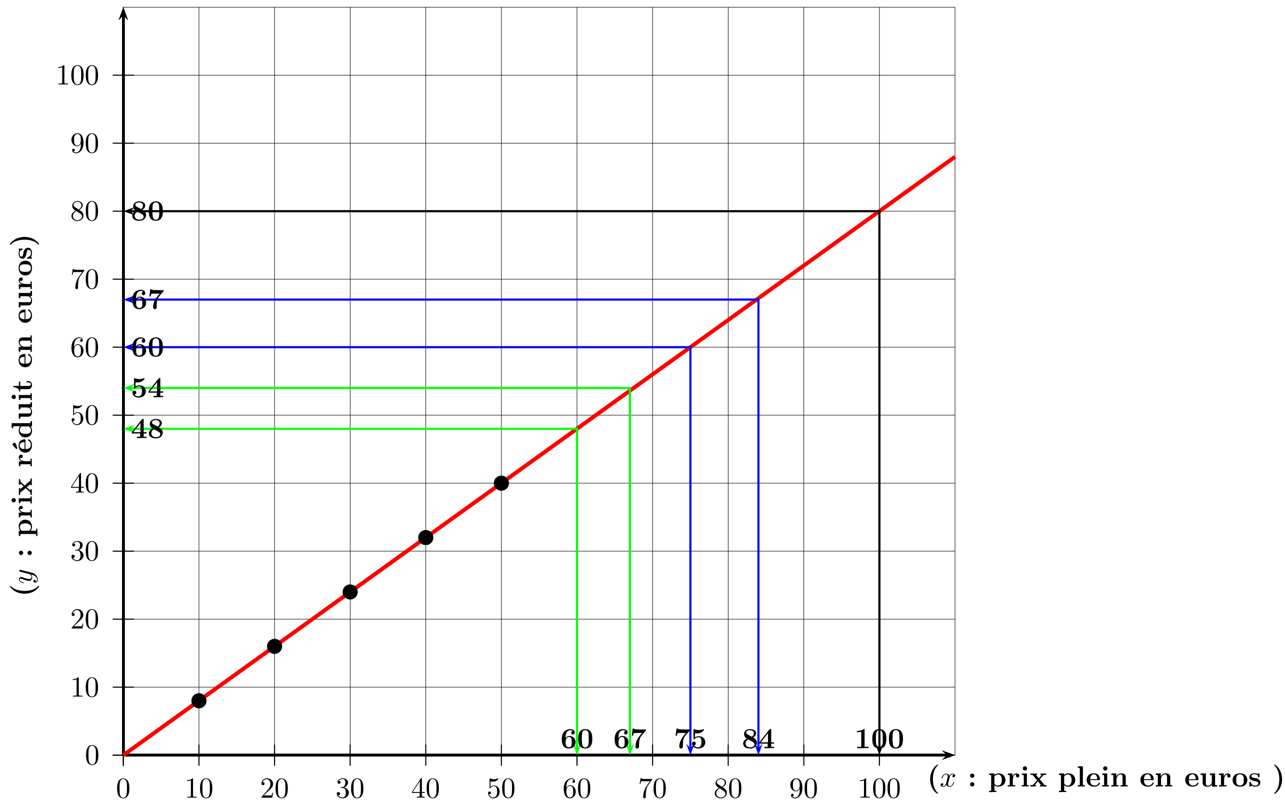
   a. donner la formule de $g(x)$ en fonction de x

   b. construire la courbe de la fonction g dans le repère précédent et comparer les deux courbes.

5. écrire un algorithme qui, à partir du pourcentage de baisse et du prix réduit retrouve le prix plein.

1.1.4 corrigé activité 2

1. **représentation graphique, on place les points dans le repère.**



a. **Il semble que les points sont alignés et que la courbe correspondante est une droite**

b. **Graphiquement, on détermine à 1 euro près que :** *(cf graphique)*

i. **le prix réduit associé à un prix plein de 60 euros est de** $\boxed{\simeq 48 \text{ euros}}$
le prix réduit associé à un prix plein de 67 euros est de $\boxed{\simeq 54 \text{ euros}}$

ii. **le prix plein associé à un prix réduit de 60 euros est de** $\boxed{\simeq 75 \text{ euros}}$
le prix plein associé à un prix réduit de 67 euros est de $\boxed{\simeq 84 \text{ euros}}$

iii. **le prix réduit dépasse 80 euros** **à partir d'un prix plein de 100 euros**

2. **soit f(x) l'expression du prix réduit en fonction du prix plein.**

a. **la courbe est une droite qui passe par l'origine du repère**
donc $\boxed{f \text{ est une fonction linéaire}}$
donc la formule de f **est de la forme** $\boxed{f(x) = ax}$
Pour calculer a = **pente de la droite** = **coefficient directeur on utilise la formule suivante en prenant deux points** $A(x_A;\ y_A)$ **et** $B(x_B;\ y_B)$ **sur la droite :**

$$\boxed{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}} \text{ où par exemple } \begin{cases} A(10;\ 8) \\ B(50;\ 40) \end{cases}$$

ce qui donne : $\boxed{a = \dfrac{40-8}{50-10} = 0,8}$ **d'où la formlule** $\boxed{f(x) = 0,8x}$

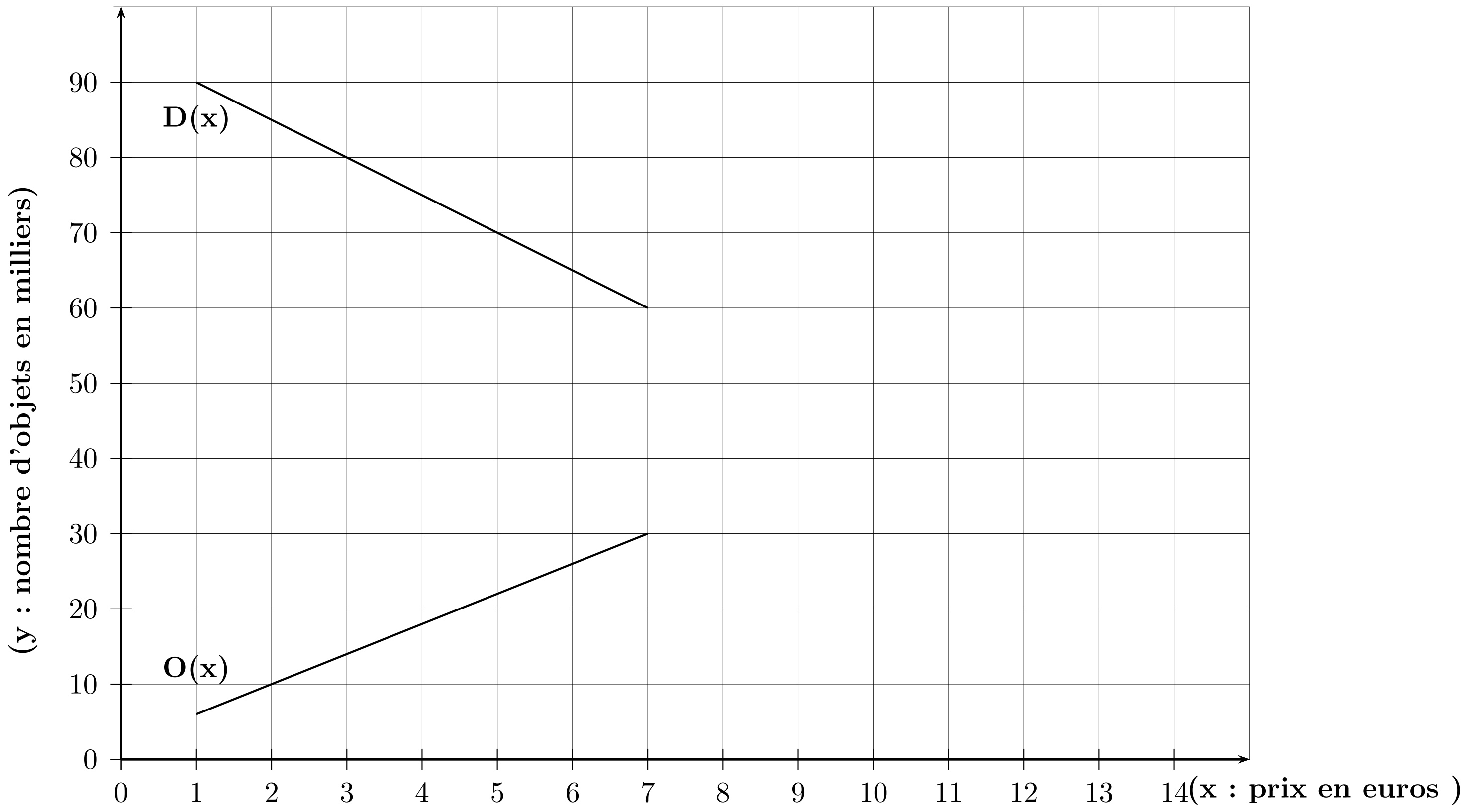
b. $f(67) = 0,8 \times 67 = \boxed{53,6}$ **qui est cohérent avec le résultat du 1.b.i.**

c. $f(x) = 67 \iff 0,8x = 67 \iff x = \dfrac{67}{0,8} = \boxed{83,75}$ **qui est cohérent avec le résultat du 1.b.ii.**

d. $f(x) \geq 80$

1.1.5 activité 3 : fonction affine non linéaire

Voici les évolutions des nombres d'offres O(x) (en milliers) et de demandes D(x) (en milliers) pour un certain objet en fonction du prix de vente x de cet objet sur le marché (en euros) pour x $\in [1;7]$.



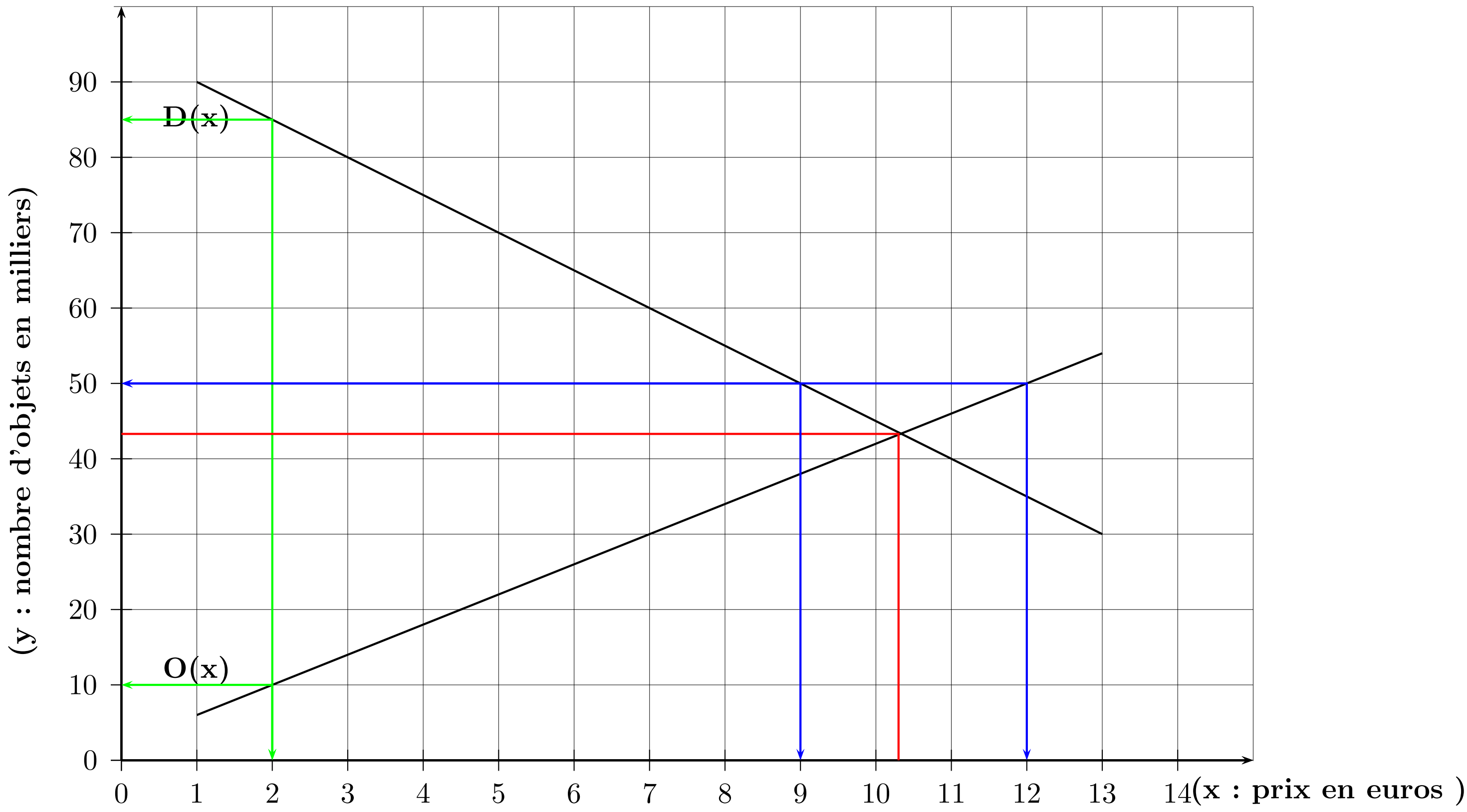
1. **graphiquement :**
   a. **estimer les nombres d'offres et de demandes pour un prix de ventes de 2 euros. la demande est-elle satisfaite pour un prix de 2 euros ?**
   b. **estimer le prix qui correspond à une offre de 50 milliers d'objets. la demande est-elle satisfaite pour ce prix ?**
   c. **estimer les prix qui correspondent à une demande d'au moins 50 milliers d'objets.**
   d. **estimer le prix d'équilibre du marché x_0 pour lequel l'offre égale la demande.**
   e. **estimer le prix pour lequel la demande est le double de l'offre.**

2. **considérons que les fonctions d'offre et de demande sont des fonctions affines sur $[1;14]$.**
   a. **déterminer les expressions de $O(x)$ et $D(x)$ en fonction de x.**
   b. **calculer $O(2)$ et $D(2)$ et comparer aux résultats du 1.a.**
   c. **résoudre l'équation $O(x) = 50$ et comparer au résultat du 1.b.**
   d. **résoudre l'inéquation $D(x) \geq 50$ et comparer au résultat du 1.c.**
   e. **déterminer algébriquement le prix d'équilibre du marché x_0, comparer au résultat du 1.d.**
   f. **retrouver algébriquement la réponse au 1.e.**
   g. **donner les sens de variation et les tableaux de variation des fonctions O et D sur $[1;14]$.**

3. **Soit la fonction E définie sur $[1;14]$ par $E(x) = D(x) - O(x)$.**
   a. **exprimer $E(x)$ en fonction de x et en déduire que E est une fonction affine.**
   b. **résoudre l'équation $E(x) = 0$, en déduire la valeur d'annulation de E et la comparer à x_0.**
   c. **résoudre l'inéquation $E(x) > 0$ et donner les solutions sous la forme d'un intervalle.**
   d. **résoudre l'inéquation $E(x) < 0$ et donner les solutions sous la forme d'un intervalle.**
   e. **donner le tableau de signes de $E(x)$ en fonction de x sur $[1;14]$ ainsi que les commentaires.**

1.1.6 corrigé activité 3

Voici les évolutions des nombres d'offres $O(x)$ (en milliers) et de demandes $D(x)$ (en milliers) pour un certain objet en fonction du prix de vente x de cet objet sur le marché (en euros) pour $x \in [1; 7]$.



1. **graphiquement :**
   a. **le nombre d'offres pour un prix de ventes de 2 euros est de 10 milliers.** ***(voir graphique)*** **le nombre de demandes pour un prix de ventes de 2 euros est de 85 milliers.*****(voir graphique)*** **la demande n'est pas satisfaite pour un prix de 2 euros car il y a plus de demandes que d'offres (85 $>$ 10)**

   b. **le prix qui correspond à une offre de 50 milliers d'objets est 12 euros** ***(voir graphique)*** **la demande est satisfaite pour ce prix car il y a plus d'offres que de demandes**

   c. **les prix qui correspondent à une demande d'au moins 50 milliers d'objets sont les prix compris entre 0 et 9 euros.**
   on note $x \in [0; 9]$

   d. **le prix d'équilibre du marché** x_0 **pour lequel l'offre égale la demande est** $x_0 \simeq 10,3$.

   e. **le prix pour lequel la demande est le double de l'offre est 7 euros (car** $60 = 2 \times 30$ **).**

2. **considérons que les fonctions d'offre et de demande sont des fonctions affines sur** $[1; 14]$.
   a. **expressions de** $O(x)$ **et** $D(x)$ **en fonction de** x.

   O **est affine donc** $O(x) = ax + b$ **avec :** $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{O(x_B) - O(x_A)}{x_B - x_A}$

   avec par exemple $A(2; 10)$ **soit** $x_A = 2$, $O(x_A) = y_A = 10$
   et $B(12; 50)$ **soit** $x_B = 12$, $O(x_B) = y_B = 50$

   ce qui donne : $a = \dfrac{50 - 10}{12 - 2} = 4$ **donc** $O(x) = 4x + b$

   de plus $y_A = O(x_A) = 4x_A + b$ **c'est à dire** $10 = 4 \times 2 + b$ **donc** $b = 10 - 8 = 2$

   conclusion : $O(x) = 4x + 2$

Par la même méthode, on trouve que $D(x) = -5x + 95$ **car**

$D(x) = ax + b$ **avec :** $a = \dfrac{y_D - y_E}{x_D - x_E} = \dfrac{O(x_D) - O(x_E)}{x_D - x_E}$

avec par exemple $D(1;90)$ $x_D = 1$, $O(x_D) = y_D = 90$
et $E(3;80)$ **soit** $x_E = 3$, $O(x_E) = y_E = 80$

ce qui donne : $a = \dfrac{80 - 90}{3 - 1} = -5$ **donc** $D(x) = -5x + b$

de plus $y_E = D(x_E) = -5x_E + b$ **c'est à dire** $80 = -5 \times 3 + b$ **donc** $b = 80 + 15 = 95$

conclusion : $D(x) = -5x + 95$

b. $O(2) = 4 \times 2 + 2 = 10$ **et** $D(2) = -5 \times 2 + 95 = 85$ **, cohérent avec les résultats du 1.a.**

c. $O(x) = 50$

$\Longleftrightarrow 4x + 2 = 50$

$\Longleftrightarrow x = \dfrac{50 - 2}{4} = 12$ **, cohérent avec le résultat du 1.b.**

d. $D(x) \geq 50$

$\Longleftrightarrow -5x + 95 \geq 50$

$\Longleftrightarrow -5x \geq 50 - 95$

$\Longleftrightarrow -5x \geq -45$

$\Longleftrightarrow x \leq \dfrac{-45}{-5}$

$\Longleftrightarrow x \leq 9$
ce qui est cohérent avec le résultat trouvé graphiquement.

e. le prix d'équilibre du marché est $x_0 = \dfrac{93}{9} \simeq 10,3$ **car :**
$4x + 2 = -5x + 95$

$\Longleftrightarrow 4x + 5x = 95 - 2$

$\Longleftrightarrow 9x = 93$

$\Longleftrightarrow x = \dfrac{93}{9} \simeq 10,3$ **cohérent avec le résultat du 1.d.**

1.1.7 activité 4 : formule $f(x) = ax + b$ connaissant deux nombres et leurs images

<u>Préliminaire 1 :</u> *(calcul mental automatique à savoir faire pour la suite...)*

1. $\dfrac{28-10}{10-8} = ...$ $\qquad \dfrac{100-86}{16-12} = ...$ $\qquad \dfrac{75-100}{12-2} = ...$

2. $18 - 8 \times 2 = ...$ $\qquad 10 - 4 \times 8 = ...$ $\qquad 10 - 3 \times 9 = ...$

<u>Préliminaire 2 :</u> *(formule à savoir appliquer automatiquement pour la suite...)*

sachant que $\boxed{a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$ et $\boxed{b = f(x_1) - ax_1}$ calculer a et b dans chacun des cas

1. $\begin{cases} f(10) = 28 \\ \text{et} \\ f(8) = 10 \end{cases}$ $\quad a = \dfrac{... - ...}{... - ...} = \dfrac{... - ...}{... - ...} = ...$ $\qquad b = .. - .. \times .. = .. - .. \times .. = ...$

2. $\begin{cases} f(2) = 7 \\ \text{et} \\ f(7) = 2 \end{cases}$ $\quad a = \dfrac{... - ...}{... - ...} = \dfrac{... - ...}{... - ...} = ...$ $\qquad b = .. - .. \times .. = .. - .. \times .. = ...$

3. $\begin{cases} f(8) = 12 \\ \text{et} \\ f(15) = 12 \end{cases}$ $\quad a = \dfrac{... - ...}{... - ...} = \dfrac{... - ...}{... - ...} = ...$ $\qquad b = .. - .. \times .. = .. - .. \times .. = ...$

<u>Préliminaire 3 :</u> *(pour comprendre pourquoi les formules précédentes sont vraies ...)*

1. compléter la suite de déductions logiques suivante

Si : $f(x_2) = ax_2 + b$ **et** $f(x_1) = ax_1 + b$

Alors : $f(x_2) - f(x_1) = ... \qquad - ...$

Alors : $f(x_2) - f(x_1) = ... \qquad - ...$

Alors : $f(x_2) - f(x_1) = ...$

Alors : $\dfrac{... \quad - \quad ...}{... \quad - \quad ...} = a$

Si : $f(x_1) = ax_1 + b$

Alors : $f(x_1) - \quad ... \qquad = b$

<u>Préliminaire 4 :</u> *(Q.C.M. pour apprendre les formules à connaître et à appliquer ensuite...)*

Questions	Réponses
1. si f est affine alors	☐ $a = \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_2 - x_1}$ ☐ $a = \dfrac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$ ☐ $a = \dfrac{f(x_4) - f(x_3)}{x_4 - x_3}$
2. si f est affine alors	☐ $b = f(x_1) - ax_2$ ☐ $b = f(x_3) - ax_3$ ☐ $b = ax_1 - f(x_1)$

<u>Préliminaire 5 :</u> *(et pour finir, une application complète de ce qu'il faut savoir ...)*

on sait que la fonction f est affine,

déterminer la formule $f(x) = ax + b$ après avoir détaillé les calculs de a et b sur le cahier.

1. $f(1) = 10$ et $f(3) = 15$
2. $f(10) = 1$ et $f(15) = 3$
3. $f(1) = 3$ et $f(15) = 3$

1.2 à retenir

<u>définition 1</u> : *(fonction linéaire)*

quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

$\boxed{f \text{ est une fonction linéaire sur } I}$ (Condition 1)

équivaut à

<u>il existe un nombre réel $a \in \mathbb{R}$,</u>
<u>quel que soit le nombre réel $x \in I$,</u> $\boxed{f(x) = ax}$ (Condition 2)

<u>remarques</u> :

i. le nombre a est appelé le "coefficient directeur"

ii. la définition ci dessus est une "proposition mathématique" qui est "posée pour vraie" sans aucune démonstration (comme un axiome)

iii. cette définition dit ceci :
quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$
si "f est linéaire sur I" alors "il existe $a \in \mathbb{R}$, quel que soit $x \in I$, $f(x) = ax$"
et réciproquement
si "il existe $a \in \mathbb{R}$, que quel que soit $x \in I$, $f(x) = ax$" alors "f est linéaire sur I"

iv. c'est à dire :
quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$
si la Condition 1 sur f est vraie alors la Condition 2 sur f est vraie
et réciproquement
si la Condition 2 sur f est vraie alors la Condition 1 sur f est vraie

v. ce que l'on note :

A. Condition 1 $\Longleftrightarrow$ Condition 2

B. (Condition 1 $\Longrightarrow$ Condition 2) et (Condition 2 $\Longrightarrow$ Condition 1)

<u>exemples</u> :

i. soit f une fonction linéaire sur $\mathbb{R}$
alors : $f(x) = 2x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ ou $f(x) = \dfrac{-\sqrt{2}}{3}x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ ou $f(x) = x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ ou ...

ii. soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4,5x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
alors f est linéaire sur $\mathbb{R}$ avec $a = -4,5$

iii. soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$,
montrons que f n'est pas une fonction linéaire sur $\mathbb{R}$.
pour cela, raisonnons par l'absurde :
(supposons que f soit une fonction linéaire et montrons que l'on abouti alors à une "absurdité", on pourra alors en déduire que "f n'est pas linéaire")
faisons l'hypothèse que f soit linéaire
alors il existe $a \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = ax$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
or $f(x) = x^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
pour $x = 1$, d'une part $f(1) = 1^2 = 1$ et d'autre part $f(1) = a \times 1 = a$ donc $f(1) = a = 1$
pour $x = 2$, d'une part $f(2) = 2^2 = 4$ et d'autre part $f(2) = a \times 2 = 2a$ donc $f(2) = 2a = 4$
donc $a = \dfrac{4}{2} = 2$
or on ne peut avoir en même temps $a = 2$ et $a = 1$ ("absurdité")
on en déduit que l'hypothèse initiale ne peut-être vraie, elle est donc fausse
conclusion : f n'est pas une fonction linéaire sur $\mathbb{R}$.

définition 2 : *(fonction constante)*

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

signifie que $\boxed{f \text{ est une fonction constante sur } I}$

il existe un nombre réel $b \in \mathbb{R}$ tel que :
quel que soit le nombre réel $x \in I$: $\boxed{f(x) = b}$

exemples :

i. **soit f constante sur $\mathbb{R}$**
alors pour tout $x \in I$, $f(x) = 2$ ou $f(x) = \dfrac{-\sqrt{2}}{3}$ ou $f(x) = 0$ ...

ii. **soit f telle que $f(x) = \pi$ pour tout $x \in \mathbb{R}$**
alors f est constante sur $\mathbb{R}$

iii. **soit f telle que $f(x) = x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$**
on montre "facilement" par l'absurde que f n'est pas constante sur $\mathbb{R}$

définition 3 : *(fonction affine)*

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

signifie que $\boxed{f \text{ est une fonction affine sur } I}$

il existe deux nombres réels $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que :
quel que soit le nombre réel $x \in I$: $\boxed{f(x) = ax + b}$

dans ce cas $\left\{ \begin{array}{l} a \textbf{ est appelé } \textit{"coefficient directeur"} \textbf{ de } f \\ b \textbf{ est appelé } \textit{"ordonnée à l'origine"} \textbf{ de } f \end{array} \right.$

exemples :

i. **si f est affine sur $\mathbb{R}$**
alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ ou $f(x) = 2x$ ou $f(x) = -1$ ou ...

ii. $f(x) = \dfrac{-2}{3}x + \sqrt{2}$ **pour tout $x \in \mathbb{R}$ est affine sur $\mathbb{R}$ avec** $\left\{ \begin{array}{l} a = -\dfrac{2}{3} \\ \\ b = \sqrt{2} \end{array} \right.$

iii. $f(x) = x^3$ **pour tout $x \in \mathbb{R}$ n'est pas affine**
ce qui se démontre par l'absurde sans trop de difficultés
(f affine conduit à $f(0) = b = 0$, $f(1) = 1 = a$, $f(2) = 2a = 8$ soit $a = 1$ et $a = 4$, ce qui est absurde)

propriété 1 : *(condition suffisante mais pas nécessaire)*

quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

(1) si f est une fonction linéaire sur I alors f est une fonction affine sur I

(2) si f est une fonction constante sur I alors f est une fonction affine sur I

démonstration :

raisonnons par déduction générale,
on considère une fonction f quelconque,
on suppose qu'elle est linéaire sur I,
on fait des déductions jusqu'à arriver à montrer que "f est affine"

soit f une fonction quelconque définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$
(1) supposons f linéaire sur I
alors $f(x) = a_1x$ pour tout $x \in I$ (où $a_1 \in \mathbb{R}$)
alors $f(x) = a_1x + 0$ pour tout $x \in I$
alors $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in I$ avec $a = a_1$ et $b = 0$
alors f est affine sur I

soit f une fonction quelconque définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$
(2) supposons f constante sur I
alors $f(x) = b_1$ pour tout $x \in I$ (où $b_1 \in \mathbb{R}$)
alors $f(x) = 0x + b_1$ pour tout $x \in I$
alors $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in I$ avec $a = 0$ et $b = b_1$
alors f est affine sur I

remarques :

(a) la proposition réciproque de (1) :
"quelle que soit la fonction définie sur I, si f est affine alors f est linéaire"
est fausse
(car on a le contre exemple suivant : $f(x) = 2x + 1$, f est affine et pas linéaire sur $\mathbb{R}$)
pour le montrer, raisonnons par l'absurde
faisons l'hypothèse que cette proposition est vraie (et cherchons une absurdité)
soit f telle que $f(x) = 2x + 1$ sur $\mathbb{R}$
f est affine (clair)
donc d'après l'hypothèse, f est linéaire
alors : quel que soit $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = ax$ où $a \in \mathbb{R}$
alors : $f(0) = a \times 0 = 0$ mais aussi $f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1$
alors : $f(0) = 1 = 0$, "absurde" (contradictoire).
donc l'hypothèse initiale ne peut-être vraie
donc : "quelle que soit la fonction définie sur I, si f est affine alors f est linéaire"
est une proposition fausse.

(b) $f(x) = 2x + 1$ est affine et n'est pas constante *(démonstration laissée en exercice)*
donc la proposition "si f est affine alors f est constante" est fausse

(c) on dit que les conditions de la propriété ci dessus sont *"suffisantes"*
mais *"pas nécessaires"*

(d) on dit aussi que les *"propositions réciproques"* des propositions (1) et (2) ci dessus sont fausses

<u>propriété 2</u> : *(formule)*

soient x_1, x_2, y_1, y_2 **quatre nombres réels.**

si f **est une fonction affine sur** $\mathbb{R}$ **avec** $\begin{cases} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases}$

alors $\boxed{f(x) = ax + b}$ **pour tout** $x \in \mathbb{R}$ **avec** $\boxed{a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ **et** $\boxed{b = y_2 - ax_2}$

<u>démonstration</u> :

soient x_1, x_2, y_1, y_2 **quatre nombres**

supposons f **affine sur** $\mathbb{R}$ **avec** $\begin{cases} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases}$

alors $f(x) = ax + b$ **pour tout** $x \in \mathbb{R}$

alors $\begin{cases} f(x_1) = ax_1 + b = y_1 \\ f(x_2) = ax_2 + b = y_2 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases}$

alors par soustraction membre à membre : $ax_1 - ax_2 = y_1 - y_2$

donc $a(x_1 - x_2) = y_1 - y_2$

donc $a = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

donc $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

de plus

$f(x_2) = ax_2 + b = y_2$

donc $b = y_2 - ax_2$

<u>exemple</u> :

f **est affine avec** $\begin{cases} f(-2) = -5 \\ f(2) = 7 \end{cases}$

$f(x) = ax + b$

$a = \dfrac{7 - (-5)}{2 - (-2)} = \dfrac{12}{4} = 3$

$b = 7 - 3 \times 2 = 7 - 6 = 1$

$\boxed{f(x) = 3x + 1}$

<u>remarque</u> :

on peut alors déterminer la formule d'une fonction affine dès que l'on connaît deux nombres distincts ainsi que leurs images respectives

1.3 exercices

exercice 1 : *(calcul mental numérique)*

(a) $2 \times 7 + 8 = ...$

(b) $-4 \times 9 + 7 = ...$

(c) $6 \times 8 - 9 = ...$

(d) $-6 \times (-4) - 9 = ...$

exercice 2 : *(trouver le bon calcul)*

1. **Il a une réserve de 75 bonbons et en consomme 3 par jour , dans 19 jours il lui restera ?**

2. **Il a déja fait 106 km et en fait 12 par jour , dans 6 jours, il aura fait ?**

3. **Il lui reste 277 kilomètres à faire et en fait 12 par jour, dans 2 jours, il lui restera ?**

4. **Il fait -4 degrés et la température diminue de 9 degrés par minute, dans 6 minutes, il fera ?**

exercice 3 : *(formule d'une fonction affine et nature)*

1. **Il a 100 € sur un compte et ajoute 50 € par semaine**
   (a) **combien aura t-il dans 1 ; 2 ; 3 puis x semaines** *(noté $f(x)$)*
   (b) **préciser la nature de l'évolution du solde du compte en fonction du nombre de semaines**
   (c) **calculer $f(52)$ et interpréter le résultat**
   (d) **dans combien de temps aura t-il 1000 € ?**
2. **Elle a 100 € sur un compte et retire 50 € par semaine**
   (a) **combien aura t-elle dans 1 ; 2 ; 5 et x semaines** *(noté $f(x)$)*
   (b) **préciser la nature de l'évolution du solde du compte en fonction du nombre de semaines**
   (c) **calculer $f(10)$ et interpréter le résultat**
   (d) **dans combien de temps aura t-elle -1000 € ?**
3. **chaque semaine, on additionne les soldes des deux comptes précédents**
   (a) **combien auront-ils au total à eux deux dans 1 ; 2 ; 5 et x semaines** *(noté $f(x)$)*
   (b) **préciser la nature de l'évolution de ce qu'ils ont à eux deux**
   (c) **calculer $f(1000)$ et interpréter le résultat**
   (d) **dans combien de temps auront-ils à eux deux 500 € ?**
4. **Il fait 0 degrés et la température augmente de 0,5 degrés par minutes**
   (a) **combien fera t-il dans 1 ; 2 et x minutes** *(noté $f(x)$)*
   (b) **préciser la nature de l'évolution de la température en fonction du nombre de minutes**
   (c) **calculer $f(10)$ et interpréter le résultat**
   (d) **dans combien de temps fera t-il 20 degrés ?**

exercice 4 : *(formule d'une fonction affine et nature)*

inventer une situation pour chacune des formules

1. $f(x) = 2,5x + 20$ 2. $f(x) = 2,5x - 20$ 3. $f(x) = -2,5x + 20$ 4. $f(x) = -2,5x - 20$

exercice 5 : *(calcul algébrique)*

soient les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par les formules suivantes, vérifier dans chaque cas que f affine et préciser de plus si elle est linéaire ou constante.

1. $f(x) = \dfrac{6x+8}{2} - \dfrac{9x-12}{3}$
2. $f(x) = 3(4x-8) - 4(5x-6)$
3. $f(x) = (x-1)(4x-8) - (2x-4)(2x-2)$
4. $f(x) = (2x-1)^2 - (2x+1)^2$

exercice 6 :

1. **démontrer par l'absurde que f ne peut pas être linéaire sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas :**
   i. $f(0) = 4$ **ii.** $f(2) = 10$ **et** $f(3) = 18$ **iii.** $f(4) = 0,8$ **et** $f(10) = 2$ **et** $f(20) = 3$
2. **démontrer par l'absurde que f ne peut pas être constante sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas :**
   i. $f(2) = 10$ **et** $f(3) = 18$ **ii.** $f(4) = -5$ **et** $f(10) = 2$
3. **démontrer par l'absurde que f ne peut pas être affine sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas :**
   i. $f(0) = 2$, $f(1) = 5$ **et** $f(2) = 7$ **ii.** $f(-1) = 8$, $f(0) = 4$ **et** $f(1) = 3$

exercice 7 :

1. **f est linéaire sur $\mathbb{R}$, en déduire l'expression de f en fonction de x dans les cas :**
   i. $f(10) = 3$ **ii.** $f(2) = 0$ **iii.** $f(\frac{3}{4}) = \frac{2}{3}$
2. **f est constante sur $\mathbb{R}$, en déduire l'expression de f en fonction de x dans les cas :**
   i. $f(2) = 10$ **ii.** $f(4) = -5$
3. **f est affine sur $\mathbb{R}$, en déduire l'expression de f en fonction de x dans les cas :**
   i. $f(1) = 5$ **et** $f(2) = 7$ **ii.** $f(-1) = 8$ **et** $f(1) = 3$ **iii.** $f(10) = 25$ **et** $f(25) = 10$

exercice 8 :

1. **donner si possible dans chacun des cas et sans justifier la formule d'une fonction f qui est :**

   i. affine et non linéaire **ii. linéaire et non affine** **iii. affine et non constante** **iv affine et non linéaire et non constante**

exercice 9 :

1. **soit la fonction affine f telle que $f(x) = 2x - 3$ pour tout $x \in \mathbb{R}$**
   (a) **écrire un algorithme qui donne l'image d'un nombre quelconque**
   (par exemple : $f(10) = 2 \times 10 - 3 = 17$***)***
   (b) **écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester**
   (c) **écrire un algorithme (et le programme *js*) qui écrit les valeurs de x et de $f(x)$ de la fonction précédente pour x allant de 0 à 10 avec un pas de 1**
   $0 \longmapsto -3$
   $1 \longmapsto -1$
   ...
   (d) **modifier l'algorithme précédent pour obtenir les valeurs pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où deb et fin sont deux entiers choisis par l'utilisateur**
2. **soit une fonction affine quelconque f telle que $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ où a et b sont deux réels fixés quelconques.**
   (a) **modifier l'algorithme précédent pour qu'il écrive les valeurs de x et de $f(x)$ pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où a, b, deb, fin sont choisis par l'utilisateur (deb et fin des entiers)**
   (b) **écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester**

1.4 corrigés exercices

<u>corrigé exercice 1 :</u>

<u>corrigé exercice 2 :</u>

<u>corrigé exercice 3 :</u>

<u>corrigé exercice 4 :</u>

<u>corrigé exercice 5 :</u>

1.5 petit travail maison 1

f est affine avec $f(x) = ax + b$ **et** $\left\{ \begin{array}{l} f(2) = 4 \\ f(4) = 16 \end{array} \right.$

1. **calculer** a
2. **calculer** b
3. **donner la formule de** f

1.6 corrigé petit travail maison 1

f est affine avec $f(x) = ax + b$ **et** $\left\{ \begin{array}{l} f(2) = 8 \\ f(4) = 16 \end{array} \right.$

1. **calcul de** a **:**

   $\boxed{a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$ ***(formule à connaître par coeur)***

   $a = \dfrac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$

   $a = \dfrac{16 - 8}{4 - 2} = \dfrac{8}{2} = 4$

   $\boxed{a = 4}$

2. **calculer** b **:**

   $\boxed{b = f(x_1) - ax_1}$ ***(formule à connaître par coeur)***

   $b = f(2) - 4 \times 2$

   $b = 8 - 4 \times 2 = 8 - 8 = 0$

   $\boxed{b = 0}$

3. **donner la formule de** f **:**

   $f(x) = ax + b$ ***(formule à connaître par coeur)***

   $f(x) = 6x + 0$ $\boxed{f(x) = 6x}$

1.7 petite évaluation

f est affine avec $f(x) = ax + b$ **et** $\left\{ \begin{array}{l} f(2) = 4 \\ f(7) = 5 \end{array} \right.$

1. **calculer** a
2. **calculer** b
3. **donner la formule de** f

1.8 corrigé petite évaluation

f est affine avec $f(x) = ax + b$ **et** $\left\{ \begin{array}{l} f(2) = 4 \\ f(7) = 5 \end{array} \right.$

1. **calcul de** a **:**

   $\boxed{a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$ ***(formule à connaître par coeur)***

   $a = \dfrac{f(7) - f(2)}{7 - 2}$

   $a = \dfrac{5 - 4}{7 - 2} = \dfrac{1}{5} = 0,2$

   $\boxed{a = 0,2}$

2. **calculer** b **:**

   $\boxed{b = f(x_1) - ax_1}$ ***(formule à connaître par coeur)***

   $b = f(2) - 0,2 \times 2$

   $b = 4 - 0,2 \times 2 = 4 - 0,4 = 3,6$

   $\boxed{b = 3,6}$

3. **donner la formule de** f **:**

   $f(x) = ax + b$ ***(formule à connaître par coeur)***

   $\boxed{f(x) = 0,4x + 3,6}$

2 représentation graphique d'une fonction affine

2.1 activités

2.1.1 activité 1 : comparaison de tarifs opérateurs internet

Un opérateur internet propose, au choix, les tarifs mensuels suivants :

T_1 : 40 euros par mois quel que soit le nombre de minutes de connexion
T_2 : 1 euro et 20 centimes la minute de connexion
T_3 : 10 euros de forfait mensuel plus 0,8 euro la minute de connexion

Y a t-il un des trois tarifs qui soit le "plus avantageux" ?

(a) <u>Intuitivement</u>, quel tarif serait le plus avantageux pour de faibles durées de connexions mensuelles ? pour de grandes durées ? pour des durées "moyennes" ?

(b) Numériquement, quel tarif est le plus avantageux pour 10 minutes ? 30 minutes ? 40 minutes ? *(est-ce cohérent avec l'intuition précédente ?)*

(c) <u>Graphiquement</u>

i. trouver les formules qui donnent le prix à payer mensuellement pour chacun des tarifs en fonction du nombre x de minutes de connexion ($f_1(x) =?, f_2(x) =?$ et $f_3(x) =?$)

ii. rappeler la nature précise de chacune des fonctions ainsi définies sur $[\ 0\ ;\ +\infty\ [$ *(affine linéaire ; affine constante ; affine non linéaire et on constante)*

iii. compléter les tableaux de valeurs ci dessous

valeur de x	0	10	30	40
valeur de $f_1(x) =$				

par exemple : $f_1(0) =$ ......

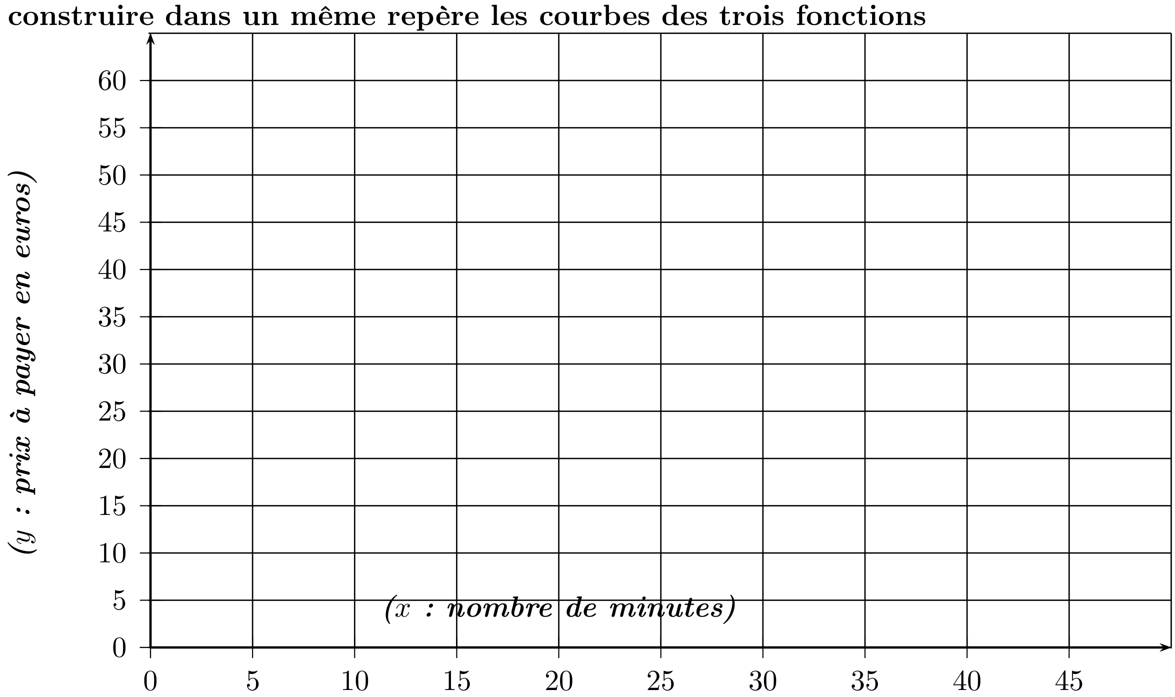
valeur de x	0	10	30	40
valeur de $f_2(x) =$				

par exemple : $f_2(0) =$ ......

valeur de x	0	10	30	40
valeur de $f_3(x) =$				

par exemple : $f_3(0) =$ ......

iv. construire dans un même repère les courbes des trois fonctions



v. déduire du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de connexion *(est-ce cohérent avec le résultat numérique ?)*

(d) <u>Algébriquement</u>

i. résoudre les inéquations $f_2(x) \leq f_3(x)$ et $f_3(x) \leq f_4(x)$ puis interpréter

ii. est-ce cohérent avec le résultat graphique ? conclure

(e) <u>Informatiquement</u>, retrouver la réponse avec un tableur, avec geogebra, avec wolfram alpha

2.1.2 corrigé activité 1

(a) **Déterminer le tarif le "plus avantageux" si on se connecte 15 minutes par mois (idem pour 30 et 45mn)**

pour 15 **minutes :** $\begin{cases} \textbf{tarif 1 : 40} \\ \textbf{tarif 2 :} 1,2\times 15 = 18 \\ \textbf{tarif 3 :} 0,8\times 15+10 = 22 \end{cases}$ T_2 **plus avantageux avec 18 €**

pour 30 **minutes :** $\begin{cases} \textbf{tarif 1 : 40} \\ \textbf{tarif 2 :} 1,2\times 30 = 36 \\ \textbf{tarif 3 :} 0,8\times 30+10 = 34 \end{cases}$ T_3 **plus avantageux avec 34 €**

pour 45 **minutes :** $\begin{cases} \textbf{tarif 1 : 40} \\ \textbf{tarif 2 :} 1,2\times 45 = 54 \\ \textbf{tarif 3 :} 0,8\times 45+10 = 46 \end{cases}$ T_1 **plus avantageux avec 40 €**

(b) $\boxed{f_1(x) = 40}$ $\boxed{f_2(x) = 1,2x}$ $\boxed{f_3(x) = 0,8x+10}$

(c) **en déduire les formules à entrer dans les cellules B2, C2 et D2 du tableur ci dessous afin d'obtenir les valeurs des colonnes B, C et D automatiquement**

tableur

	A	**B**	**C**	**D**
1	x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
2	**0**			
3	**5**			
4	**10**			
5	**15**			
...	**...**			

$\boxed{B2 = 40}$ $\boxed{C2 = 1.2 * A2}$ $\boxed{D2 = 0.8 * A2 + 10}$

(d) $\boxed{f_1 \text{ est affine constante}}$ $\boxed{f_2 \text{ est affine linéaire}}$ $\boxed{f_3 \text{ est affine non constante, non linéaire}}$

(e) **construire dans un même repère les courbes des trois fonctions**

valeur de x	**0**	**25**	**50**
valeur de $f_1(x) = 40$	**40**	**40**	**40**

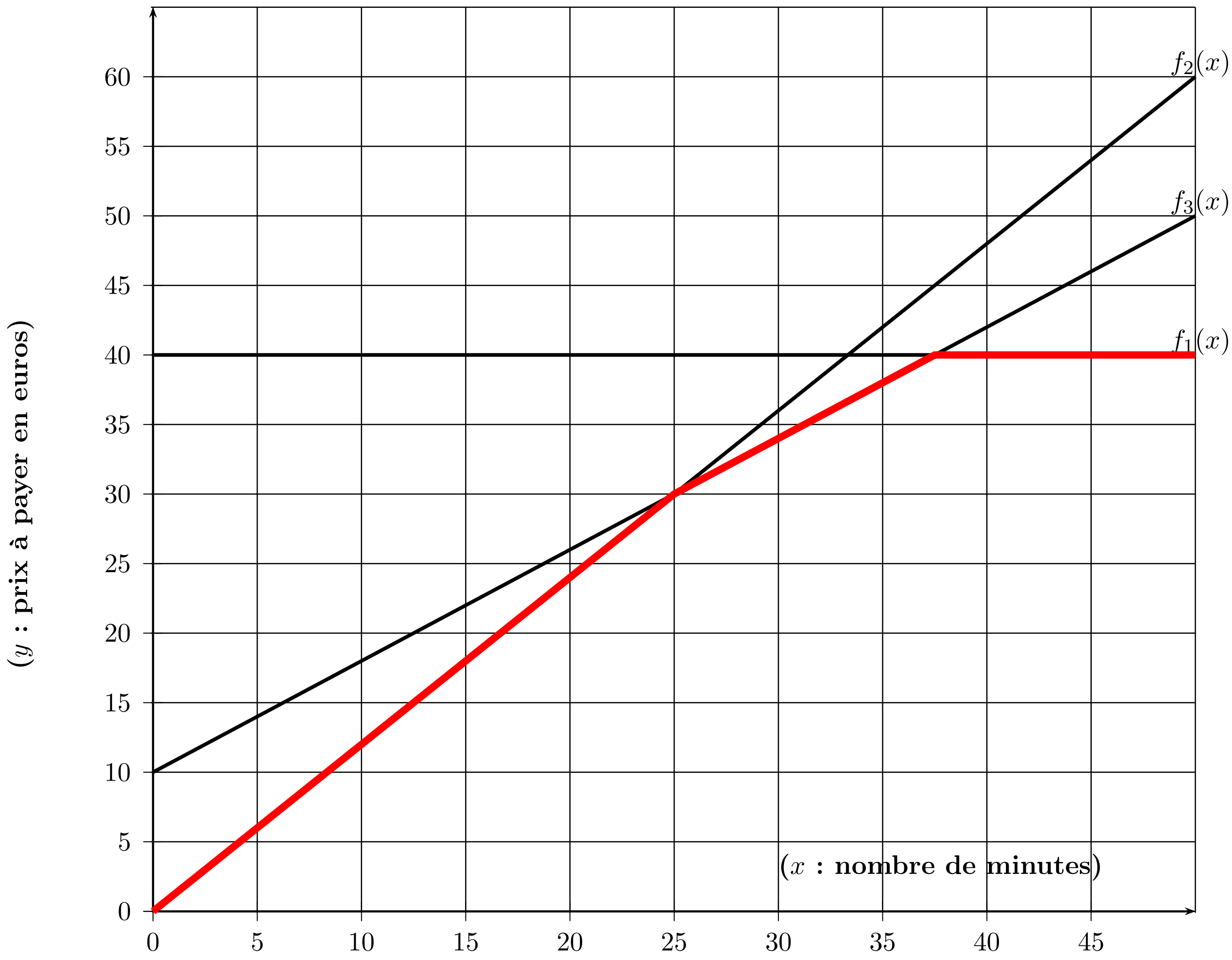
par exemple : $f_1(25) = 40$

valeur de x	**0**	**25**	**50**
valeur de $f_2(x) = 1,2x$	**0**	**30**	**60**

par exemple : $f_2(25) = 1,2\times 25 = 30$

valeur de x	**0**	**25**	**50**
valeur de $f_3(x) = 0,8x+10$	**0**	**30**	**50**

par exemple : $f_3(25) = 0,8\times 25+10 = 30$



(f) **on déduit du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de connexion**

nombre de minutes	**entre 0 et 25**	**entre 25 et $37,5$**	**plus de $37,5$**
tarif le moins cher	**tarif 2**	**tarif 3**	**tarif 1**

courbe (en rouge) de la fonction g qui à x associe le tarif le plus avantageux

(g) **retrouver les coordonnées des points d'intersection des droites "qui nous intéressent" par la résolution d'équations**

$$f_2(x) = f_3(x) \iff 1,2x = 0,8x + 10 \iff 1,2x - 0,8x = 10 \iff x = \frac{10}{0,4} = \boxed{25}$$

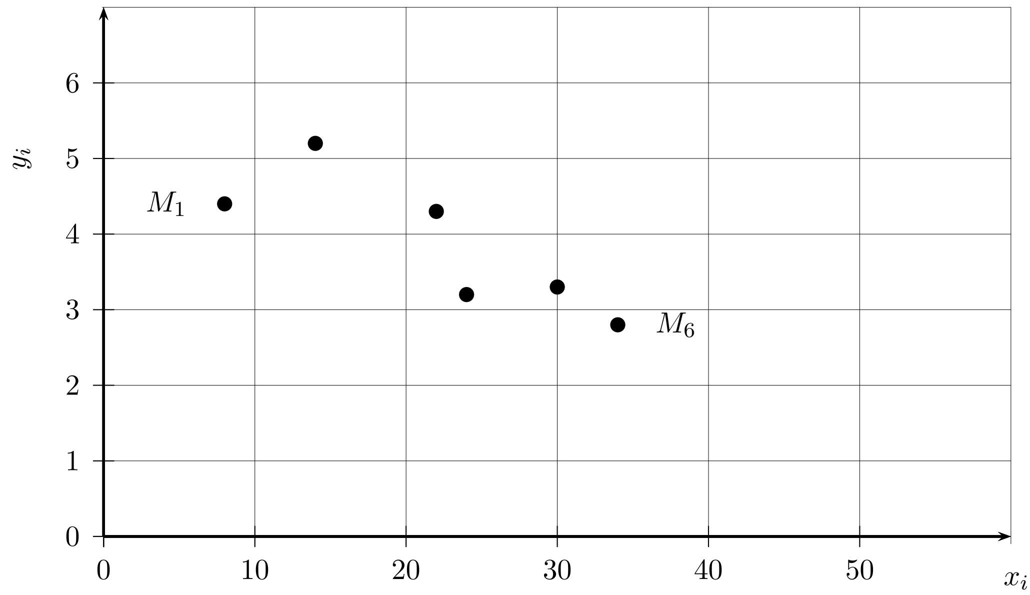
$$f_1(x) = f_3(x) \iff 40 = 0,8x + 10 \iff 40 - 10 = 0,8x \iff 30 = 0,8x \iff x = \frac{30}{0,8} = \boxed{37,5}$$

2.1.3 activité 2 : Comment faire des prévisions grâce à un ajustement affine

On dispose des données suivantes concernant le budget des ménages en France :

a_i = année	1978	1984	1992	1994	2000	2004
x_i = année - 1970	8	14	22	24	30	34
y_i = part du budget consacré au logement (%)	4,4	5,2	4,3	3,2	3,3	2,8

graphique associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$.



(a) ajustement par les points extrêmes

i. En utilisant la droite des points extrême (M_1M_6) où M_1 et M_6 sont les premiers et derniers points correspondant au tableau ci dessus, donner une estimation graphique de la part du logement dans le budget en 2010.

ii. Estimer graphiquement l'année à partir de laquelle la part passera sous 2%.

iii. Déterminer l'équation de la droite des points extrêmes. (coefficients à 0,01 près)

iv. Donner une estimation par calcul de la part du logement dans le budget en 2010. le résultat obtenu est-ils en accord avec le résultat graphique ?

v. Estimer par calcul l'année à partir de laquelle la part du logement dans le budget passera sous 2%. Le résultat obtenu est-ils en accord avec le résultat graphique ?

(b) ajustement par les points moyens

i. coordonnées du point moyen $G_1(\ \overline{x_1}\,;\,\overline{y_1})$ de l'ensemble des 3 premiers points.

ii. coordonnées du point moyen $G_2\ (\ \overline{x_2}\,;\,\overline{y_2})$ de l'ensemble des 3 derniers points.

iii. construire la droite (G_1G_2)

iv. Déterminer une équation de la droite des points points moyens (G_1G_2) à 0,1 près.

v. Grâce à cette droite, estimer graphiquement et algébriquement la part du logement dans le budget 2010.
y a t-il cohérence entre les résultats trouvés graphiquement et algébriquement ?

vi. Estimer de même graphiquement et algébriquement l'année pour laquelle la part du logement dans le budget passera sous 2%. y a t-il cohérence entre les résultats trouvés graphiquement et algébriquement ?

(c) ajustement par les moindres carrés

i. Déterminer l'équation de la droite "des moindres carrés" à la calculatrice
puis construire cette droite

ii. retrouver par calcul les résultats aux questions d'estimations précédentes

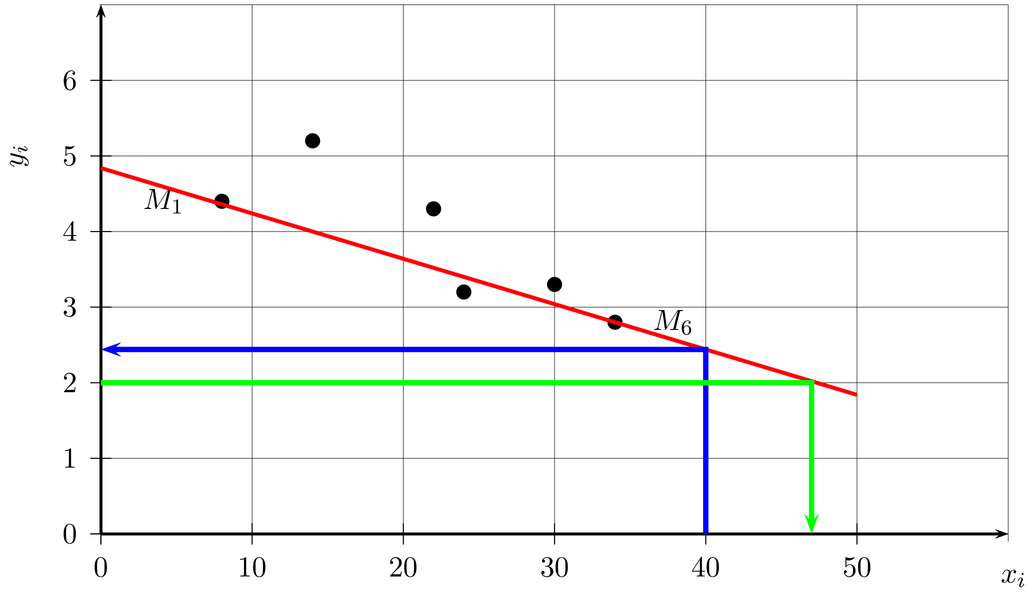
(d) quelle méthodes est la meilleure ?

2.1.4 corrigé activité 2

a_i = année	1978	1984	1992	1994	2000	2004
x_i = année - 1970	8	14	22	24	30	34
y_i = part du budget consacré au logement (%)	4,4	5,2	4,3	3,2	3,3	2,8

(a) ajustement par les points extrêmes

graphique associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$.



i. la part du logement dans le budget 2010 est ainsi estimée graphiquement à 2,4% (voir tracés)

ii. graphiquement, la part du logement dans le budget passera sous les 2% à partir de 1970 + 47 = 2017

iii. équation de la droite des points extrême (M_1M_6)

$y = ax + b$

$a = \dfrac{y_{M_6} - y_{M_1}}{x_{M_6} - x_{M_1}} = \dfrac{2,8 - 4,4}{34 - 8} \simeq -0,06$ **à 0,01 près**

$y_{M_6} = ax_{M_6} + b \Longrightarrow 2,8 = -0,06 \times 34 + b \Longrightarrow b = 2,8 + 0,06 \times 34 = 4,84$

$\boxed{y = -0,06x + 4,84}$

iv. **la part du logement dans le budget 2010 est ainsi estimée par calcul à 2,44% à 0,01 près**

calculs :

$x = 2010 - 1970 = 40$

$y = -0,06 \times 40 + 4,84 = 2,44$

les résultats graphiques et algébriques sont en accord.

v. par calcul :

la part du logement dans le budget passera sous les 2% à partir de 1970 + 47 = 2017

calculs :

$-0,06 \times x + 4,84 \leq 2$

$\Longleftrightarrow x \geq \dfrac{2 - 4,84}{-0,06}$

$\Longleftrightarrow x \geq 47,33$

les résultats graphiques et algébriques sont en accord.

(b) **ajustement par les points moyens**

i. **coordonnées du point moyen G_1 ($\overline{x_1}$; $\overline{y_1}$) de l'ensemble des 3 premiers points**

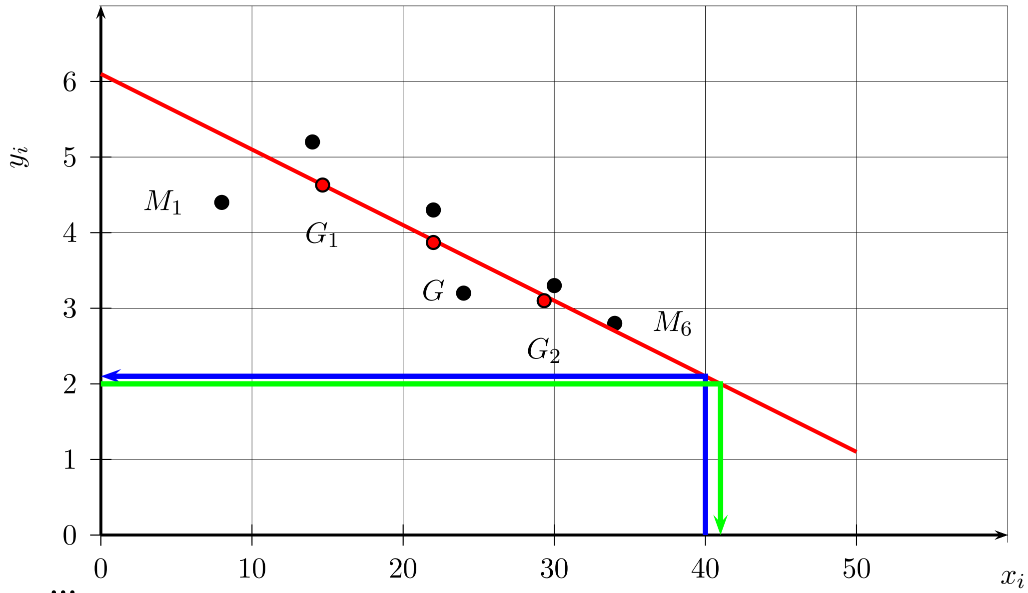
$$\overline{x_1} = \frac{8+14+22}{3} = \frac{44}{3} \simeq 14,67$$

$$\overline{y_1} = \frac{4,4+5,2+4,3}{3} = \frac{13,9}{3} \simeq 4,63 \textbf{ à 0,01 près}$$

donc $\boxed{G_1(14,67 \ ; \ 4,63)}$

ii. **coordonnées du point moyen G_2 ($\overline{x_2}$; $\overline{y_2}$) de l'ensemble des 3 derniers points**

de même on trouve $\boxed{G_2(29,33 \ ; \ 3,1)}$



iii.

iv. **équation de la droite des points points moyens** (G_1G_2)

$y = ax + b$

$$a = \frac{y_{G_2} - y_{G_1}}{x_{G_2} - x_{G_1}} \simeq \frac{3,1-4,63}{29,33-14,67} \simeq -0,1 \textbf{ à 0,01 près}$$

$y_{G_2} = ax_{G_2} + b \Longrightarrow 4,63 = -0,1 \times 14,67 + b \Longrightarrow b = 4,63 + 0,1 \times 14,67 = 6,1$

$\boxed{y = -0,1x + 6,1}$

v. **la part du logement dans le budget 2010 est estimée graphiquement à 2,1%**
la part du logement dans le budget 2010 est ainsi estimée par calcul à 2,1% **car :**

$x = 2010 - 1970 = 40$
$y = -0,1 \times 40 + 6,1 = 2,1$
il y a bien cohérence pour les résultats trouvés.

vi. **graphiquement, la part du logement dans le budget passera sous les 2% à partir de 1970 + 41 = 2011**
par calcul,
la part du logement dans le budget passera sous les 2% à partir de 1970 + 41 = 2011
calculs :
$-0,1 \times x + 6,1 \leq 2$

$$\Longleftrightarrow x \geq \frac{2-6,1}{-0,1}$$

$\iff x \geq 41$
les résultats graphiques et algébriques sont en accord.

(c) **ajustement par les moindres carrés**

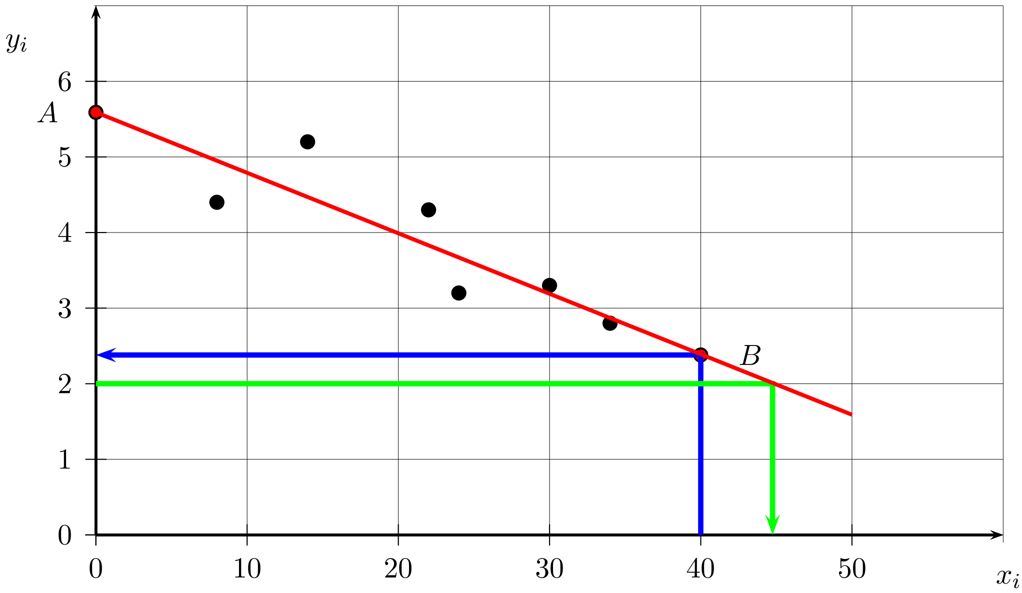
i. **équation de la droite des moindres carrés** (AB)

$y = ax + b$

la calculatrice donne : $a \simeq -0,08$ **et** $b \simeq 5,58$ **à 0,01 près**

$\boxed{y = -0,08x + 5,58}$

construire cette droite



ii. **retrouver par calcul des résultats aux questions d'estimations précédentes**

la part du logement dans le budget 2010 est ainsi estimée graphiquement à 2,3%

$\boxed{\textbf{la part du logement dans le budget 2010 est ainsi estimée par calcul à 2,38\%}}$ **:**

calculs :

$x = 2010 - 1970 = 40$

$y = -0,08 \times 40 + 5,58 = 2,38$

graphiquement, la part du logement dans le budget passera sous les 2% à partir de 1970 + 441 = 2014

par calcul,

$\boxed{\textbf{la part du logement dans le budget passera sous les 2\% à partir de 1970 + 44 = 2014}}$

calculs :

$-0,08 \times x + 5,58 \leq 2$

$$\iff x \geq \frac{2 - 5,58}{-0,08}$$

$$\iff x \geq 44,75$$

les résultats graphiques et algébriques sont en accord.

(d) **quelle méthodes est la meilleure ?**

Tout dépend ce que l'on entend par "meilleure"

La comparaison avec les résultats obtenus en réalité peut-être un "bon argument"

2.1.5 activité 3 : *programme calculatrice et équation de droite*

A partir des coordonnées de deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$
On veut obtenir une la valeur approchée des coefficients a et b de l'équation de la droite (AB)
quand on entre les valeurs de x_A, y_A, x_B et y_B
par exemple : on entre $x_A = 0,\ y_A = 0,\ x_B = 2$ et $y_B = 6$ et la calculatrice nous sort $a = 2$ et $b = 0$

algorithme et programmes :

1. **compléter l'algotithme et recopier un des programmes suivants dans votre calculatrice**

```
algorithme
Début
//Variables
    xA, yA, ...    , ...    , ...    , ...
//Entrées
    demander à l'utilisateur la valeur de ...
    demander à l'utilisateur la valeur de ...
    demander à l'utilisateur la valeur de ...
    demander à l'utilisateur la valeur de ...
//Traitements
    Si xA = xB Alors
    afficher "droite ...
    Sinon      affecter à a la valeur ...
    affecter à b la valeur ...
    FinSi
//Sortie
    afficher "y=ax+b"
    afficher a
    afficher b
Fin
```

```
programme pour TI
Disp "XA"
Input X
Disp "YA"
Input Y
disp "XB"
Input Z
disp "YB"
Input T
IF X =Z
Then
Disp "DV"
Else
(T-Y)/(Z-X) -> A
T-A*Y -> B
Disp "Y=AX+B"
Disp A
Disp B
```

```
programme pour Casio
"XA" :?⟶ X ↩
"YA" :?⟶ Y ↩
"XB" :?⟶ Z ↩
"YB" :?⟶ T ↩
IF X =Z ↩
Then ↩
"DV" ↩
Else ↩
(T-Y)/(Z-X) -> A↩
T-A*Y -> B ↩
"Y=AX+B" ▲
"A"↩
A▲
"B" ↩
B ▲
IfEnd ↩
```

2. **utiliser le programme pour trouver l'équation de la droite avec a et b à 0,01 près**

$A(0;0)$ et $B(2;6)$	$a = 3$	$b = 0$	$y = 3x + 0$ *(à vérifier)*
$A(1;2)$ et $B(3;4)$	$a = ...$	$b = ...$	$y = ...$
$A(1;2)$ et $B(1;3)$	$a = ...$	$b = ...$	$y = ...$
$A(0;10)$ et $B(5;0)$	$a = ...$	$b = ...$	$y = ...$

2.1.6 activité 4 : *comparaison de tarifs de location de véhicules*

On souhaite comparer deux tarifs de location de véhicules

Tarif A : $\boxed{\textbf{10 € de forfait et 0,1 € du km}}$ **Tarif B :** $\boxed{\textbf{5 € de forfait et 0,2 € du km}}$

1. **Calcul numérique**
   (a) **Avec le tarif A, pour 40 km, combien faudra t-il payer ?** ***(détail des calculs + résultat)***
   ...

   (b) **Avec le tarif B, pour 40 km, combien faudra t-il payer ?** ***(détail des calculs + résultat)***
   ...

   (c) **Quel est le tarif le plus avantageux si on loue un véhicule pour 40 km ? : ...**

   (d) **Quel est le tarif le plus avantageux pour une distance de 60 km ? :** ***(détailler les calculs)***
   ...

2. **Formules de tarifs en fonction du nombre x de km**
   (a) **Avec le tarif A, pour une distance de x km, combien faudra t-il alors payer ?**

   A(x) = ...

   (b) **Avec le tarif B, pour une distance de x km, combien faudra t-il alors payer ?**

   B(x) = ...

3. **Tableaux de valeurs et construction des "courbes" dans un repère**

(a)

valeur de x	0	50	100
valeur de $f(x) = 0,1x + 10$			

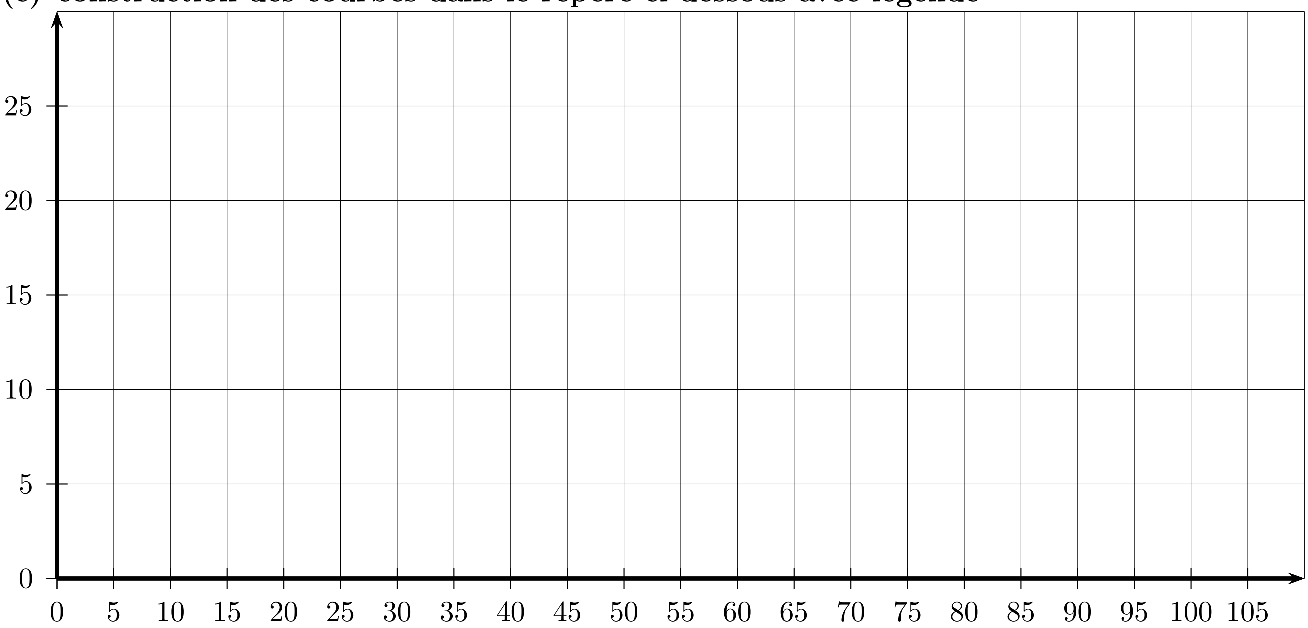
détail d'un calcul :
$f(100) = ...$

(b)

valeur de x	0	50	100
valeur de $g(x) = 0,2x + 5$			

détail d'un calcul :
$g(100) = ...$

(c) **construction des courbes dans le repère ci dessous avec légende**



(d) **les courbes des fonctions f et g sont des ... car les deux fonctions sont des fonctions ...** **pour f :** $\begin{cases} a = ... \\ b = ... \end{cases}$ **pour g :** $\begin{cases} a = ... \\ b = ... \end{cases}$

4. **comparaison graphique des deux tarifs**
   (a) **à quel tarif correspond la fonction** f **?** ***(tarif A ou B)*** **: ...**
   (b) **à quel tarif correspond la fonction** g **?** ***(tarif A ou B)*** **: ...**
   (c) **pour combien de kilomètres les deux tarifs sont-ils égaux ? : ....**
   (d) **comparer ci dessous les deux tarifs en fonction du nombre de kilomètres :**

   de 0 km à ... km le plus avantageux est le tarif ...

   de ... km à ... km le plus avantageux est le tarif ...
5. **comparaison algébrique des deux tarifs**
   (a) **résoudre ci desous l'équation :** $0,1x + 10 = 0,2x + 5$

   (b) **en déduire le nombre de kilomètres pour lequel les deux tarifs sont égaux : ...**

6. **on dispose de 20 €**
   trouver les réponses aux questions ci dessous graphiquement ***(tracès apparents ci dessus)***
   trouver aussi les réponses aux questions ci dessous par calcul ***(calculs apparents ci dessous)***
   (a) **quelle distance peut-on parcourir au maximum avec le tarif A pour 20 € ? :**
   graphiquement : ...
   algébriquement :

   (b) **quelle distance peut-on parcourir au maximum avec le tarif B pour 20 € ? :**
   graphiquement : ...
   algébriquement :

2.2 à retenir

propriété 3 : *(courbe d'une fonction affine)*

si une fonction f est affine sur $\mathbb{R}$ de formule $f(x) = ax + b$

alors la courbe C_f de la fonction f représentée dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est une $\boxed{\text{droite d'équation } y = ax + b}$

réciproque

si la courbe C_f de la fonction f représentée dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est une $\boxed{\text{droite d'équation } y = ax + b}$

alors la fonction f est affine sur $\mathbb{R}$ de formule $f(x) = ax + b$

(admis)

remarques :

i. si on connaît la formule de f, pour construire la droite, il suffit de faire un tableau de valeurs de la fonction f avec deux valeurs de x (trois pour vérifier l'alignement des trois points)

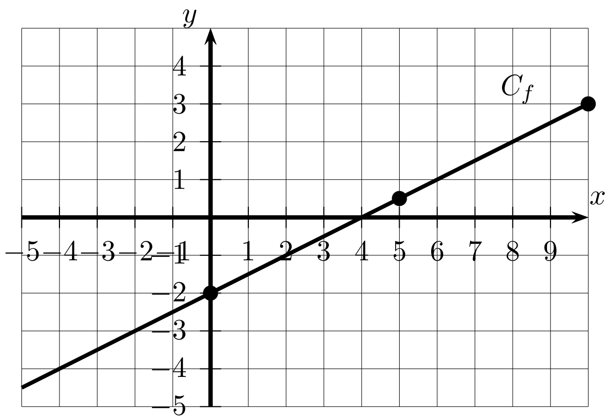
exemple :

$f(x) = 0,5x - 2$

x	0	5	10
$f(x)$	-2	0,5	3

un calcul :

$f(0) = 0,5 \times 0 - 2 = -2$



ii. si on dispose de la droite tracée dans un repère, pour trouver la formule de la fonction affine, il suffit de choisir deux points $P_1(x_1; y_1)$ et $P_2(x_2; y_2)$ sur la droite et d'utiliser la propriété vu précédemment

exemple :

pour le graphique ci dessus
on admet que la courbe est une droite
donc la fonction f est affine
donc $f(x) = ax + b$
on choisit par exemple les points $P_1(0; -2)$ et $P_2(8; 2)$
donc $f(0) = -2$ et $f(8) = 2$

$$a = \frac{2 - (-2)}{8 - 0} = \frac{4}{8} = 0,5$$

$$b = -2 - 0,5 \times 0 = -2$$

$$\boxed{f(x) = 0,5x - 2}$$

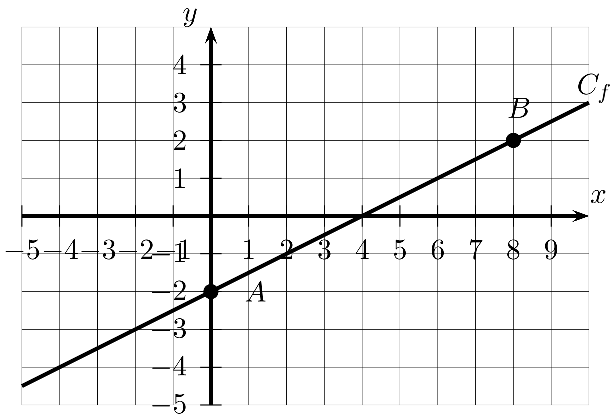
propriété 4 : *(droite et fonction affine)*

si $\left\{\begin{array}{l}\text{une fonction } f \text{ est affine de formule } f(x) = ax + b \\ \text{et} \\ \text{la droite représentative de } f \text{ dans un repère passe par les points } \left\{\begin{array}{l} A(x_A;y_A) \\ B(x_B;y_B)\end{array}\right. \\ \text{ autrement dit : } f(x_A) = y_A \text{ et } f(x_B) = y_B\end{array}\right.$

alors la droite représentative de f dans le repère précédent a pour équation : $\boxed{y = ax + b}$ avec : $\boxed{a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$ et $\boxed{b = y_A - ax_A}$

(admis)

remarque :
si on dispose de la droite tracée dans un repère,
pour trouver la formule de la fonction affine,
il suffit de choisir deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sur la droite et d'utiliser la propriété



exemple :

pour le graphique ci dessus
on admet que la courbe est une droite
donc la fonction f est affine
donc $f(x) = ax + b$
on choisit par exemple les points $A(0;-2)$ et $B(8;2)$
donc $f(0) = -2$ et $f(8) = 2$

$a = \dfrac{2 - (-2)}{8 - 0} = \dfrac{4}{8} = 0,5$

$b = -2 - 0,5 \times 0 = -2$

$\boxed{y = f(x) = 0,5x - 2}$

2.3 exercices

exercice 10 :

un cyber-café propose les tarifs mensuels suivants :
T_1 **: 60 euros par mois quelle que soit le nombre de minutes de communication**
T_2 **: 1 euro cinquante centimes la minute de communication**
T_3 **: 15 euros de forfait mensuel plus 1 euro la minute de communication**

(a) **exprimer le prix à payer mensuellement pour chacun des tarifs en fonction du nombre x de minutes de communication (resp : $f_1(x), f_2(x)$ et $f_3(x)$).**

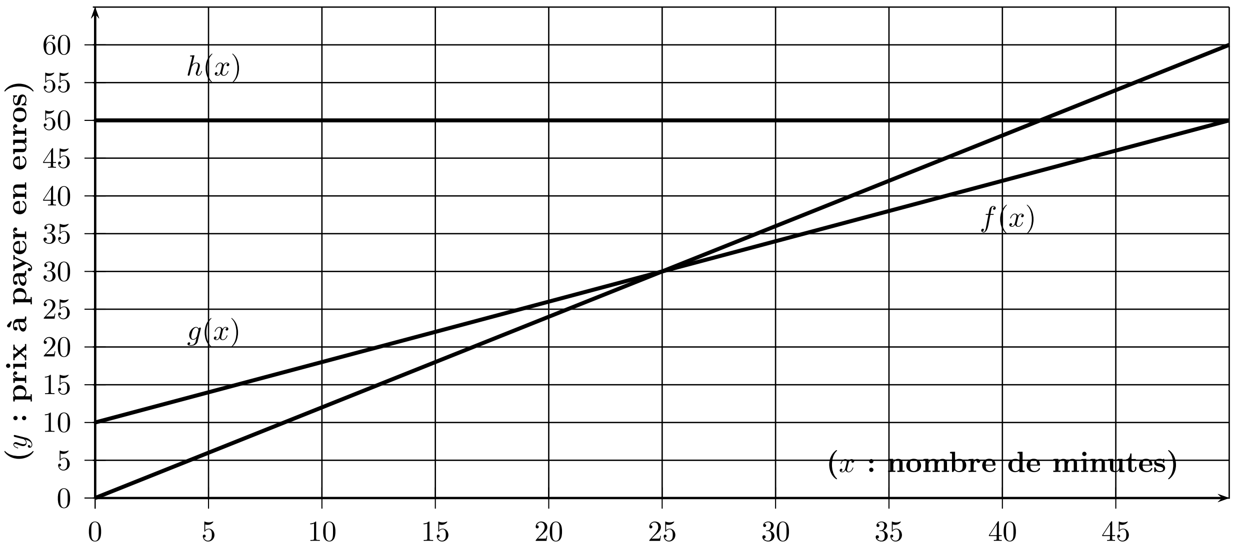
(b) **donner la nature précise de chacune des fonctions ainsi définies sur $[0;+\infty[$**

(c) **construire dans un même repère les courbes des trois fonctions**
($x \in [0;50]$ et $y \in [0;75]$ avec 1 cm pour 10 euros en ordonnées et 1 cm pour 5 mn en abscisses)

(d) **déduire du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de communication**

exercice 11 :

un (autre) cyber-café propose trois tarifs mensuels :
T_1 **: "b_1" euros de forfait mensuel quel que soit le nombre de minutes de communication**
T_2 **: "a_2" euro la minute de communication**
T_3 **: "b_3" euros de forfait mensuel plus "a_3" euro la minute de communication**
on dispose ci dessous des graphiques des trois tarifs précédents.



i. **sachant que les courbes ci dessus sont trois droites déterminer les expressions en fonction de x de $f(x), g(x)$ et $h(x)$**

ii. **associer à chaque fonction un des trois tarifs T_1, T_2 ou T_3**

iii. **déterminer par calcul le prix à payer avec chacun des tarifs pour 1 heure de communication mensuelle**

exercice 12 : **(placer des points dans un repère)**
on utilisera la syntaxe suivante dans ce qui suit :
★ **pour créer un repère avec $x_{min}, x_{max}, y_{min}$ et y_{max} pour valeurs extrêmes en x et en y on écrira :**
creer_repere($x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}$)
★ **pour ajouter un point de coordonnées (x, y) dans le repère précédent, on écrira :**
ajouter_point(x,y)

(a) **soit la fonction affine f telle que $f(x) = 2x - 3$ pour tout $x \in \mathbb{R}$**

i. **écrire un algorithme qui :**
crée un repère avec pour valeurs extrêmes $x_{min} = 0, x_{max} = 10, y_{min} = -10$ et $y_{max} = 20$ puis qui ajoute dans ce repère les points de la courbe de f pour x allant de 0 à 10

ii. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

iii. modifier l'algorithme précédent pour obtenir les points pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où deb et fin sont deux entiers choisis par l'utilisateur (il faudra déterminer les valeurs extrêmes du repère)
(pour le programme javascript, penser à utiliser la méthode Number() pour formater en nombre les chaînes de caractères entrées avec la méthode prompt())

(b) soit une fonction affine quelconque f telle que $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ où a et b sont deux réels fixés quelconques.

i. modifier l'algorithme précédent pour obtenir les points pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où a, b, deb, fin sont choisis par l'utilisateur (deb et fin des entiers et a positif) *(pour les plus courageux distinguer les cas où a est positif ou négatif)*

ii. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

exercice 13 : (trouver la formule d'une fonction connaissant deux nombres et leurs images)

1. soit une fonction affine f telle que : $\left\{ \begin{array}{l} f(2) = 5 \\ f(5) = 11 \end{array} \right.$

(a) écrire un algorithme qui donne le coefficient directeur a et l'ordonnées à l'origine b de la fonction f (le traduire en javascript et le vérifier)

(b) modifier l' algorithme précédent pour qu'il fasse la même chose quand l'utilisateur entre les valeurs de x_1, x_2 et de y_1 et y_2, leurs images respectives par f *(penser au cas où $x_1 = x_2$)*

(c) retrouver les valeurs obtenues à la première question

2.4 corrigés exercices

corrigé exercice 6 :

(a) $\boxed{f_1(x) = 0x + 60}$

$\boxed{f_2(x) = 1,5x + 0}$

$\boxed{f_3(x) = 1x + 15}$

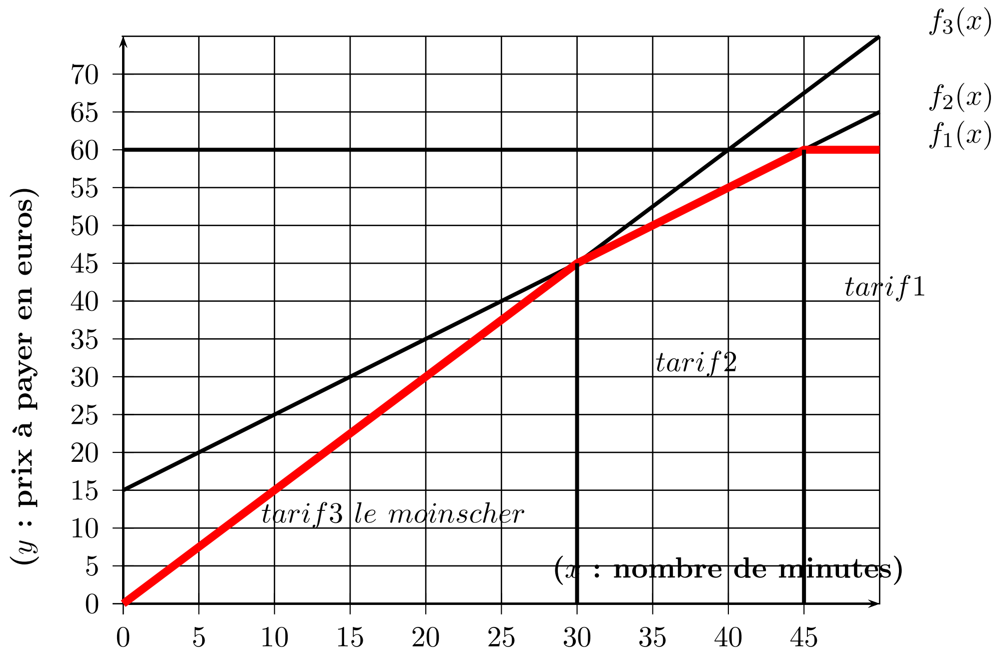
(b) f_1 est $\boxed{\text{affine constante}}$

f_2 est $\boxed{\text{affine linéaire}}$

f_1 est $\boxed{\text{affine ni constante ni linéaire}}$

(c) **construire dans un même repère les courbes des trois fonctions**
($x \in [0; 50]$ et $y \in [0; 75]$ avec 1 cm pour 10 euros en ordonnées et 1 cm pour 5 mn en abscisses)

valeur de x	0	20	50	un calcul
valeur de $f_1(x) = 60$	60	60	60	$f(0) = 0 \times 0 + 60 = 60$
valeur de $f_2(x) = 1,5x$	0	30	75	$f(0) = 1,5 \times 0 = 0$
valeur de $f_3(x) = 1x + 15$	15	30	65	$f(0) = 1 \times 0 + 15 = 15$



(d) **déduire du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de communication**

nombre de minutes	entre 0 et 30	entre 30 et 45	plus de 45
tarif le moins cher	tarif 3	tarif 2	tarif 1

corrigé exercice 7 :

corrigé exercice 8 :

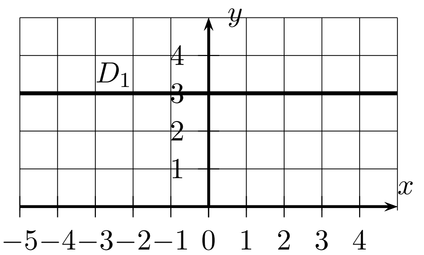
corrigé exercice 9 :

3 sens de variation d'une fonction affine

3.1 activité

3.1.1 activité 1 : sens de variation et coefficient directeur

on dispose des courbes partielles D_1, D_2 et D_3 des fonctions affines f_1, f_2 et f_3

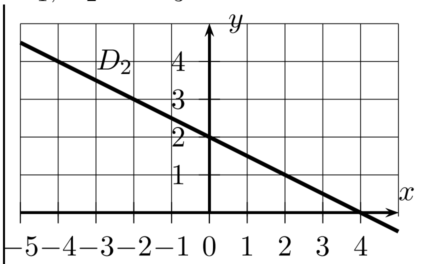


coefficient directeur de D_1 :

avec $A(... \ ; \ ...)$ **et** $B(... \ ; \ ...)$

$a = ...$

sens de variation de f_1 :
f_1 **est ...**

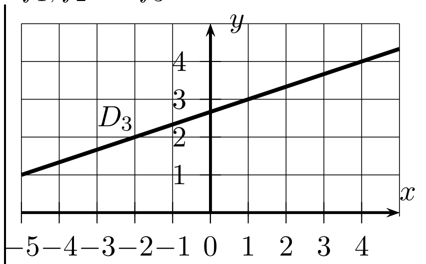


coefficient directeur de D_2 :

avec $A(... \ ; \ ...)$ **et** $B(... \ ; \ ...)$

$a = ...$

sens de variation de f_2 :
f_2 **est ...**



coefficient directeur de D_3 :

avec $A(... \ ; \ ...)$ **et** $B(... \ ; \ ...)$

$a = ...$

sens de variation de f_3 :
f_3 **est ...**

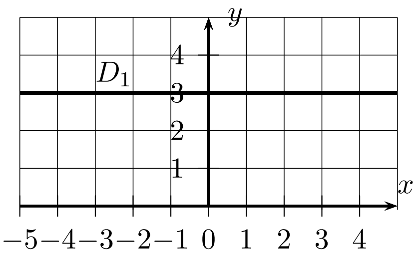
---

bilan : $\begin{cases} \textbf{si } a = 0 \textbf{ alors } f \textbf{ est ...} \\ \textbf{si } a < 0 \textbf{ alors } f \textbf{ est ...} \\ \textbf{si } a < 0 \textbf{ alors } f \textbf{ est ...} \end{cases}$

le ... de la fonction affine est complétement déterminé par le ... de la droite représentative de la ...

3.1.2 corrigé activité

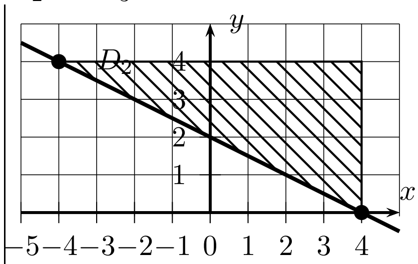
on dispose des courbes partielles D_1, D_2 et D_3 des fonctions affines f_1, f_2 et f_3



coefficient directeur de D_1 :

$\boxed{a = 0}$ **car la droite est horizontale**

sens de variation de f_1 :
f_1 **est** $\boxed{\textbf{constante}}$

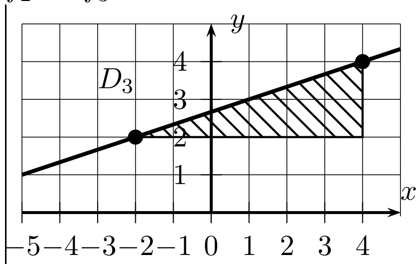


coefficient directeur de D_2 :

avec $A(-4;\ 4)$ **et** $B(4\ ;\ 0)$

$$\boxed{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}} = \frac{0-4}{4-(-4)} = \boxed{-0,5}$$

sens de variation de f_2 :
f_2 **est** $\boxed{\textbf{décroissante}}$



coefficient directeur de D_3 :

avec $A(-2\ ;\ 2)$ **et** $B(4\ ;\ 4)$

$$a = \frac{4-2}{4-(-2)} = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

sens de variation de f_3 :
f_3 **est** $\boxed{\textbf{croissante}}$

---

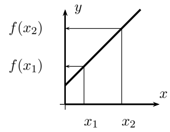
bilan :
- **si** $\boxed{a = 0}$ **alors** f **est** $\boxed{\textbf{constante}}$
- **si** $\boxed{a < 0}$ **alors** f **est** $\boxed{\textbf{décroissante}}$
- **si** $\boxed{a > 0}$ **alors** f **est** $\boxed{\textbf{croissante}}$

le $\boxed{\textbf{sens de variation}}$ **de la fonction affine est complétement déterminé par le**

$\boxed{\textbf{signe du coefficient directeur}}$ **de la droite représentative de la** $\boxed{\textbf{fonction affine}}$

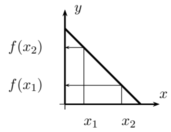
3.2 à retenir

définition 4 : *(sens de variations)*

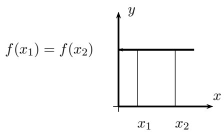


quelle que soit la fonction f définie sur l'intervalle I

(1) **f est strictement croissante sur I**
équivaut à
quels que soient les nombres $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ $\boxed{x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)}$ *(même ordre)*



(2) **f est strictement décroissante sur I**
équivaut à
quels que soient les nombres $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ $\boxed{x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2)}$ *(chgt d'ordre)*



(3) **f est constante sur I**
équivaut à
quels que soient les nombres $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ $\boxed{x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) = f(x_2)}$ *(supp l'ordre)*

remarque : cette définition sert à démontrer le sens de variation d'une fonction

propriété 5 : *(sens de variations)*

soit f une fonction affine sur I de formule $f(x) = ax + b$
le sens de variation de f dépend uniquement du signe de a
on distingue trois cas :

(1) $\boxed{a > 0}$ équivaut à f est $\boxed{\text{strictement croissante sur } I}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$			$+\infty$
		$\nearrow$	
	$-\infty$		

(2) $\boxed{a < 0}$ équivaut à f est $\boxed{\text{strictement décroissante sur } I}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		
		$\searrow$	
			$-\infty$

(3) $\boxed{a = 0}$ équivaut à f est $\boxed{\text{constante sur } I}$ et vaut b pour tout x

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	b	$\longrightarrow$	b

démonstration du cas (1)
soit f une fonction affine sur I de formule $f(x) = ax + b$
(i) montrons que : si $a > 0$ alors f est strictement croissante sur I
(ii) puis que, réciproquement : si f est strictement croissante sur I alors $a > 0$
pour cela :
(i) supposons que $a > 0$
donc $(a =) \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$
soient $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ avec $x_1 < x_2$
on a alors : $x_2 - x_1 > 0$
donc $f(x_2) - f(x_1) > 0$ sinon $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ serait négatif et on aurait une contradiction

conclusion : si $a > 0$
alors
quels que soient $x_1 \in I$ **et** $x_2 \in I$, $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$ (f **croît sur** I)
(ii) réciproquement, supposons que f **croît sur** I
alors
quels que soient $x_1 \in I$ **et** $x_2 \in I$, $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$
soient deux nombres de I, **appelons** x_4 **le plus grand et** x_3 **le plus petit**
$x_3 < x_4$ **donc** $x_4 - x_3 > 0$
on a alors $f(x_3) < f(x_4)$ **et donc** $f(x_4) - f(x_3) > 0$
donc $(a =) \dfrac{f(x_4) - f(x_3)}{x_4 - x_3} > 0$
conclusion :
si f **croît sur** I **alors** $a > 0$

exemples :

$f(x) = 2x + 3$ **donc** $a = 2$, **par conséquent** f **est strictement croissante car** $(2 > 0)$

$f(x) = -2x - 3$ **donc** $a = -2$, **par conséquent** f **est strictement décroissante car** $(-2 < 0)$

$f(x) = -3$ **donc** $a = 0$, **par conséquent** f **est constante.**

remarques :

pour trouver le sens de variation d'une fonction affine, il suffit de trouver le signe de son coefficient directeur.

3.3 exercices

exercice 14 : *(compléter)*

$f(x) = -5x + 12$ **donc la fonction** f **est** .... **car** $a =$......... **et** a ....

$f(x) = 5x - 12$ **donc la fonction** f **est** .... **car** $a =$......... **et** a ....

$f(x) = 0x - 12 = -12$ **donc la fonction** f **est** .... **car** $a =$......... **et** a ....

$f(x) = \dfrac{1}{3}x$ **dons la fonction** f **est** .... **car** $a =$......... **et** a ....

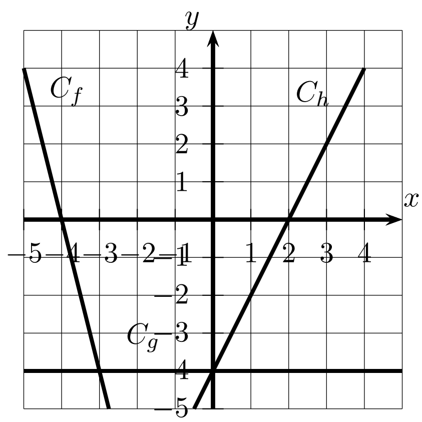
exercice 15 : : *(compléter)*

Pour les trois fonctions f, g **et** h **représentées ci contre on détermine graphiquement que**

le coefficient directeur de f **est** ....
donc f **est** ....

le coefficient directeur de g **est** ....
donc g **est** ....

le coefficient directeur de h **est** ....
donc h **est** ....



3.4 corrigés exercices

corrigé exercice 10 :

corrigé exercice 11 :

4 signe d'une fonction affine

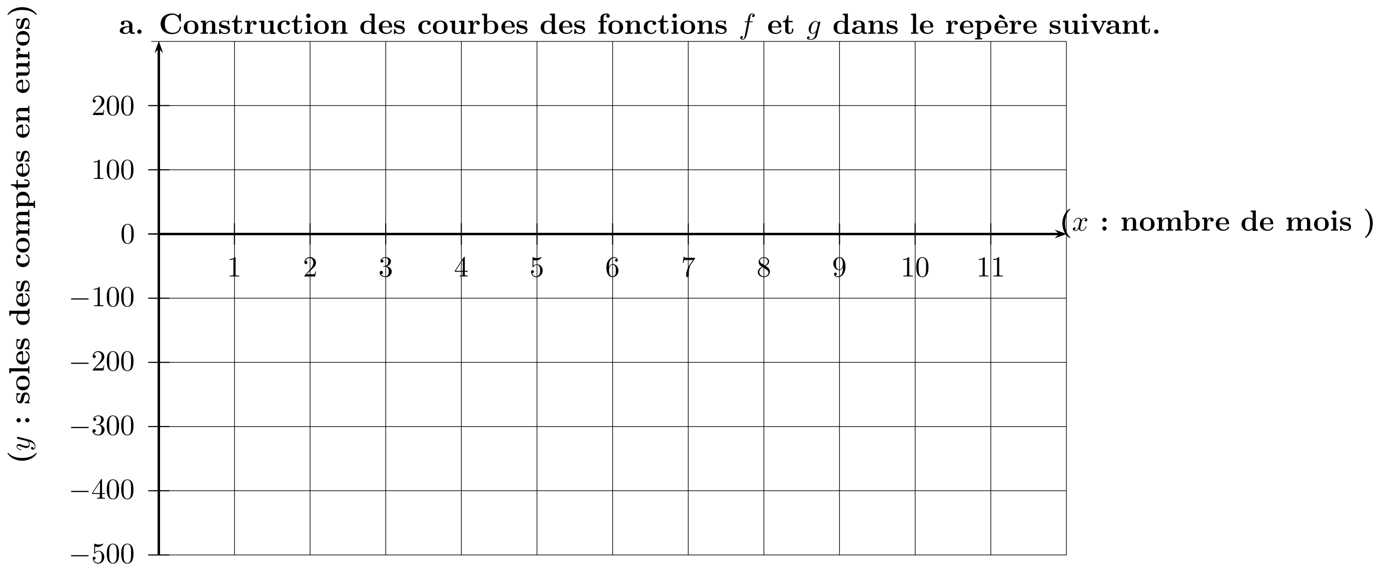
4.1 activité

4.1.1 activité 1 : solde de comptes

Les soldes des comptes en banque de deux petites entreprises F et G devraient évoluer ainsi pour l'année prochaine :
Entreprise F : -400 euros au début de l'année et augmentation affine de 50 euros par mois.
Entreprise G : 200 euros au début de l'année et diminution affine de 40 euros par mois.

1. **soient $f(x)$ et $g(x)$ les soldes des comptes des entreprises F et G en fonction du nombre de mois x depuis le début de l'année, exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x pour x $\in [0;12]$**

2. **Etude graphique pour le signe de $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.**
   a. **Construction des courbes des fonctions f et g dans le repère suivant.**



   b. **estimer le tableau de signes qui donne le signe de $f(x)$ en fonction de x pour $x \in [0;12]$. donner les commentaires associés puis faire de même pour $g(x)$.**

3. **étude algébrique pour les signes de $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.**
   a. **résoudre l'équation $f(x) = 0$ et en déduire la valeur d'annulation de $f(x)$.**
   b. **résoudre l'inéquation $f(x) > 0$ et en déduire les valeur de x pour lesquelles $f(x)$ est positif strict.**
   c. **résoudre l'inéquation $f(x) < 0$ et en déduire les valeur de x pour lesquelles $f(x)$ est négatif strict puis et donner un tableau de signes récapitulatif.**
   d. **reprendre les a. b. et c. pour $g(x)$ puis comparer les trois résultats précédents à ceux obtenus en 2. et donner un tableau de signes**

4. **les entreprises fusionnent en début d'année en une seule entreprise H.**
   le solde de l'entreprise H est donné par $h(x) = f(x) + g(x)$.
   a. **exprimer $h(x)$ en fonction de x et en déduire que h est une fonction affine.**
   b. **étudier algébriquement le signe de $h(x)$ comme en 3. et donner le tableau de signes avec les commentaires**

5. **soit f une fonction affine quelconque avec $f(x) = ax + b$ (a $\neq$ 0)**
   a. **exprimer la valeur d'annulation x_0 de f en fonction de a et b.**
   b. **dans le cas où $a > 0$, donner le tableau de signes de f en fonction de x.**
   c. **dans le cas où $a < 0$, donner le tableau de signes de f en fonction de x.**
   d. **en déduire une règle générale pour le signe de $f(x) = ax + b$ en fonction de x.**

6. **dresser les tableaux de signes des fonctions affines suivantes pour $x \in]-\infty; -\infty[$.**
   a. $f(x) = -0.1x + 4$
   b. $f(x) = 0.1x + 4$
   c. $f(x) = 0.1x$

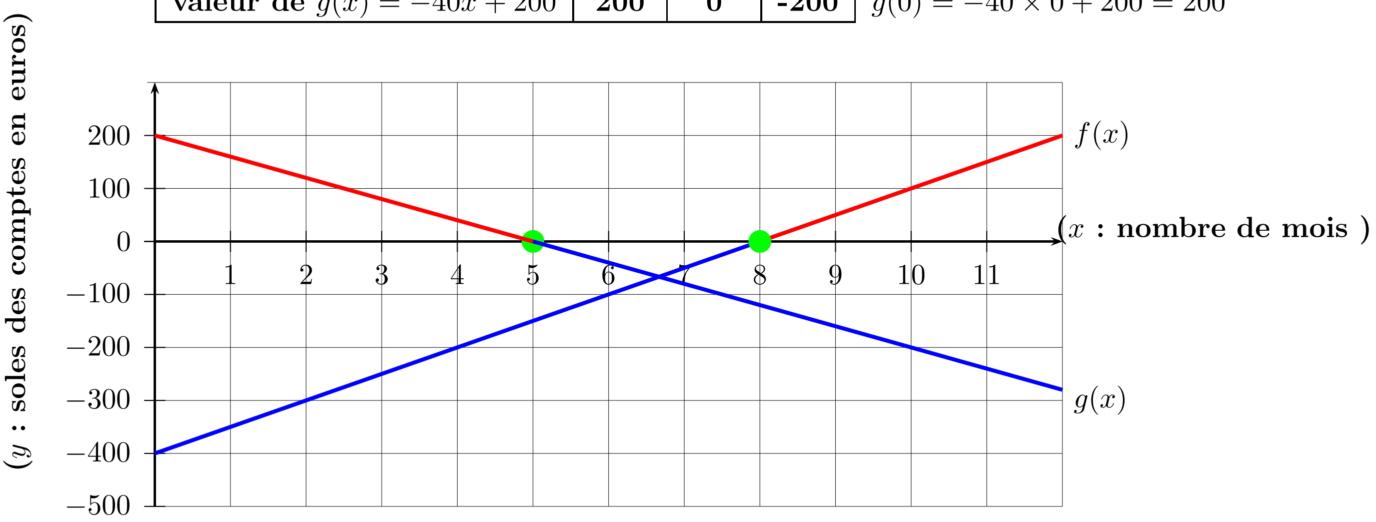
4.1.2 corrigé activité 1

1. $f(x) = -400 + 50x = 50x - 400$ **et** $g(x) = 200 - 40x = -40x + 200$.

2. Etude graphique pour le signe de $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

a. construction des courbes des fonctions f et g dans le repère suivant.
On construit deux tableaux de valeurs puis on place les points dans le repère

valeur de x	0	5	10	un calcul
valeur de $f(x) = 50x - 400$	**-400**	**-150**	**100**	$f(0) = 50 \times 0 - 400 = -400$
valeur de $g(x) = -40x + 200$	**200**	**0**	**-200**	$g(0) = -40 \times 0 + 200 = 200$



b. Estimation graphique des tableaux de signes qui donnent le signe de $f(x)$ et de $g(x)$ en fonction de x pour $x \in [0; 12]$ et commentaires associés.

valeur de x	$-\infty$	8	$+\infty$
signe de $f(x) = 50x - 400$	**-**	**0**	$+$

Commentaires :
$f(x) = 0 \iff x \in \{8\}$
$f(x) < 0 \iff x \in]-\infty; 8[$
$f(x) > 0 \iff x \in]8; +\infty[$

valeur de x	$-\infty$	8	$+\infty$
signe de $g(x) = -40x + 200$	$+$	**0**	**-**

Commentaires :
$g(x) = 0 \iff x \in \{5\}$
$g(x) < 0 \iff x \in]5; +\infty[$
$g(x) > 0 \iff x \in]-\infty; 5[$

3. Etude algébrique pour les signes de $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

Calcul de la valeur d'annulation de $f(x)$ et tableau de signes de f :
$f(x) = 0 \iff 50x - 400 = 0 \iff 50x = 400 \iff x = \dfrac{400}{50} = 8 =$ **valeur d'annulation de f.**
f a un coefficient directeur égal à $a = 50$ et $50 > 0$ donc f est croissante
donc f est positive pour $x > 8$ et f est négative pour $x < 8$
d'où le tableau de signes de f :

valeur de x	$-\infty$	8	$+\infty$
signe de $f(x) = 50x - 400$	**-**	**0**	$+$ $(a = 50)$

On remarque qu'on retrouve le signe de $a = 50$ (soit un signe $+$) à droite.

Pour $g(x)$:
Calcul de la valeur d'annulation de $g(x)$ et tableau de signes de g :
$g(x) = 0 \iff -40x + 200 = 0 \iff -40x = -200 \iff x = \dfrac{-200}{-40} = 5 =$ **valeur d'annulation de g.**
g a un coefficient directeur égal à $a = -40$ et $-40 < 0$ donc g est décroissante
donc g est positive pour $x < 5$ et g est négative pour $x > 5$ d'où le tableau de signes de g :

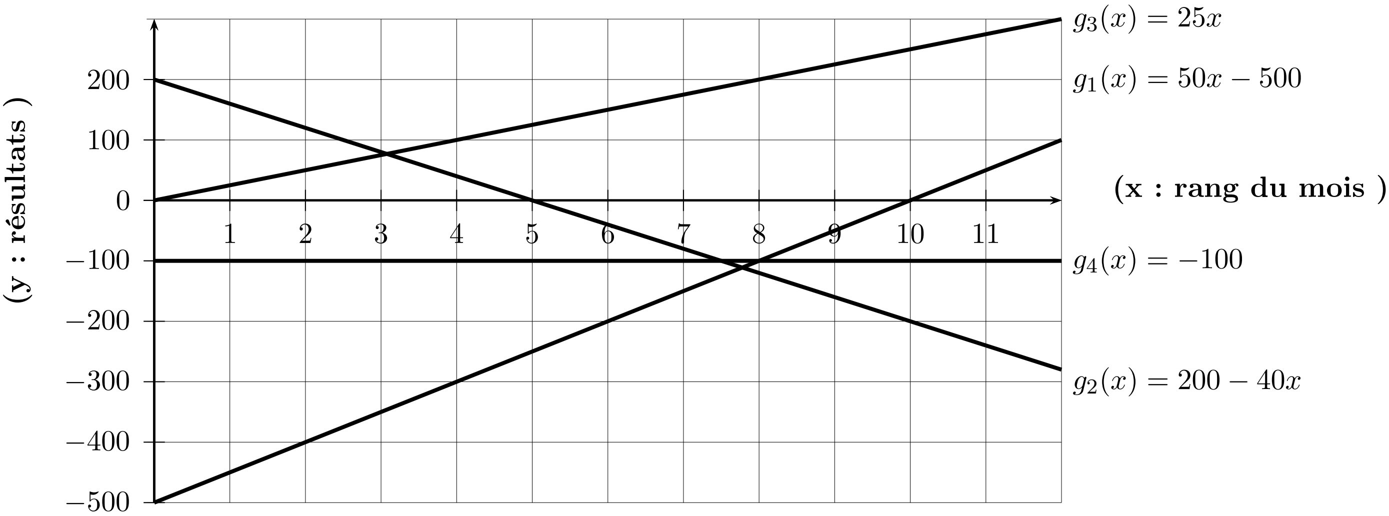
valeur de x	$-\infty$ **8** $+\infty$
signe de $g(x) = -40x + 200$	$+$ **0** **-**

On remarque qu'on retrouve le signe de $a = -40$ **(soit un signe -) à droite.**

4.1.3 activité 2 : chiffre d'affaire

Signe d'une fonction affine.
Voici en milliers d'euros, les prévisions des résultats mensuels (bénéfices) de plusieurs groupes financiers pour l'année à venir où x est le rang du mois.

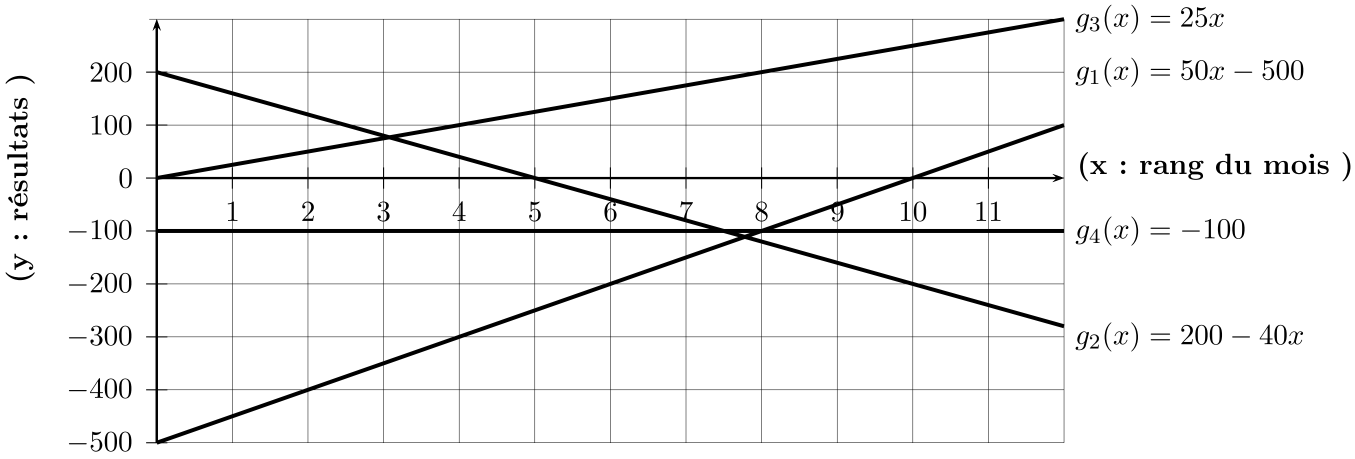
Groupe 1 : $g_1(x) = 50x - 500$ **; Groupe 2 :** $g_2(x) = 200 - 40x$ **; Groupe 3 :** $g_3(x) = 25x$ **;**
Groupe 4 : $g_4(x) = -100$



1. **Déterminer par calcul la valeur d'annulation de** $g_1(x) = 50x - 500$
   Construire le tableau de signes de $g_1(x)$ **sur** $]-\infty;\ +\infty[$
   Vérifier la cohérence avec le graphique.
2. **Procéder de même pour chacune des autres fonctions.**
3. **énoncer la règle du signe d'une fonction affine** $f(x) = ax + b$**.**

4.1.4 corrigé activité 2

A. Signe d'une fonction affine seule.



1. **Etude du signe de** $g_1(x) = 50x - 500$

valeur de x	$-\infty$ **10** $+\infty$
signe de $g_1(x) = 50x - 500$	**-** **0** $+$

Dans le tableau, on met le signe de $a = 50$ **à droite donc** $+$ **à droite**

Annulation de $g_1(x) = 50x - 500$
$g_1(x) = 0$
$\Longleftrightarrow 50x - 500 = 0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{500}{50} = 10$

Commentaires :
$g_1(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 10 \Longleftrightarrow x \in \{10\}$
$g_1(x) > 0 \Longleftrightarrow x > 10 \Longleftrightarrow x \in]\ 10\ ;\ +\infty[$
$g_1(x) < 0 \Longleftrightarrow x < 10 \Longleftrightarrow x \in]-\infty\ ;\ 10[$
On constate la cohérence avec le signe trouvé graphiquement .

2. **Procédons de même pour chacunes des autres fonctions.**

   a. **Etude du signe de** $g_2(x) = 200 - 40x$

valeur de x	$-\infty$ **5** $+\infty$
signe de $g_2(x) = 200 - 40x$	$+$ **0** **-**

Dans le tableau, on met le signe de $a = -40$ **à droite donc - à droite**

Annulation de $g_2(x) = 200 - 40x$
$g_2(x) = 0$
$\Longleftrightarrow 200 - 40x = 0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{200}{40} = 5$

Commentaires :
$g_2(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 5 \Longleftrightarrow x \in \{5\}$
$g_2(x) > 0 \Longleftrightarrow x < 5 \Longleftrightarrow x \in]-\infty\ ;\ 5[$
$g_2(x) < 0 \Longleftrightarrow x > 5 \Longleftrightarrow x \in]\ 5\ ;\ +\infty[$
On constate la cohérence avec le signe trouvé graphiquement .

   b. **Etude su signe de** $g_3(x) = 25x$

valeur de x	$-\infty$ **0** $+\infty$
signe de $g_3(x) = 25x - 400$	**-** **0** $+$

Dans le tableau, on met le signe de $a = 25$ **à droite donc** $+$ **à droite**

Annulation de $g_3(x) = 25x$
$g_3(x) = 0$
$\Longleftrightarrow 25x = 0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{0}{25} = 0$

Commentaires :
$g_3(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \Longleftrightarrow x \in \{0\}$
$g_3(x) > 0 \Longleftrightarrow x > 0 \Longleftrightarrow x \in]\ 0\ ;\ +\infty[$
$g_3(x) < 0 \Longleftrightarrow x < 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty\ ;\ 0[$
On constate la cohérence avec le signe trouvé graphiquement .

c. Etude du signe de $g_4(x) = -100$

valeur de x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
signe de $g_4(x) = -100$	**-**

Dans le tableau, on met le signe de -100 car -100 est négatif pour tout nombre x

Annulation de $g_4(x) = 0x - 100$
$g_4(x) = 0$
$\iff 0x - 100 = 0 \iff x = \dfrac{100}{0}$
impossible, pas de valeur d'annulation.

Commentaires :
$g_4(x) = 0 \iff x \in \{\} \iff x \in \emptyset$
$g_4(x) > 0 \iff x \in \{\} \iff x \in \emptyset$
$g_4(x) < 0 \iff x \in \,]-\infty\ ;\ +\infty[$

On constate la cohérence avec le signe trouvé graphiquement .

3. Rappelons la règle du signe d'une fonction affine $f(x) = ax + b$.

Soit f une fonction affine avec $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$

• La valeur d'annulation de f est $x = \dfrac{-b}{a}$

(on la trouve par résolution de l'équation $f(x) = 0$)

• Le tableau de signes de $f(x)$ en fonction de x est tel que :

valeur de x	**-∞**	$\dfrac{-b}{a}$		$+\infty$
signe de $f(x)$	**signe de -a**	**0**	**signe de a**	

4.2 à retenir

propriété 6 : *(signe de $ax+b$)*

soit f une fonction affine de formule $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$
le signe de $f(x)$ dépend de la valeur de x et est résumé par le tableau suivant

valeur de x	-∞	$\dfrac{-b}{a}$	$+\infty$
signe de $f(x)$	signe de -a	0	signe de a

valeur d'annulation

$ax + b = 0 \Longleftrightarrow ax = -b \Longleftrightarrow x = \dfrac{-b}{a}$

Commentaires : ***une des deux accolades selon le signe de a***

(1) si $a > 0$ alors $\forall x \in \mathbb{R}, \begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\} \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty; \dfrac{-b}{a}[\\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in]\dfrac{-b}{a}; +\infty[\end{cases}$;

(2) si $a < 0$ alors $\forall x \in \mathbb{R}, \begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\} \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in]\dfrac{-b}{a}; +\infty[\\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty; \dfrac{-b}{a}[\end{cases}$

($\forall$ signifie "quel que soit")

démonstration : justifions le (1)
pour cela, démontrons les trois résultats :

(1) si $a > 0$ alors $\forall x \in \mathbb{R}, \begin{cases} (i) : f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\} \\ (ii) : f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty; \dfrac{-b}{a}] \\ (iii) : f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in [\dfrac{-b}{a}; +\infty[\end{cases}$

(i) supposons $a > 0$, considérons $x \in \mathbb{R}$ et montrons $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\}$
pour cela raisonnons par équivalences successives

$f(x) = 0 \Longleftrightarrow ax + b = 0$
$ax + b = 0 \Longleftrightarrow ax = -b$
$ax = -b \Longleftrightarrow x = \dfrac{-b}{a}$
$x = \dfrac{-b}{a} \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\}$

donc $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\}$

conclusion : si $a > 0$ alors $\forall x \in \mathbb{R}$ $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{-b}{a}\}$
on procède de même pour (ii) et (iii) ainsi que pour les trois cas avec $a < 0$

remarques :

on trouve la valeur d'annulation en résolvant l'équation $f(x) = 0$

on trouve le signe de a à droite dans le tableau et le signe opposé à celui de a à gauche dans le tableau

exemples : ***(à compléter)***

valeur de x	-∞		$+\infty$
signe de $f(x) = -5x + 20$		0	

Annulation :

Commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in ... \\ \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in \;\; ... \\ \\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in \;\; ... \end{cases}$

valeur de x	**-**∞ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f(x) = 4x - 20$	**0**

Annulation :

Commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in ... \\ \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in \;\; ... \\ \\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in \;\; ... \end{cases}$

4.3 exercices

exercice 16 :

calculer valeur(s) d'annulation(s) et donner le tableau de signes dans chacun des cas suivants

(a) $f(x) = 50x - 400$

(b) $f(x) = -40x + 200$

(c) $f(x) = 30 - 0,5x$

(d) $f(x) = (10 - 5x)(-2x + 20)$

(e) $f(x) = -10 + 0,25x$

(f) $f(x) = -3x$

(g) $f(x) = \dfrac{10 - 5x}{-2x + 20}$

exercice 17 :

Un plagiste propose pour travail d'été le contrat suivant :
il s'agit de vendre des beignets sur sa plage privée
le candidat s'engage à payer 100 € par mois pour avoir du matériel et le droit de vendre sur la plage ainsi qu'à acheter au plagiste 2 € le beignet
le candidat pourra revendre le beignet 2,5 € et recevra 50 € de fixe

soit x le nombre de beignets vendus pendant un mois

(a) calculer la recette, le coût et le bénéfice réalisé par le vendeur s'il vend :

i. 50 beignets dans le mois

ii. 150 beignets dans le mois

(b) exprimer en fonction de x la recette $R(x)$, le coût $C(x)$ et le bénéfice $B(x)$ réalisé par le vendeur dans le mois.

(c) établir le tableau de signes de $B(x)$ en fonction de x pour $x \geq 0$

(d) en déduire le nombre minimal de beignets que le candidat doit vendre pour gagner de l'argent

(e) combien vendre de beignets dans le mois pour gagner 1000 € ?

(f) en déduire le nombre de beignets à vendre quotidiennement (on prendra un mois de 30 jours)

exercice 18 :

une personne a ce jour 5000 € placés sur un compte
elle retire 25 euros par mois

(a) combien restera t-il sur le compte dans 12 mois ?

(b) combien restera t-il sur le compte dans x mois ?
(on note $S(x)$ cette somme)

(c) établir le tableau de signes de $S(x)$ en fonction de x

(d) dans combien de temps le compte sera t-il débiteur ?

exercice 19 :

il fait -50 degrés et la température augmente de 0,2 degrés par jours

(a) combien fera t-il dans 10 jours ?

(b) combien fera t-il dans x jours ?
(on note $T(x)$ cette température)

(c) établir le tableau de signes de $T(x)$ en fonction de x

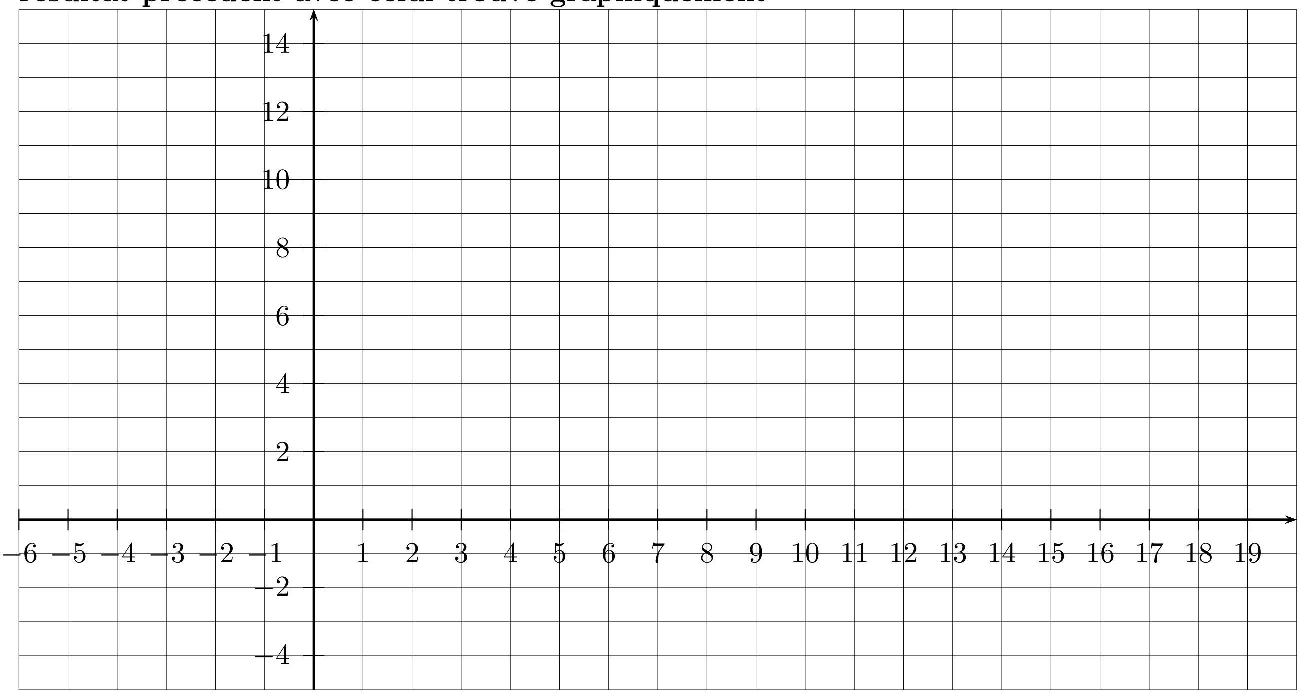
(d) dans combien de temps la température sera t-elle positive ?

exercice 20 :

On dispose des informations suivantes quand à l'évolution de la température moyenne annuelle dans un pays.

$$\begin{cases} \text{il y a six ans, la température moyenne annuelle était de 12 degrés} \\ \text{il y a un ans, la température moyenne annuelle était de 9 degrés} \\ \text{on suppose que la température moyenne annuelle } f \text{ est une fonction} \\ \text{affine du temps qui passe en années comptées à partir de cette année} \end{cases}$$

1. **d'après les données ci dessus, donner les valeurs de $f(-6)$ et de $f(-1)$**
2. **démontrer que la formule de $f(x)$ en fonction de x, où x est le nombre d'années à compter de cette année est $f(x) = -0,6x + 8,4$ *(détailler les calculs de $-0,6$ et $8,4$)***
3. **en déduire le tableau de signes de $f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$**
4. **dans combien de temps, la température moyenne devrait-elle être négative ?**
5. **placer les points qui correspondent aux informations données et vérifier la cohérence du résultat précédent avec celui trouvé graphiquement**



6. **dans combien de temps, la température moyenne devrait-elle atteindre -2 degrés ? *(graphiquement et algébriquement)***

exercice 21 :

On dispose des informations suivantes quand à l'évolution d'un compte en banque d'une personne.

$$\begin{cases} \text{il y a 5 mois, le solde du compte était de -200 euros} \\ \text{il y a 3 mois, le solde du compte était de -150 euros} \\ \text{on suppose que le solde du compte } f \text{ est une fonction} \\ \text{affine du temps qui passe en mois comptées à partir de ce mois ci} \end{cases}$$

1. **d'après les données ci dessus, donner les valeurs de $f(-5)$ et de $f(-3)$**
2. **déterminer la formule de $f(x)$ en fonction de x, où x est le nombre de mois à compter de ce mois *(détailler les calculs de a et b)***
3. **en déduire le tableau de signes de $f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$**
4. **dans combien de temps, le solde du compte devrait-il être positif ?**
5. **dans combien de temps, le solde du compte devrait-il atteindre 1000 euros ? *(algébriquement)***

exercice 22 :

soit la fonction affine définie par : $f(x) = -4x + 20$

(a) écrire un algorithme qui affiche :
la valeur d'annulation x_0 **de** f
le signe de $f(x)$ **en fonction de va valeur de** x **par rapport à** x_0
($f(x) > 0$ ***si*** $x ... x_0$***, ...)***

(b) modifier l'algorithme précédent pour qu'il fasse la même chose, mais, où cette fois, l'utilisateur donne en entrée les valeurs de a **et** b
(distinguer les trois cas où $a = 0, a < 0$ ***et*** $a > 0$***)***
(pour les plus courageux, dans le cas où $a = 0$***, distinguer les cas où*** $b = 0, b > 0$ ***et*** $b < 0$***)***

4.4 corrigés exercices

corrigé exercice 12 :

1. **Calcul de la valeur d'annulation et tableau de signes de $f(x) = 50x - 400$:**

   $f(x) = 0 \iff 50x - 400 = 0 \iff 50x = 400 \iff x = \dfrac{400}{50} = 8 =$ **valeur d'annulation de f.**

valeur de x	$-\infty$		**8**		$+\infty$
signe de $f(x) = 50x - 400$		**-**	**0**	$+$ $(a = 50)$	

   signe de $a = 50$ (soit un signe $+$) à droite.

   Commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \iff x \in \{8\} \\ f(x) > 0 \iff x \in \,]\ 8\ ;\ +\infty[\\ f(x) < 0 \iff x \in \,]\ -\infty\ ;\ 8\ [\end{cases}$

2. **Calcul de la valeur d'annulation et tableau de signes de $f(x) = -40x + 200$:**

   $g(x) = 0 \iff -40x + 200 = 0 \iff -40x = -200 \iff x = \dfrac{-200}{-40} = 5 =$ **valeur d'annulation de g.**

valeur de x	$-\infty$		**5**		$+\infty$
signe de $g(x) = -40x + 200$		$+$	**0**	**-**	

   signe de $a = -40$ (soit un signe -) à droite.

   Commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \iff x \in \{5\} \\ f(x) < 0 \iff x \in \,]\ 5\ ;\ +\infty[\\ f(x) > 0 \iff x \in \,]\ -\infty\ ;\ 5\ [\end{cases}$

3. **Exemple d'un tableau de signes pour un produit**

   Etudions le signe de $f(x) = (10 - 5x)(-2x + 20)$

x	$-\infty$		**2**		**10**		$+\infty$
$10 - 5x$		$+$	**0**	**-**	$\vert$	**-**	
$-2x + 20$		$+$	$\vert$	$+$	**0**	**-**	
$(10 - 5x)(-2x + 20)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

   Annulations :

   $10 - 5x = 0 \iff x = \dfrac{10}{5} = 2$

   $-2x + 20 = 0 \iff x = \dfrac{-20}{-2} = 10$

   Commentaires :

   $f(x) = 0 \iff x \in \{\ 2\ ;\ 10\}$

   $f(x) > 0 \iff x \in \,]-\infty\ ;\ 2\ [\ \cup\ ]\ 10\ ;\ +\infty[$

   $f(x) < 0 \iff x \in \,]\ 2\ ;\ 10\ [$

corrigé exercice 13 :

corrigé exercice 14 :

corrigé exercice 15 :

corrigé exercice 16 :

5 équations et inéquations

5.1 activité

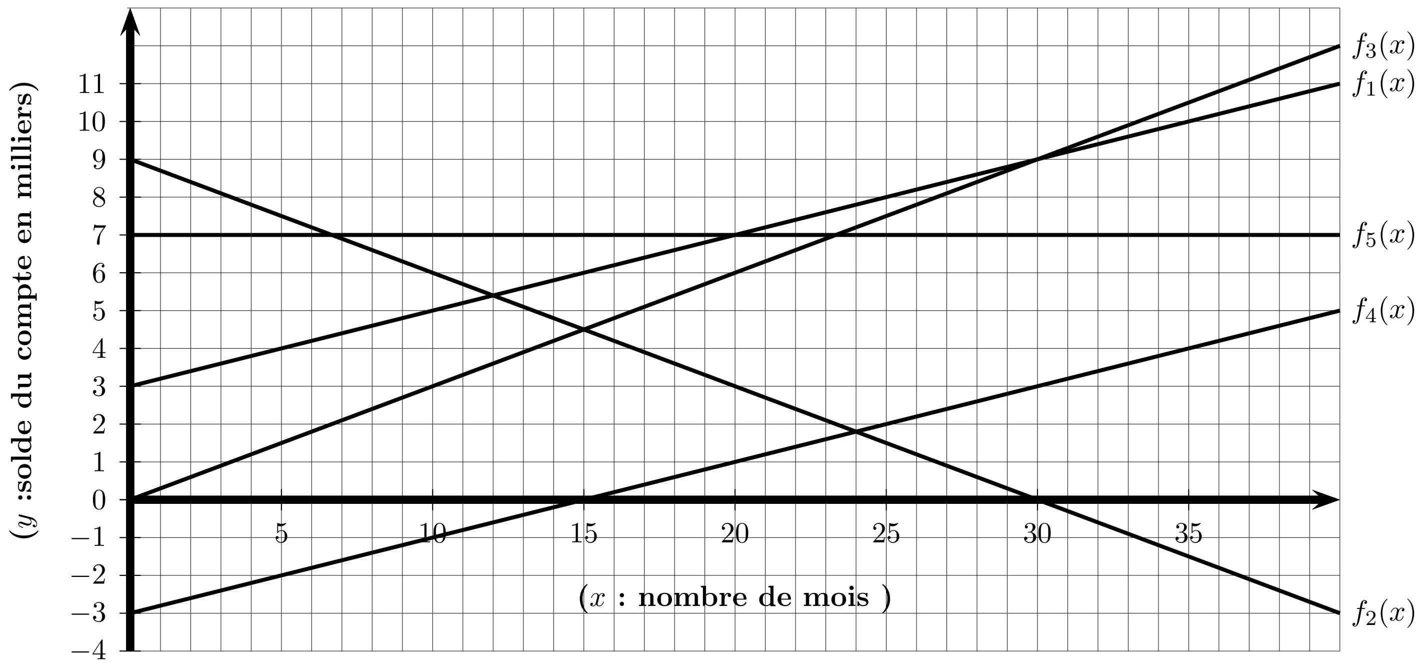
5.1.1 activité 1 : chiffre d'affaire

Voici les prévisions d'évolutions des comptes courants d'entreprises en milliers d'euros.

Entreprise 1 :	**3 milliers ce mois ci et augmentation de 0,2 milliers par mois.**
Entreprise 2 :	**9 milliers ce mois ci et diminution de 0,3 milliers par mois.**
Entreprise 3 :	**0 milliers ce mois ci et augmentation de 0,3 milliers par mois.**
Entreprise 4 :	**-3 milliers ce mois ci et augmentation de 0,2 millier par mois.**
Entreprise 5 :	**7 milliers ce mois ci et évolution de 0 milliers par mois.**

• Soit x le nombre de mois à partir de ce mois ci.
• Soient $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ et $f_5(x)$ les soldes respectifs des comptes en fonction du nombre x de mois depuis ce mois ci.

1. **Donner les expressions de $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ et $f_5(x)$ en fonction de x**



2. **Répondre graphiquement et algébriquement aux questions et interpréter selon le cas.**
   (a) **Résoudre l'équation $f_1(x) = 5$ sur $\mathbb{R}$ et interpréter**
   (b) **Pour quel mois le compte de l'entreprise 2 est-il créditeur de 3 milliers d'euros ?**
   (c) **Pour quel mois le compte de l'entreprise 4 est-il nul ?**
   (d) **Résoudre l'inéquation $f_3(x) > 6$ sur $\mathbb{R}$ et interpréter**
   (e) **Pour quel mois le compte de l'entreprise 4 est-il inférieur ou égal à 4 milliers ?**
   (f) **Pour quels mois l'entreprise 2 a t-elle un compte débiteur ?**
   (g) **Résoudre l'inéquation $f_2(x) > f_4(x)$ sur $\mathbb{R}$ et interpréter**
   (h) **Pour quels mois l'entreprise 3 a t-elle un compte supérieur strict à l'entreprise 1 ?**
   (i) **Quel mois l'entreprise 3 a t-elle un compte égal au double de celui de l'entreprise 2 ?**

5.1.2 corrigé activité 1

• **Soient $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ et $f_5(x)$ les soldes respectifs des comptes en fonction du nombre x de mois depuis ce mois ci.**

1. **calculons et interprétons quelques résultats :**

   $f_1(1) = 3 + 0,2 \times 1 = 3,2 =$ **solde du compte de l'entreprise 1 dans 1 mois.**
   $f_2(1) = 9 - 0,3 \times 1 = 8,7 =$ **solde du compte de l'entreprise 2 dans 1 mois.**
   $f_3(2) = 0 + 0,3 \times 2 = 0,6 =$ **solde du compte de l'entreprise 3 dans 2 mois.**
   $f_4(3) = -3 + 0,2 \times 3 = -2,4 =$ **solde du compte de l'entreprise 4 dans 3 mois.**
   $f_5(3) = 7 + 0 \times 1 = 7 =$ **solde du compte de l'entreprise 5 dans 3 mois.**

2. **déterminons les formules des comptes en fonction du nombre de mois x**

   $f_1(x) = 0,2x + 3$ **: fonction affine avec** $(a = 0,2$ **et** $b = 3)$
   $f_2(1) = -0,3x + 9$ **: fonction affine avec** $(a = -0,3$ **et** $b = 9)$
   $f_3(2) = 0,3x$ **: fonction affine linéaire avec** $(a = 0,3$ **et** $b = 0)$
   $f_4(3) = 0,2x - 3$ **: fonction affine avec** $(a = 0,2$ **et** $b = -3)$
   $f_5(3) = 0x + 7 = 7$ **: fonction affine avec** $(a = 0$ **et** $b = 7)$

3. **précisons le sens de variation des fonctions affines.**

   $f_1(x) = 0,2x + 3$ **: fonction croissante car** $a = 0,2$ **est positif.** $(a > 0)$
   $f_2(x) = -0,3x + 9$ **: fonction décroissante car** $a = -0,3$ **est négatif.** $(a < 0)$
   $f_3(x) = 0,3x$ **: fonction croissante car** $a = 0,3$ **est positif.** $(a > 0)$
   $f_4(x) = 0,2x - 3$ **: fonction croissante car** $a = 0,2$ **est positif.** $(a > 0)$
   $f_5(x) = 0x + 7 = 7$ **: fonction constante car** $a = 0$ **est nul.** $(a = 0)$

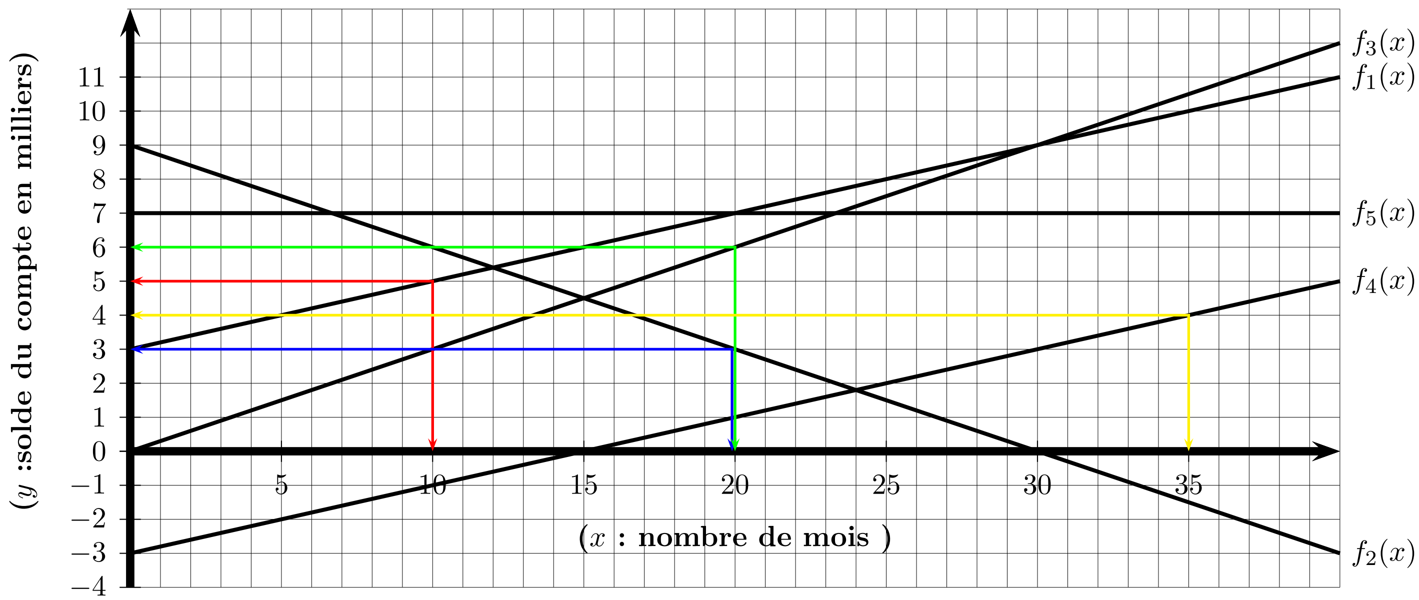
4. **Complétons les tableaux de valeurs des fonctions et représentons dans un même repère les courbes respectives des cinq fonctions sur** $[0\ ;\ 40]$**.**

valeur de x	0	20	40
$f_1(x) = 0,2x + 3$	**3**	**7**	**11**
$f_2(x) = -0,3x + 9$	**9**	**3**	**-3**
$f_3(x) = 0,3x$	**0**	**6**	**12**
$f_4(x) = 0,2x - 3$	**-3**	**1**	**5**
$f_5(x) = 7$	**7**	**7**	**7**

un calcul pour chaque fonction :

$f_1(0) = 0,2 \times 0 + 3 = 0 + 3 = 3$
$f_2(0) = -0,3 \times 0 + 9 = 9$
$f_3(0) = 0,3 \times 0 = 0$
$f_4(0) = 0,2 \times 0 - 3 = -3$
$f_5(0) = 7$

Représentation graphique



5. **Répondre graphiquement et algébriquement aux questions et interpréter selon le cas.**

   a. **Graphiquement :** $f_1(x) = 5 \Longleftrightarrow x = 10$
   Algébriquement : $f_1(x) = 5 \Longleftrightarrow 0,2x + 3 = 5 \Longleftrightarrow 0,2x = 5 - 3 \Longleftrightarrow x = \dfrac{2}{0,2} = 10$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 1 sera de 5 milliers dans 10 mois.

   b. **Graphiquement :L'entreprise 2 a un compte créditeur de 3 milliers d'euros** $\Longleftrightarrow f_2(x) = 3 \Longleftrightarrow x = 20$
   Algébriquement :$f_2(x) = 3 \Longleftrightarrow -0,3x + 9 = 3 \Longleftrightarrow -0,3x = 3 - 9 \Longleftrightarrow x = \dfrac{-6}{-0,3} = 20$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 2 sera de 3 milliers dans 20 mois.

   c. **Graphiquement :**$f_3(x) > 6 \Longleftrightarrow x > 20$
   Algébriquement :$f_3(x) > 6 \Longleftrightarrow 0,3x > 6 \Longleftrightarrow x > \dfrac{6}{0,3} \Longleftrightarrow x > 20$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 3 sera supérieur strict à 6 milliers dans strictement plus de 20 mois.

   d. **Graphiquement :Le compte de l'entreprise 4 est inférieur ou égal à 4 milliers :** $\Longleftrightarrow f_4(x) \leq 4 \Longleftrightarrow x \leq 35$
   Algébriquement :$f_4(x) \leq 4 \Longleftrightarrow 0,2x - 3 \leq 4 \Longleftrightarrow 0,2x \leq 4 + 3 \Longleftrightarrow x \leq \dfrac{7}{0,2} \Longleftrightarrow x \leq 35$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 4 sera inférieur ou égal à 4 milliers pendant 35 mois.

   e. **Graphiquement :** $f_2(x) > f_4(x) \Longleftrightarrow x < 24$
   Algébriquement :$f_2(x) > f_4(x) \Longleftrightarrow -0,3x + 9 > 0,2x - 3 \Longleftrightarrow -0,3x - 0,2x > -3 - 9$
   $\Longleftrightarrow -0,5x > -12 \Longleftrightarrow x < \dfrac{-12}{-0,5} \Longleftrightarrow x < 24$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 2 sera supérieur strict à celui de l'entreprise 4 pendant 24 mois, le 24^e **exclu.**

   f. **Graphiquement :L'entreprise 3 a un compte supérieur strict à l'entreprise 1 :** $f_3(x) > f_1(x) \Longleftrightarrow x > 30$
   Algébriquement :$f_3(x) > f_1(x) \Longleftrightarrow 0,3x > 0,2x + 3 \Longleftrightarrow 0,3x - 0,2x > 3$
   $\Longleftrightarrow 0,1x > 3 \Longleftrightarrow x > \dfrac{3}{0,1} \Longleftrightarrow x > 30$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 3 sera supérieur strict à celui de l'entreprise 1 dans 30 mois, le 30^e **exclu.**

   g. **Graphiquement :L'entreprise 3 a un compte égal au double de celui de l'entreprise 2 :** $f_3(x) = 2 \times f_2(x) \Longleftrightarrow x = 20$
   Algébriquement :$f_3(x) = 2 \times f_2(x) \Longleftrightarrow 0,3x = 2(-0,3x + 9) \Longleftrightarrow 0,3x = -0,6x + 18 \Longleftrightarrow 0,3x + 0,6x = 18 \Longleftrightarrow 0,9x = 18 \Longleftrightarrow x = \dfrac{18}{0,9} = 20$
   Interprétation : Le compte de l'entreprise 3 sera le double de celui de l'entreprise 2 dans 20 mois.

5.1.3 activité 2 : comparaison

<u>Enoncé</u> (45 bis p62)

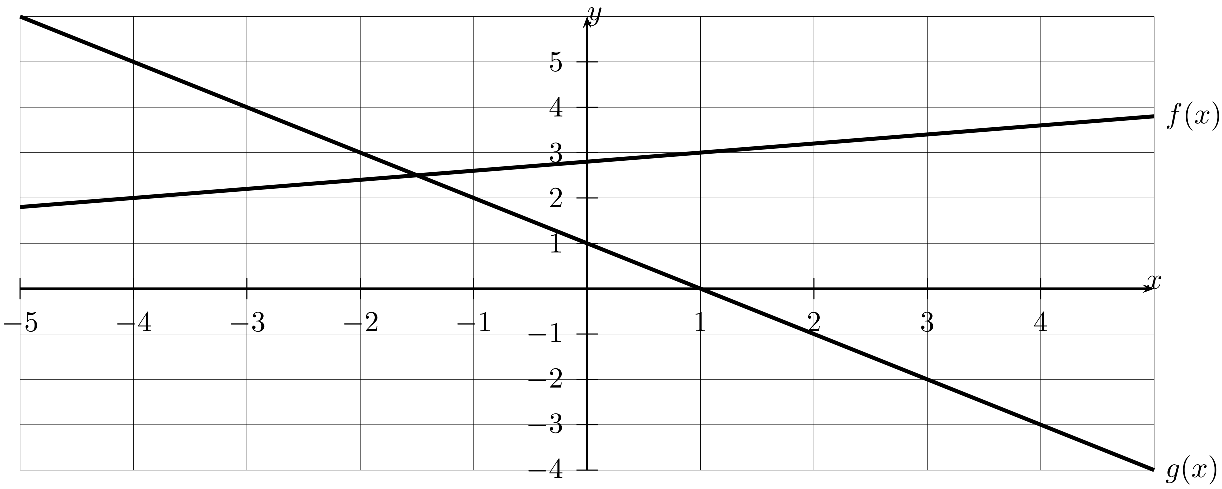
1. **Réprésenter graphiquement les fonctions f et g définies par :**
   $f(x) = 0,2x + 2,8$ **et** $g(x) = -x + 1$
2. **Résoudre les équations et inéquations :**
   - **a.** $f(x) = 0$
   - **b.** $f(x) = g(x)$
   - **c.** $f(x) \geq g(x)$
3. **Interpréter graphiquement les résultats du a., b. et c.**

5.1.4 corrigé activité 2

1. **Réprésentation graphique des fonctions f et g définies par : $f(x) = 0,2x + 2,8$ et $g(x) = -x + 1$**
   On construit deux tableaux de valeurs puis on place les points dans un repère

valeur de x	-5	0	5
valeur de $f(x) = 0,2x + 2,8$	1,8	2,8	3,8
valeur de $g(x) = -x + 1$	6	1	-4

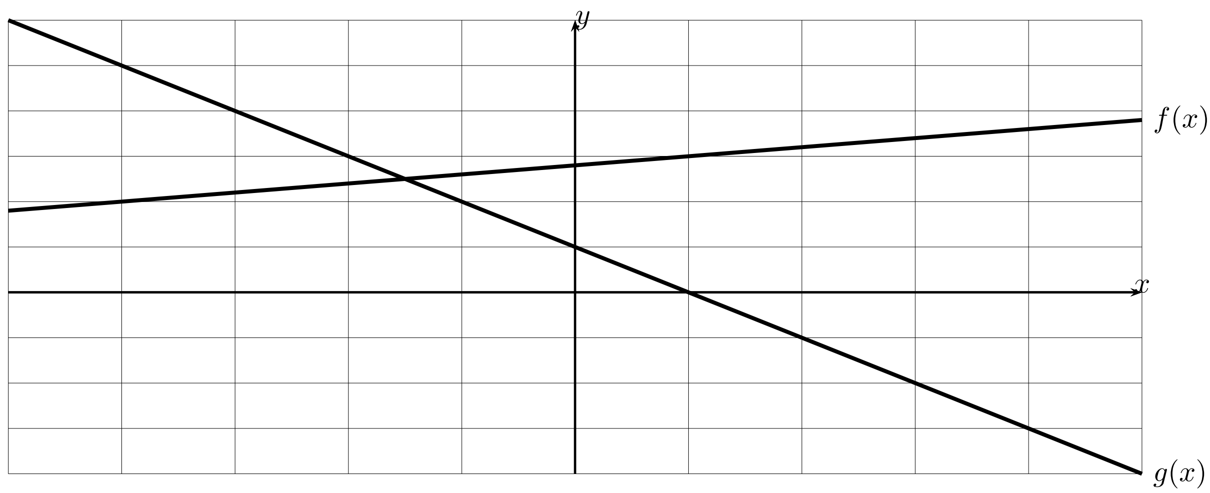
un calcul
$f(0) = 0,2 \times 0 + 2,8 = 2,8$
$g(0) = -0 + 1 = 1$



2. **Résolution d'équations et d'inéquations**
   a. $f(x) = 0 \Longleftrightarrow 0,2x + 2,8 = 0 \Longleftrightarrow 0,2x = -2,8 \Longleftrightarrow x = \dfrac{-2,8}{0,2} = -14$ **donc** $S = \{-14\}$
   b. $f(x) = g(x) \Longleftrightarrow 0,2x + 2,8 = -x + 1 \Longleftrightarrow 0,2x + x = -2,8 + 1 \Longleftrightarrow 1,2x = -1,8 \Longleftrightarrow x = \dfrac{-1,8}{1,2} = -1,5$ **donc** $S = \{-1,5\}$
   c. $f(x) \geq g(x) \Longleftrightarrow 0,2x + 2,8 \geq -x + 1 \Longleftrightarrow 0,2x + x \geq -2,8 + 1 \Longleftrightarrow 1,2x \geq -1,8 \Longleftrightarrow x \geq \dfrac{-1,8}{1,2} \Longleftrightarrow x \geq -1,5$ **donc** $S =]-1,5; +\infty[$
3. **Interprétation graphique des résultats**
   a. La courbe de f coupe l'axe des abscisses en $x = -14$
   b. La courbe de f coupe la courbe de g en $x = -1,5$
   c. La courbe de f est au dessus ou sur la courbe de g à partir de $x = -1,5$

5.2 à retenir

<u>propriété 7</u> : *(comparaison)*



soient f et g deux fonctions affines

résoudre l'équation $\boxed{f(x) = g(x)}$ **équivaut à touver les valeurs de x où C_f coupe C_g**

résoudre l'inéquation $\boxed{f(x) > g(x)}$ **équivaut à touver les valeurs de x où C_f est strictement au dessus de C_g**

(admis)

remarque :

$f(x) = c$ **ou** $f(x) > c$ **est le cas particulier où** $g(x) = c$ **est constante**

5.3 exercices

exercice 23 :

1. **Résoudre les inéquations**
   (a) $0,6x + 1,2 > 0$
   (b) $-3x + 12 \leq 0$
   (c) $0,6x + 1,2 > -3x + 12$
2. **Interpréter graphiquement les résultats du a., b. et c.**

exercice 24 :

une personne place initialement 500 euros sur un compte rémunéré à 3% d'intérêts simples par mois ***(chaque mois, la banque crédite le compte de 3% de 500 €)***

(a) **montrer que le solde du compte dans x mois est donné par** $f(x) = 15x + 500$

(b) **écrire un algorithme qui donne la plus petite valeur de x pour laquelle le solde du compte dépasse 800 €**
(utiliser une boucle : tans que(condition)instructions)

(c) **modifier l'algorithme précédent pour qu'il fasse la même chose, mais, où cette fois, l'utilisateur donne en entrée les valeurs du taux de placement t% ainsi que le capital initial placé ainsi que le seuil s à dépasser**

exercice 25 :

voici deux tarifs de deux entreprises de location de voitures
tarif A : 10 € d'assurance plus 50 € la journée plus 0,2 € du km
tarif B : 5 € d'assurance plus 20 € la journée plus 0,4 € du km

(a) **montrer que le tarif A pour x km et une journée, est donné par** $A(x) = 0,2x + 60$ **et que le tarif est donné par** $B(x) = 0,4x + 25$

(b) **écrire un algorithme qui donne l'entreprise de location la plus avantageuse quand on entre le nombre de km à faire pour une journée de location**

(c) **écrire un algorithme qui donne la plus petite valeur de x pour laquelle le tarif B est plus avantageux que le tarif A**
(utiliser une boucle : tans que(condition)instructions)

5.4 corrigés exercices

corrigé exercice 17 :

1. **Résoudre les inéquations**
   (a) $0,6x+1,2>0 \iff 0,6x>-1,2 \iff x>\dfrac{-1,2}{0,6} \iff x>-20$ **donc** $S=]-20;+\infty[$
   (b) $-3x+12\leq 0 \iff -3x\leq -12 \iff x\geq \dfrac{-12}{-3} \iff x\geq -4$ **donc** $S=[4;+\infty[$
   (c) $0,6x+1,2>-3x+12 \iff 0,6x+3x>12-1,2 \iff 3,6x>10,8 \iff x>\dfrac{10,8}{3,6}$
   $\iff x>3$ **donc** $S=]3;+\infty[$

2. **Interprétation graphique des résultats du a., b. et c.**
   (a) **La courbe de** f **où** $f(x)=0,6x+,12$ **est au dessus ou sur l'axe des abscisses à partir de** $x=-20$ **exclu**
   (b) **La courbe de** g **où** $g(x)=-3x+12$ **est en dessous ou sur l'axe des abscisses à partir de** $x=4$ **inclu**
   (c) **La courbe de** f **est strictement au dessus de la courbe de** g **à partir de** $x=3$ **exclu**

corrigé exercice 18 :

corrigé exercice 19 :

6 devoir maison

6.1 devoir maison 1

devoir Maison :

1. **Exercice 30 p 61 a. (trouver la formule)**
2. **Exercice 45 p 61 (courbe, équation, comparaison, signe)**

6.2 devoir maison 2

1. **Exercice 55 p 63 (tableau de signes multilignes)**
2. **Exercice 56.b p 63**

6.3 devoir maison 3

1. **Exercice 29 p 61 (trouver la formule)**
2. **Exercice 67 p 64 (problème comparaison)**
3. **Exercice 29 p 61 (trouver la formule d'une droite)**

6.4 devoir maison 4

1. **Exercice 70p64 (comparaison 3 tarifs)**
   Formule 1 : 30 euros pour 2 heures par mois et 0,25 euros de supplément par minute au delà des deux heures.
   Formule 2 : 15 euros pour 2 heures par mois et 0,75 euros de supplément par minute au delà des deux heures.
   Formule 3 : 20 euros pour 2 heures par mois et 0,5 euros de supplément par minute au delà des deux heures.
   • Soit x le nombre de minutes au delà des deux heures
   • Soient $f_1(x), f_2(x)$ *et* $f_3(x)$ les prix à payer par mois en fonction du nombre de minutes au delà des deux heures pour les formules respectives F1, F2 et F3.

   a. Exprimer $f_1(x), f_2(x)$ *et* $f_3(x)$ en fonction de x :

   $f_1(x) =$ $f_2(x) =$ $f_3(x) =$

   b. résoudre algébriquement les équations : $f_1(x) = f_2(x)$; $f_2(x) = f_3(x)$ *et* $f_1(x) = f_3(x)$ (sur copie)

   c. représentations graphiques des trois fonctions dans un même repère.

valeur de x	0	20	40
valeur de $f_1(x) =$			

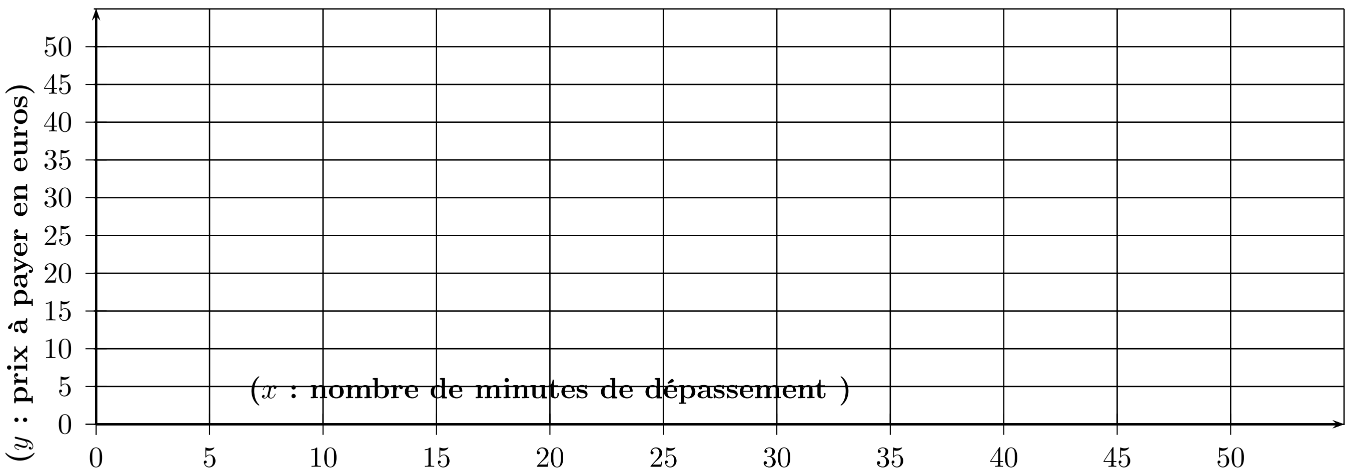
par exemple : $f_1(20) =$ ....

valeur de x	0	20	40
valeur de $f_2(x) =$			

par exemple : $f_2(20) =$ ....

valeur de x	0	20	40
valeur de $f_3(x) =$			

par exemple : $f_3(20) =$ ....



   d. Courbe (en rouge) de la fonction g qui à x associe le tarif le plus avantageux

   e. Pour un dépassement de 25 minutes, il vaut mieux choisir la formule : ....

2. **Exercice 28p61 (trouver la formule)**
   Trouver *(la formule de)* la fonction affine f sachant que : $f(1) = 3$ et $f(4) = 9$
   et en déduire la valeur exacte de $f(10)$

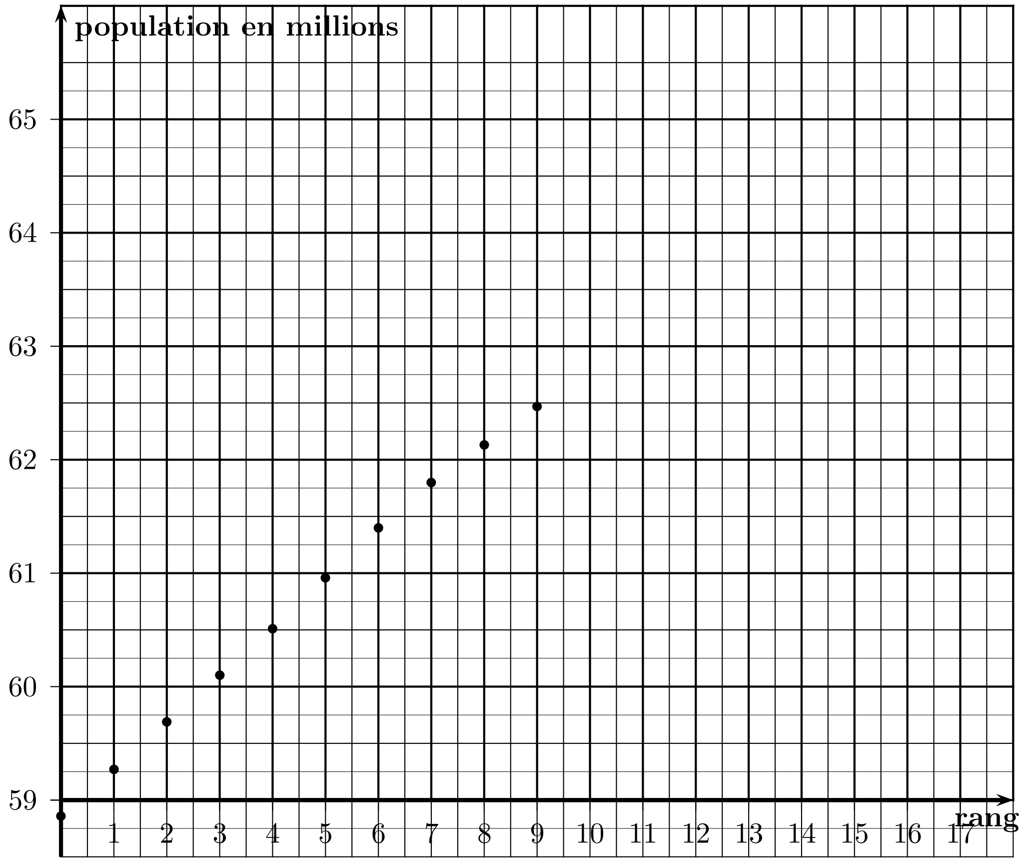
6.5 devoir maison 5

devoir maison

Exercice (bac 2010 STG Métropole)

Le tableau ci-dessous indique les effectifs de population en France du 1er janvier 2000 au 1er janvier 2009. Ces effectifs sont donnés en millions d'habitants, arrondis à $0,01$.

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
population(y_i)	58,86	59,27	59,69	60,10	60,51	60,96	61,40	61,80	62,13	62,47



i. **Montrer que l'équation de la droite (AB) sous la forme $y = ax + b$ où $A(0; 58,86)$ et $B(9; 62,47)$ sont les premiers et derniers points du nuage de points est $y = 0,4x + 58,86$ Détailler les calculs de a et b *(arrondir a et b à 0,01 près)***

ii. **Tracer cette droite *(en couleur)* dans le repère ci dessus.**

iii. **On suppose que l'évolution de la population se poursuit selon le modèle donné par la droite "d'ajustement" obtenue à la question précédente.**

A. **Déterminer graphiquement une estimation de la population en 2013. *(tracés apparents et phrase de conclusion)***

B. **Déterminer algébriquement une estimation de la population en 2013 grâce à l'équation de la droite.**
Ce résultat est-il en accord avec le résultat précédent ? *(justifier)*

C. **Déterminer graphiquement l'année à partir de laquelle la population dépasserait a 65 millions d'habitants.**

D. **Déterminer algébriquement l'année à partir de laquelle la population dépasserait a 65 millions d'habitants.**
Ce résultat est-il en accord avec le résultat précédent ? *(justifier)*

E. **Combien de temps faudrait-il attendre à partir de 2000 pour que la population ait doublé ? *(justifier par calculs)***

Exercice 4 : (67 page 64) (justifier)

6.6 devoir maison 6

Devoir Maison

<u>Exercice 1 :</u>

chercher et enregistrer l'évaluation 'fonctions affines' sur le site : site.math.free.fr
(à terminer avant la fin du trimestre : 12 Octobre)

<u>Exercice 2 :</u>

exercice 67 page 64

<u>Exercice 3 :</u>

exercice 70 page 64

<u>Exercice 4 :</u>

exercice 29 page 61

<u>Exercice 5 :</u>

exercice 43 page 62 uniquement pour d_1, d_2 **et** d_5

<u>Exercice 6 :</u>

écrire un algorithme qui donne l'image d'un nombre par une fonction linéaire si on entre le coefficient directeur et le nombre

7 corrigés devoir maison

7.1 corrigé devoir maison 1

Corrigé devoir Maison :

30p61

a. On sait que f est affine et que : $f(5) = 1$ et $f(3) = -3$

donc : $a = \dfrac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \dfrac{1 - (-3)}{5 - 3} = \dfrac{4}{2} = 2$ **donc** $f(x) = 2x + b$

de plus : $f(5) = 1$ **donc** $f(5) = 2 \times 5 + b = 1$ **donc** $10 + b = 1$ **donc** $b = 1 - 10 = -9$

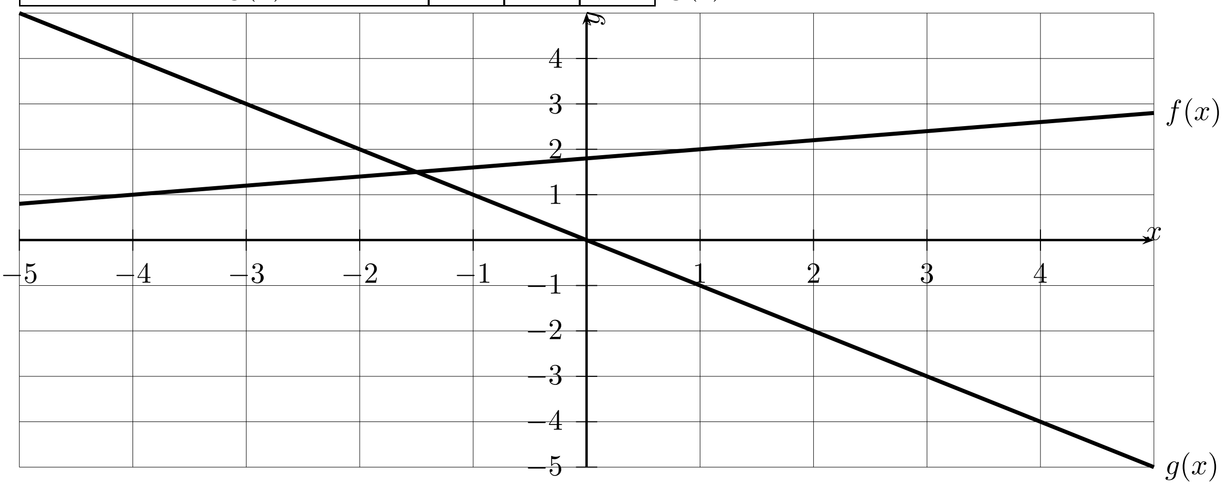
Conclusion : $f(x) = 2x - 9$

45p62

Réprésentation graphique des fonctions f et g définies par : $f(x) = 0,2x + 1,8$ et $g(x) = -x$
On construit deux tableaux de valeurs puis on place les points dans un repère

valeur de x	-5	0	5
valeur de $f(x) = 0,2x + 1,8$	**0,8**	**1,8**	**2,8**
valeur de $g(x) = -x$	**5**	**0**	**-5**

un calcul
$f(0) = 0,2 \times 0 + 1,8 = 1,8$
$g(0) = -0 = 0$



2. Résolution d'équations et d'inéquations

a. $f(x) = 0 \iff 0,2x + 1,8 = 0 \iff 0,2x = -1,8 \iff x = \dfrac{-1,8}{0,2} = -9$ **donc** $S = \{-9\}$

b. $f(x) = g(x) \iff 0,2x + 1,8 = -x \iff 0,2x + x = -1,8 \iff 1,2x = -1,8 \iff x = \dfrac{-1,8}{1,2} = -1,5$ **donc** $S = \{-1,5\}$

c. $f(x) \geq g(x) \iff 0,2x + 1,8 \geq -x \iff 0,2x + x \geq -1,8 \iff 1,2x \geq -1,8 \iff x \geq \dfrac{-1,8}{1,2} \iff x \geq -1,5$ **donc** $S =]-1,5; +\infty[$

3. Interprétation graphique des résultats

a. La courbe de f coupe l'axe des abscisses en $x = -9$

b. La courbe de f coupe la courbe de g en $x = -1,5$

c. La courbe de f est au dessus ou sur la courbe de g à partir de $x = -1,5$

4. Tableaux de signes de $f(x)$ et $g(x)$

valeur de x	$-\infty$		-9		$+\infty$
signe de $f(x) = 0,2x + 1,8$		-	0	$+$	

Annulation de $f(x) = 0,2x + 1,8$
C'est $x = -9$ (voir le 2.a.)
Dans le tableau, on met le signe de $a = 0,2$

à droite donc + à droite

valeur de x	$-\infty$	**0**	$+\infty$
signe de $g(x) = -x$	+	**0**	**-**

Annulation de $g(x) = -x$

$-x = 0 \Longleftrightarrow x = 0$ **donc l'annulation est** $x = 0$

Dans le tableau, on met le signe de $a = -1$

à droite donc - à droite

7.2 corrigé devoir maison 2

55.a p63

Résolvons l'inéquation : $(-3x-7)(2x-5)<0$

1. Utilisons un tableau de signes

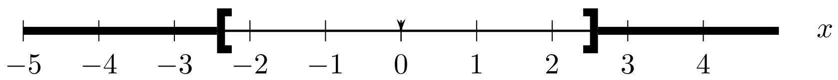
x	$-\infty$		$-\frac{7}{3}$		$2,5$		$+\infty$
$-3x-7$		$+$	**0**	**-**	$\vert$	**-**	
$2x-5$		**-**	$\vert$	**-**	**0**	$+$	
$(-3x-7)(2x-5)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	

Annulations

$-3x-7=0 \Longleftrightarrow x=-\frac{7}{3}$

$2x-5=0 \Longleftrightarrow x=\frac{5}{2}=2,5$

2. Représentation des solutions sur un axe gradué



3. Ensemble des solutions

$S=]-\infty\ ;\ -\frac{7}{3}[\ \cup\ ]2,5\ ;\ +\infty[$

55.b. p63

- **Résolvons l'inéquation :** $(2x-3)(2x+3)\leq 0$

1. Utilisons un tableau de signes

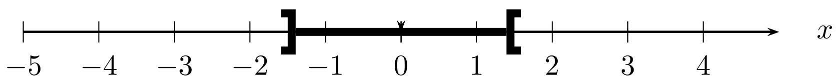
x	$-\infty$		**-1,5**		**1,5**		$+\infty$
$2x-3$		**-**	$\vert$	**-**	**0**	$+$	
$2x+3$		**-**	**0**	$+$	$\vert$	$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

Annulations

$2x-3=0 \Longleftrightarrow x=\frac{3}{2}=1,5$

$2x+3=0 \Longleftrightarrow x=\frac{-3}{2}=-1,5$

2. Représentation des solutions sur un axe gradué



3. Ensemble des solutions

$S=[-1,5\ ;\ 1,5]$

<u>**corrigé exercice 56.b. p63**</u>

- **Résolvons l'inéquation :** $(2x+3)(x+\frac{4}{3}) \geq 0$

1. Utilisons un tableau de signes

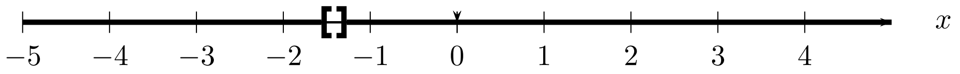
x	$-\infty$		$-1,5$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
$x+\frac{4}{3}$		-	|	-	**0**	+	
$2x+3$		-	**0**	+	|	+	
$(2x+3)(x+\frac{4}{3})$		+	**0**	-	**0**	+	

Annulations

$x+\frac{4}{3}=0 \Longleftrightarrow x=-\frac{4}{3}$

$2x+3=0 \Longleftrightarrow x=\frac{-3}{2}=-1,5$

2. Représentation des solutions sur un axe gradué



3. Ensemble des solutions : $\boxed{S=]-\infty\ ;\ -1,5\ ]\ \cup\ [\ -\frac{4}{3}\ ;\ +\infty[}$

7.3 corrigé devoir maison 3

29p61

a. Trouver (la formule de) la fonction affine f sachant que : $f(0) = 3$ **et** $f(1) = 0$

On sait que f est affine et que : $f(0) = 3$ **et** $f(1) = 0$

donc : $a = \dfrac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \dfrac{0 - 3}{1 - 0} = \dfrac{-3}{1} = -3$ **donc** $f(x) = -3x + b$

de plus : $f(1) = 0$ **donc** $f(1) = -3 \times 1 + b = 0$ **donc** $b = 0 + 3 = 3$

Conclusion : $f(x) = -3x + 3$

b. Trouver (la formule de) la fonction affine f sachant que : $f(-4) = -1$ **et** $f(8) = 2$

On sait que f est affine et que : $f(-4) = -1$ **et** $f(8) = 2$

donc : $a = \dfrac{f(-4) - f(8)}{-4 - 8} = \dfrac{-1 - 2}{-4 - 8} = \dfrac{-3}{-12} = 0,25$ **donc** $f(x) = 0,25x + b$

de plus : $f(8) = 2$ **donc** $f(8) = 0,25 \times 8 + b = 2$ **donc** $b = 2 - 2 = 0$

Conclusion : $f(x) = 0,25x + 0 = 0,25x$

67p64

Tarif du transporteur A en fonction du nombre x de km : $f(x) = 460 + 3,5x$
Tarif du transporteur B en fonction du nombre x de km : $g(x) = 1000 + 2x$

Tarif B plus avantageux que tarif A $\iff g(x) \leq f(x)$
$\iff 1000 + 2x \leq 460 + 3,5x \iff \dfrac{1000 - 460}{3,5 - 2} \leq x \iff 360 \leq x$
Donc B est plus avantageux que A à partir de 360km.

43p62. d_1

déterminons la formule de la fonction affine dont la droite d_1 est la courbe pour cela :

f est affine donc sa formule est de la forme $f(x) = ax + b$
de plus

d_1 passe par les points $A(-2; 0)$ **et** $B(3; 5)$
donc

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{5 - 0}{3 - (-2)} = 1$ **donc** $f(x) = 1x + b$

de plus : $f(-2) = 0$ **donc** $1 \times (-2) + b = 0$ **donc** $-2 + b = 0$ **donc** $b = 2$

conclusion : $f(x) = 1x + 2$

7.4 corrigé devoir maison 4

corrigé devoir maison : **70p64 et 28p61**

70p64

a. expression de $f_1(x), f_2(x)$ *et* $f_3(x)$ en fonction de x :

$\boxed{f_1(x) = 0,25x + 30}$ $\boxed{f_2(x) = 0,75x + 15}$ $\boxed{f_3(x) = 0,5x + 20}$

b. résolutions algébriques des équations : $f_1(x) = f_2(x)$; $f_2(x) = f_3(x)$ *et* $f_1(x) = f_3(x)$

$$f_1(x) = f_2(x) \iff 0,25x + 30 = 0,75x + 15 \iff 0,25x - 0,75x = 15 - 30 \iff x = \frac{-15}{-0,5} = \boxed{30}$$

$$f_2(x) = f_3(x) \iff 0,75x + 15 = 0,5x + 20 \iff 0,75x - 0,5x = 20 - 15 \iff x = \frac{5}{0,25} = \boxed{20}$$

$$f_1(x) = f_3(x) \iff 0,25x + 30 = 0,5x + 20 \iff 0,25x - 0,5x = 20 - 30 \iff x = \frac{-10}{-0,25} = \boxed{40}$$

c. représentations graphiques des trois fonctions dans un même repère.

valeur de x	0	20	40
valeur de $f_1(x) = 0,25x + 30$	30	35	40

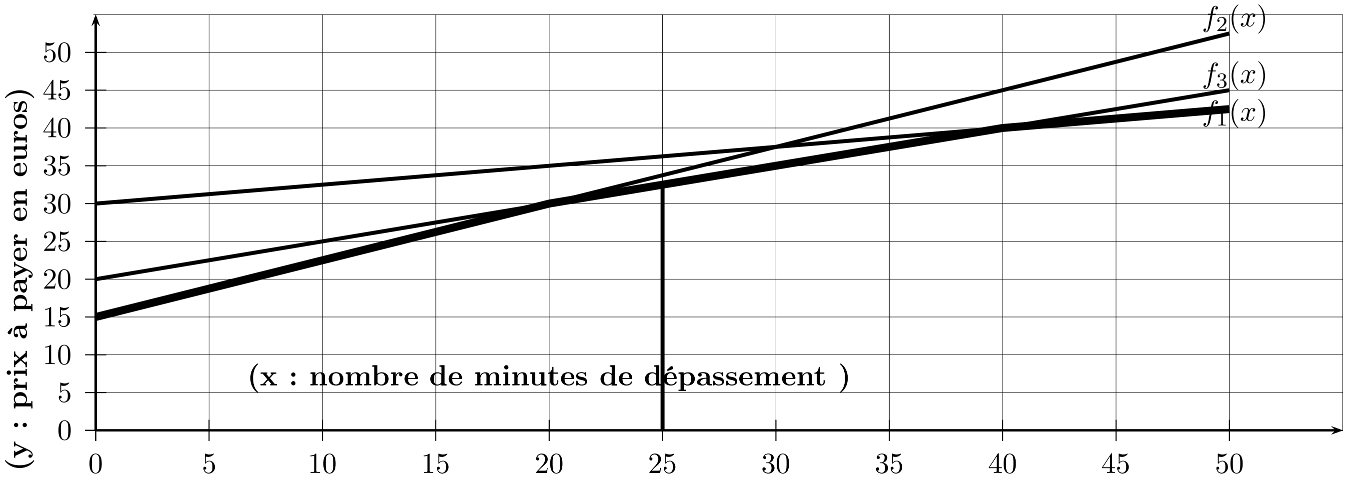
par exemple : $f_1(20) = 0,25 \times 20 + 30 = 35$

valeur de x	0	20	40
valeur de $f_2(x) = 0,75x + 15$	15	30	45

par exemple : $f_2(20) = 0,75 \times 20 + 15 = 30$

valeur de x	0	20	40
valeur de $f_3(x) = 0,5x + 20$	20	30	40

par exemple : $f_3(20) = 0,5 \times 20 + 20 = 30$



d. Courbe (en épais) de la fonction g qui à x associe le tarif le plus avantageux

e. Pour un dépassement de 25 minutes, il vaut mieux choisir la formule 3 (voir graphique)

28p61

On sait que f **est affine et que :** $f(1) = 3$ **et** $f(4) = 9$ **ou encore** $\begin{cases} x_1 = 1 \; ; \; y_1 = 3 \\ x_2 = 4 \; ; \; y_2 = 9 \end{cases}$

donc : $a = \dfrac{f(1) - f(4)}{1 - 4} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{9 - 3}{4 - 1} = \dfrac{6}{3} = 2$ **donc** $f(x) = 2x + b$

de plus : $b = y_1 - ax_1 = 3 - 2 \times 1 = 1$

Conclusion : $f(x) = 2x + 1$ **de plus** $f(10) = 2 \times 10 + 1 = 21$

Corrigé devoir Maison : 55.b. p63 et 43p62. d_1

55.b. p63

Résolvons l'inéquation : $(2x-3)(2x+3) \leq 0$

1. **Utilisons un tableau de signes**

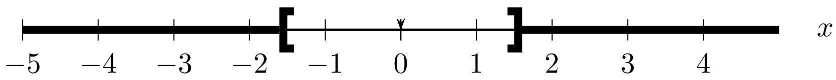
x	$-\infty$		**-1,5**		**1,5**		$+\infty$
$2x-3$		-	$\vert$	-	**0**	$+$	
$2x+3$		-	**0**	$+$	$\vert$	$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	**0**	-	**0**	$+$	

Annulations

$2x-3=0 \Longleftrightarrow x=\dfrac{3}{2}=1,5$

$2x+3=0 \Longleftrightarrow x=\dfrac{-3}{2}=-1,5$

2. **Représentation des solutions sur un axe gradué**



3. **Ensemble des solutions**

$S=[-1,5\ ;\ 1,5]$

43p62. d_1

déterminons la formule de la fonction affine dont la droite d_1 **est la courbe pour cela :**

f **est affine donc sa formule est de la forme** $f(x)=ax+b$
de plus

d_1 **passe par les points** $A(-2;0)$ **et** $B(3;5)$
donc

$a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{5-0}{3-(-2)}=1$ **donc** $f(x)=1x+b$

de plus : $f(-2)=0$ **donc** $1\times(-2)+b=0$ **donc** $-2+b=0$ **donc** $b=2$

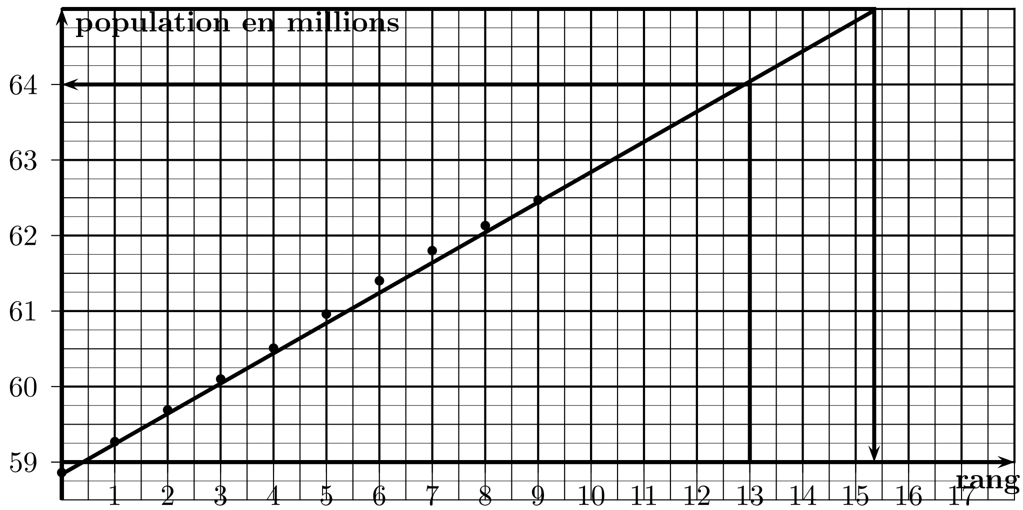
conclusion : $f(x)=1x+2$

7.5 corrigé devoir maison 5

corrigé devoir maison

corrigé exercice (bac 2010 STG Métropole *modifié*)

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
population(y_i)	58,86	59,27	59,69	60,10	60,51	60,96	61,40	61,80	62,13	62,47



(a) **la droite** (AB) **passe par les points** $A(0;58,86)$ **et** $B(9;62,47)$ **donc**
$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{62,47 - 58,86}{9-0} = \dfrac{3,61}{9} \simeq 0,4$

de plus : $b = y_A - ax_A$ **donc** $b = 58,86 - \dfrac{3,61}{9} \times 0 = 58,86$

conclusion : $\boxed{y = 0,4x + 58,86}$

(b) **droite tracée ci dessus.**

(c) **On suppose que l'évolution de la population se poursuit selon le modèle donné par la droite "d'ajustement" obtenue à la question précédente.**

i. **graphiquement, estimation de la population en 2013 :** $\boxed{\textbf{64 millions}}$

ii. **algébriquement : en 2012,** $x = 13$ **et** $y = 0,4 \times 13 + 58,86$ $\boxed{\simeq 64,06}$ **(cohérent avec le graphique)**

iii. **graphiquement l'année à partir de laquelle la population dépassera a 65 000 000 est :** $\boxed{\textbf{2015}}$

iv. **algébriquement :** $0,4x + 58,86 \geq 65 \iff x \geq \dfrac{65 - 58,86}{0,4} \iff x \geq 15,35$
donc pendant l'année 2015. (cohérent avec le graphique)

v. **algébriquement :** $0,4x + 58,86 \geq 2 \times 58,86 \iff x \geq \dfrac{2 \times 58,86 - 58,86}{0,4} \iff x \geq 147,15$
donc environs 147 ans

exercice 67 page 64

Tarif du transporteur A en fonction du nombre x de km : $f(x) = 460 + 3,5x$
Tarif du transporteur B en fonction du nombre x de km : $g(x) = 1000 + 2x$

Tarif B plus avantageux que tarif A $\iff g(x) \leq f(x)$
$\iff 1000 + 2x \leq 460 + 3,5x$

$\iff \dfrac{1000 - 460}{3,5 - 2} \leq x$

$\iff 360 \leq x$

Donc B est plus avantageux que A à partir de 360km.

7.6 corrigé devoir maison 6

Corrigé Devoir Maison

Exercice 1 :

évaluation 'fonctions affines' sur le site : site.math.free.fr
(à terminer avant la fin du trimestre : 12 Octobre)

Exercice 2 :

exercice 67 page 64

Tarif du transporteur A en fonction du nombre x de km : $f(x) = 460 + 3,5x$
Tarif du transporteur B en fonction du nombre x de km : $g(x) = 1000 + 2x$

Tarif B plus avantageux que tarif A $\iff g(x) \leq f(x)$
$\iff 1000 + 2x \leq 460 + 3,5x$

$\iff \dfrac{1000 - 460}{3,5 - 2} \leq x$

$\iff 360 \leq x$

Donc B est plus avantageux que A à partir de 360km.

Exercice 3 :

exercice 70 page 64

a. **expression de** $f_1(x), f_2(x)$ *et* $f_3(x)$ **en fonction de x :**

$f_1(x) = 0,25x + 30$ $\qquad f_2(x) = 0,75x + 15$ $\qquad f_3(x) = 0,5x + 20$

b. **résolutions algébriques des équations :** $f_1(x) = f_2(x)$; $f_2(x) = f_3(x)$ *et* $f_1(x) = f_3(x)$

$f_1(x) = f_2(x) \iff 0,25x + 30 = 0,75x + 15 \iff 0,25x - 0,75x = 15 - 30 \iff x = \dfrac{-15}{-0,5} = 30$

$f_2(x) = f_3(x) \iff 0,75x + 15 = 0,5x + 20 \iff 0,75x - 0,5x = 20 - 15 \iff x = \dfrac{5}{0,25} = 20$

$f_1(x) = f_3(x) \iff 0,25x + 30 = 0,5x + 20 \iff 0,25x - 0,5x = 20 - 30 \iff x = \dfrac{-10}{-0,25} = 40$

c. **représentations graphiques des trois fonctions dans un même repère.**

valeur de x	**0**	**20**	**40**
valeur de $f_1(x) = 0,25x + 30$	**30**	**35**	**40**

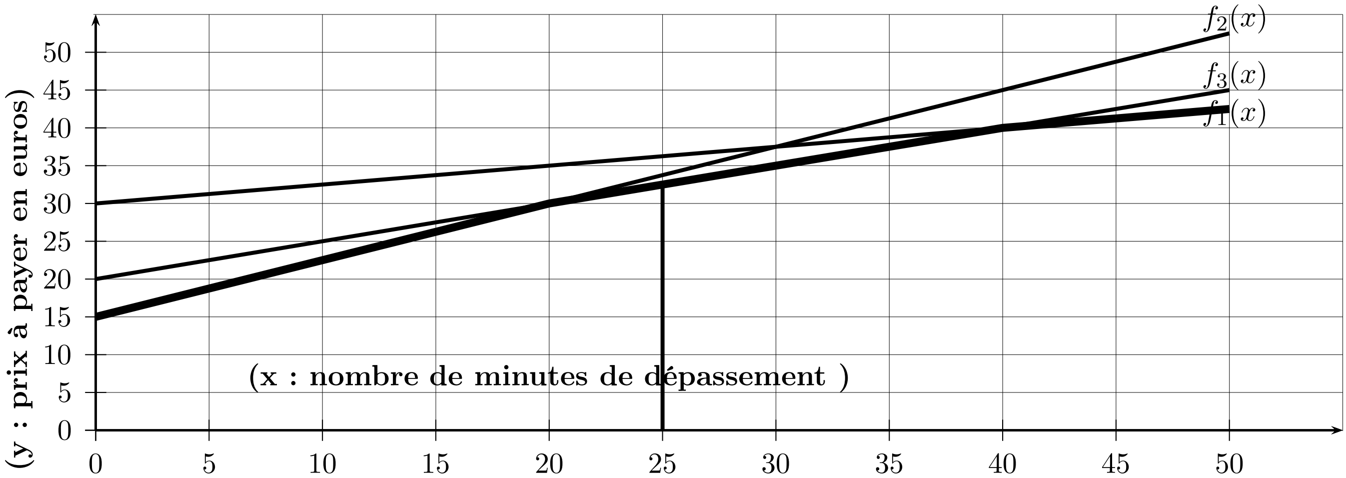
par exemple : $f_1(20) = 0,25 \times 20 + 30 = 35$

valeur de x	**0**	**20**	**40**
valeur de $f_2(x) = 0,75x + 15$	**15**	**30**	**45**

par exemple : $f_2(20) = 0,75 \times 20 + 15 = 30$

valeur de x	**0**	**20**	**40**
valeur de $f_3(x) = 0,5x + 20$	**20**	**30**	**40**

par exemple : $f_3(20) = 0,5 \times 20 + 20 = 30$



d. **Courbe (en épais) de la fonction g qui à x associe le tarif le plus avantageux**

e. **Pour un dépassement de 25 minutes, il vaut mieux choisir la formule 3 (voir graphique)**

Exercice 4 :

exercice 29 page 61

a. **Trouver (la formule de) la fonction affine f sachant que : $f(0) = 3$ et $f(1) = 0$**

On sait que f est affine et que : $f(0) = 3$ et $f(1) = 0$

donc : $a = \dfrac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \dfrac{0 - 3}{1 - 0} = \dfrac{-3}{1} = -3$ **donc** $f(x) = -3x + b$

de plus : $f(1) = 0$ **donc** $f(1) = -3 \times 1 + b = 0$ **donc** $b = 0 + 3 = 3$

Conclusion : $f(x) = -3x + 3$

b. **Trouver (la formule de) la fonction affine f sachant que : $f(-4) = -1$ et $f(8) = 2$**

On sait que f est affine et que : $f(-4) = -1$ et $f(8) = 2$

donc : $a = \dfrac{f(-4) - f(8)}{-4 - 8} = \dfrac{-1 - 2}{-4 - 8} = \dfrac{-3}{-12} = 0,25$ **donc** $f(x) = 0,25x + b$

de plus : $f(8) = 2$ **donc** $f(8) = 0,25 \times 8 + b = 2$ **donc** $b = 2 - 2 = 0$

Conclusion : $f(x) = 0,25x + 0 = 0,25x$

Exercice 5 :

exercice 43 page 62 uniquement pour d_1, d_2 et d_5

déterminons la formule de la fonction affine dont la droite d_1 est la courbe pour cela :

f est affine donc sa formule est de la forme $f(x) = ax + b$
de plus

d_1 passe par les points $A(-2; 0)$ et $B(3; 5)$
donc

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{5 - 0}{3 - (-2)} = 1$ **donc** $f(x) = 1x + b$

de plus : $f(-2) = 0$ **donc** $1 \times (-2) + b = 0$ **donc** $-2 + b = 0$ **donc** $b = 2$

conclusion : $f(x) = 1x + 2$

de même, pour $d_2 : y = -\dfrac{1}{3}x + 0 = -\dfrac{1}{3}x$

de même, pour $d_5 : y = 0x + 5$ **soit** $y = 5$

8 exercices

exercice 1 :

soit les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par les formules suivantes, vérifier dans chaque cas que f affine et préciser de plus si elle est linéaire ou constante.

i. $f(x) = \dfrac{6x+8}{2} - \dfrac{9x-12}{3}$

ii. $f(x) = 3(4x-8) - 4(5x-6)$

iii. $f(x) = (x-1)(4x-8) - (2x-4)(2x-2)$

iv. $f(x) = (2x-1)^2 - (2x+1)^2$

exercice 2 :

(a) **démontrer par l'absurde que f ne peut pas être linéaire sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas :**
i. $f(0) = 4$ **ii.** $f(2) = 10$ **et** $f(3) = 18$ **iii.** $f(4) = 0,8$ **et** $f(10) = 2$ **et** $f(20) = 3$

(b) **démontrer par l'absurde que f ne peut pas être constante sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas :**
i. $f(2) = 10$ **et** $f(3) = 18$ **ii.** $f(4) = -5$ **et** $f(10) = 2$

(c) **démontrer par l'absurde que f ne peut pas être affine sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas :**
i. $f(0) = 2$, $f(1) = 5$ **et** $f(2) = 7$ **ii.** $f(-1) = 8$, $f(0) = 4$ **et** $f(1) = 3$

exercice 3 :

(a) **f est linéaire sur $\mathbb{R}$, en déduire l'expression de f en fonction de x dans les cas :**
i. $f(10) = 3$ **ii.** $f(2) = 0$ **iii.** $f(\frac{3}{4}) = \frac{2}{3}$

(b) **f est constante sur $\mathbb{R}$, en déduire l'expression de f en fonction de x dans les cas :**
i. $f(2) = 10$ **ii.** $f(4) = -5$

(c) **f est affine sur $\mathbb{R}$, en déduire l'expression de f en fonction de x dans les cas :**
i. $f(1) = 5$ **et** $f(2) = 7$ **ii.** $f(-1) = 8$ **et** $f(1) = 3$ **iii.** $f(10) = 25$ **et** $f(25) = 10$

exercice 4 :

(a) **donner si possible dans chacun des cas et sans justifier la formule d'une fonction f qui est :**

i. affine et non linéaire	**ii. linéaire et non affine**	**iii. affine et non constante**	**iv affine et non linéaire et non constante**

exercice 5 :

un cyber-café propose les tarifs mensuels suivants :
T_1 **: 60 euros par mois quelle que soit le nombre de minutes de communication**
T_2 **: 1 euro cinquante centimes la minute de communication**
T_3 **: 15 euros de forfait mensuel plus 1 euro la minute de communication**

i. **exprimer le prix à payer mensuellement pour chacun des tarifs en fonction du nombre x de minutes de communication (resp : $f_1(x), f_2(x)$ et $f_3(x)$).**

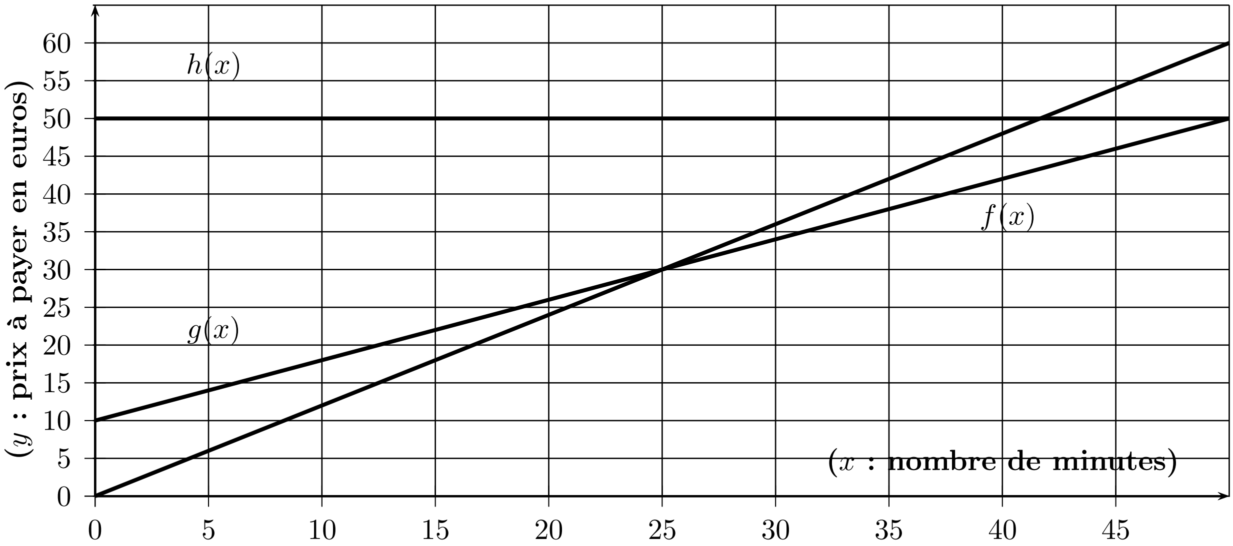
ii. **donner la nature précise de chacune des fonctions ainsi définies sur** $[0;+\infty[$

iii. **construire dans un même repère les courbes des trois fonctions**
($x \in [0;50]$ et $y \in [0;65]$ avec 2 cm pour 1 euro en abscisses et 1 cm pour 5mn en ordonnées)

iv. **déduire du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de communication**

exercice 6 :

un (autre) cyber-café propose trois tarifs mensuels :
T_1 : "b_1" euros de forfait mensuel quel que soit le nombre de minutes de communication
T_2 : "a_2" euro la minute de communication
T_3 : "b_3" euros de forfait mensuel plus "a_3" euro la minute de communication
on dispose ci dessous des graphiques des trois tarifs précédents.



i. **sachant que les courbes ci dessus sont trois droites déterminer les expressions en fonction de x de $f(x), g(x)$ et $h(x)$**

ii. **associer à chaque fonction un des trois tarifs T_1, T_2 ou T_3**

iii. **déterminer par calcul le prix à payer avec chacun des tarifs pour 1 heure de communication mensuelle**

exercice 7 :

(a) **soit la fonction affine f telle que $f(x) = 2x - 3$ pour tout $x \in \mathbb{R}$**

i. **écrire un algorithme qui donne l'image d'un nombre quelconque**
(par exemple : $f(10) = 2 \times 10 - 3 = 17$)

ii. **écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester**

iii. **écrire un algorithme (et le programme *js*) qui écrit les valeurs de x et de $f(x)$ de la fonction précédente pour x allant de 0 à 10 avec un pas de 1**
$0 \longmapsto -3$
$1 \longmapsto -1$
...

iv. **modifier l'algorithme précédent pour obtenir les valeurs pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où deb et fin sont deux entiers choisis par l'utilisateur**

(b) **soit une fonction affine quelconque f telle que $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ où a et b sont deux réels fixés quelconques.**

i. **modifier l'algorithme précédent pour qu'il écrive les valeurs de x et de $f(x)$ pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où a, b, deb, fin sont choisis par l'utilisateur (deb et fin des entiers)**

ii. **écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester**

exercice 8 : **(placer des points dans un repère)**

on utilisera la syntaxe suivante dans ce qui suit :

★ **pour créer un repère avec $x_{min}, x_{max}, y_{min}$ et y_{max} pour valeurs extrêmes en x et en y on écrira :**
creer_repere($x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}$)

★ **pour ajouter un point de coordonnées (x, y) dans le repère précédent, on écrira :**
ajouter_point(x,y)

i. soit la fonction affine f telle que $f(x) = 2x - 3$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

A. écrire un algorithme qui :
crée un repère avec pour valeurs extrêmes $x_{min} = 0, x_{max} = 10, y_{min} = -10$ et $y_{max} = 20$ puis qui ajoute dans ce repère les points de la courbe de f pour x allant de 0 à 10

B. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

C. modifier l'algorithme précédent pour obtenir les points pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où deb et fin sont deux entiers choisis par l'utilisateur (il faudra déterminer les valeurs extrêmes du repère)
(pour le programme javascript, penser à utiliser la méthode Number() pour formater en nombre les chaînes de caractères entrées avec la méthode prompt())

ii. soit une fonction affine quelconque f telle que $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ où a et b sont deux réels fixés quelconques.

A. modifier l'algorithme précédent pour obtenir les points pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où a, b, deb, fin sont choisis par l'utilisateur (deb et fin des entiers et a positif) *(pour les plus courageux distinguer les cas où a est positif ou négatif)*

B. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

exercice 9 : (trouver la formule d'une fonction connaissant deux nombres et leurs images)

(a) soit une fonction affine f telle que : $\begin{cases} f(2) = 5 \\ f(5) = 11 \end{cases}$

i. écrire un algorithme qui donne le coefficient directeur a et l'ordonnées à l'origine b de la fonction f (le traduire en javascript et le vérifier)

ii. modifier l' algorithme précédent pour qu'il fasse la même chose quand l'utilisateur entre les valeurs de x_1, x_2 et de y_1 et y_2, leurs images respectives par f *(penser au cas où $x_1 = x_2$)*

iii. retrouver les valeurs obtenues à la première question

exercice 10 : *(compléter)*

$f(x) = -5x + 12$ donc la fonction f est .... car $a =$........ et a ....

$f(x) = 5x - 12$ donc la fonction f est .... car $a =$........ et a ....

$f(x) = 0x - 12 = -12$ donc la fonction f est .... car $a =$........ et a ....

$f(x) = \dfrac{1}{3}x$ dons la fonction f est .... car $a =$........ et a ....

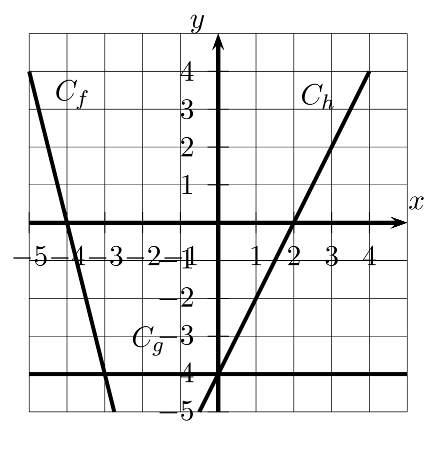
exercice 11 : : *(compléter)*

Pour les trois fonctions f, g et h représentées ci contre on détermine graphiquement que

le coefficient directeur de f est ....
donc f est ....

le coefficient directeur de g est ....
donc g est ....

le coefficient directeur de h est ....
donc h est ....



exercice 12 :

calculer valeur(s) d'annulation(s) et donner le tableau de signes dans chacun des cas suivants

i. $f(x) = 50x - 400$

ii. $f(x) = -40x + 200$

iii. $f(x) = 30 - 0,5x$

iv. $f(x) = -10 + 0,25x$

v. $f(x) = -3x$ **:**

vi. $f(x) = (10 - 5x)(-2x + 20)$

vii. $f(x) = \dfrac{10 - 5x}{-2x + 20}$

exercice 13 :

Un plagiste propose pour travail d'été le contrat suivant :
il s'agit de vendre des beignets sur sa plage privée
le candidat s'engage à payer 100 € par mois pour avoir du matériel et le droit de vendre sur la plage ainsi qu'à acheter au plagiste 2 € le beignet
le candidat pourra revendre le beignet 2,5 € et recevra 50 € de fixe

soit x **le nombre de beignets vendus pendant un mois**

i. calculer la recette, le coût et le bénéfice réalisé par le vendeur s'il vend :

A. 50 beignets dans le mois

B. 150 beignets dans le mois

ii. exprimer en fonction de x **la recette** $R(x)$**, le coût** $C(x)$ **et le bénéfice** $B(x)$ **réalisé par le vendeur dans le mois.**

iii. établir le tableau de signes de $B(x)$ **en fonction de** x **pour** $x \geq 0$

iv. en déduire le nombre minimal de beignets que le candidat doit vendre pour gagner de l'argent

v. combien vendre de beignets dans le mois pour gagner 1000 € ?

vi. en déduire le nombre de beignets à vendre quotidiennement (on prendra un mois de 30 jours)

exercice 14 :

une personne a ce jour 5000 € placés sur un compte
elle retire 25 euros par mois

i. combien restera t-il sur le compte dans 12 mois ?

ii. combien restera t-il sur le compte dans x **mois ?**
(on note $S(x)$ **cette somme)**

iii. établir le tableau de signes de $S(x)$ **en fonction de** x

iv. dans combien de temps le compte sera t-il débiteur ?

exercice 15 :

il fait -50 degrés et la température augmente de 0,2 degrés par jours

i. combien fera t-il dans 10 jours ?

ii. combien fera t-il dans x **jours ?**
(on note $T(x)$ **cette température)**

iii. établir le tableau de signes de $T(x)$ **en fonction de** x

iv. dans combien de temps la température sera t-elle positive ?

exercice 16 :

soit la fonction affine définie par : $f(x) = -4x + 20$

i. **écrire un algorithme qui affiche :**
la valeur d'annulation x_0 de f
le signe de $f(x)$ en fonction de va valeur de x par rapport à x_0
($f(x) > 0$ si $x ... x_0$, ...)

ii. **modifier l'algorithme précédent pour qu'il fasse la même chose, mais, où cette fois, l'utilisateur donne en entrée les valeurs de a et b**
(distinguer les trois cas où $a = 0, a < 0$ et $a > 0$)
(pour les plus courageux, dans le cas où $a = 0$, distinguer les cas où $b = 0, b > 0$ et $b < 0$)

exercice 17 :

(a) **Résoudre les inéquations**

i. $0,6x + 1,2 > 0$

ii. $-3x + 12 \leq 0$

iii. $0,6x + 1,2 > -3x + 12$

(b) **Interpréter graphiquement les résultats du a., b. et c.**

exercice 18 :

une personne place initialement 500 euros sur un compte rémunéré à 3% d'intérêts simples par mois *(chaque mois, la banque crédite le compte de 3% de 500 €)*

i. **montrer que le solde du compte dans x mois est donné par $f(x) = 15x + 500$**

ii. **écrire un algorithme qui donne la plus petite valeur de x pour laquelle le solde du compte dépasse 800 €**
(utiliser une boucle : tans que(condition)instructions)

iii. **modifier l'algorithme précédent pour qu'il fasse la même chose, mais, où cette fois, l'utilisateur donne en entrée les valeurs du taux de placement t% ainsi que le capital initial placé ainsi que le seuil s à dépasser**

exercice 26 :

voici deux tarifs de deux entreprises de location de voitures
tarif A : 10 € d'assurance plus 50 € la journée plus 0,2 € du km
tarif B : 5 € d'assurance plus 20 € la journée plus 0,4 € du km

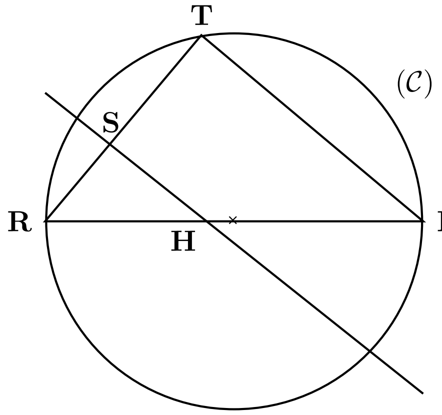
i. **montrer que le tarif A pour x km et une journée, est donné par $A(x) = 0,2x + 60$ et que le tarif est donné par $B(x) = 0,4x + 25$**

ii. **écrire un algorithme qui donne l'entreprise de location la plus avantageuse quand on entre le nombre de km à faire pour une journée de location**

iii. **écrire un algorithme qui donne la plus petite valeur de x pour laquelle le tarif B est plus avantageux que le tarif A**
(utiliser une boucle : tans que(condition)instructions)

exercice 19 : **DE LA GEOMETRIE**

L'unité de longueur est le cm, la figure est réalisée à l'échelle $\frac{1}{2}$. Ne pas reproduire la figure.



Partie A
Soit (C) un cercle de diamètre [RM] avec RM $= 10$. Soit T un point de (C) tel que RT $= 6$.

(a) **Démontrer que RMT est un triangle rectangle.**

(b) **Démontrer que TM $= 8$.**

Partie B
Soit S un point de [RT] et H le point de [RM] tel que (SH) // (TM).
On pose RS$= x$.

(a) **Donner un encadrement de x.**

(b) **Démontrer que RH $= \frac{5}{3}x$ et SH $= \frac{4}{3}x$.**

(c) **Exprimer, en fonction de x, le périmètre du triangle RSH.**

(d) **Démontrer que le périmètre du trapèze STMH est égal à : $24 - \frac{4}{3}x$.**

Partie C
On considère les fonctions affines f et g telles que :

$$f : x \longmapsto 4x \quad \textbf{et} \quad g : x \longmapsto 24 - \frac{4}{3}x.$$

(a) **Calculer $f(0)$, $f(6)$, $g(0)$ et $g(6)$.**

(b) **Sur une feuille de papier millimétré, représenter graphiquement f et g dans un rep ère orthonormé**
— **origine du repère en bas à gauche de la feuille de papier millimétré ;**
— **unité le cm.**

(c) i. **Déterminer par le calcul la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$.**

ii. **Retrouver cette valeur sur le graphique ; faire apparaître les pointillés nécessair es.**

(d) **Que représente la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ pour la partie B de ce problème ?**

exercice 20 :

VOTE PAR SMS

La chaîne de télévision France Direct I décide d'organiser un concours de la meilleure femme Disque Jockey (DJ). Puisque les téléspectateurs vont pouvoir voter pour la meilleure candidate grâce à l'envoi de mini- messages (SMS) pour cette grande soirée retransmise en direct, la chaîne a décidé de s'a ssocier à trois sociétés de téléphone. Ces dernières proposent un tarif spécial pour ce soir-là :

- **Société Pamplemousse : un forfait de 9 € et 0,15 € par SMS ;**
- **Société Triangle vert : 0,30 € par SMS ;**
- **Société Brique Mobile : 21 € pour un nombre de SMS illimité.**

(a) Le temps de vote est fixé à 30 minutes. Sachant qu'il faut 15 secondes pour écrire un SMS et l'envoyer, combien de messages au maximum pourra envoyer un téléspectateur pendant le temps de vote ?

(b) On suppose qu'un téléspectateur envoie 50 SMS pendant le temps de vote. Compléter le tableau suivant :

Société	Pamplemousse	Triangle Vert	Brique Mobile
Coût, en euros, pour 50 SMS			

(c) On appelle x le sombre de SMS envoyés par un téléspectateur.
On note $P(x)$ le coût pour x SMS s'il choisit la société Pamplemousse, $T(x)$ le coût pour x SMS s'il choisit la société Triangle vert et $B(x)$ le coût pour x SMS s'il choisit la société Brique Mobile.
Exprimer $P(x)$, $T(x)$ et $B(x)$ en fonction de x.

(d) Dans un repère orthogonal, on prend les unités suivantes :
- **sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 10 SMS ;**
- **sur l'axe des ordonnées 1 cm représente 3 €.**

On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille.
Tracer les représentations graphiques des fonctions f, g et h définies, pour tout nombre x, par :

$$f(x) = 0,15x + 9 \quad ; \quad g(x) = 0,30x \quad \textbf{et} \quad h(x) = 21.$$

(e) ***Dans cette partie, on répondra aux différentes questions en utilisant le graphique et en faisant apparaître les tracés nécessaires.***

i. À partir de combien de SMS, la proposition de la société Brique Mobile devient-elle intéressante ?

ii. Les parents d'Arthur lui donnent 15 € pour la soirée. Étant un fan de DJ Carmen , Arthur veut envoyer pour elle un maximum de SMS pendant la soirée.
Indiquer quelle société il devra choisir et combien de SMS il pourra envoyer.

(f) Le vote est terminé, les trois concurrentes DJ Carmen, DJ Desdémone et DJ Elvira attende nt les résultats. 724560 SMS ont été reçus. DJ Carmen l'emporte avec 60 % des voix.
Donner une valeur arrondie à l'unité du nombre de SMS envoyés par seconde pour DJ Carmen.

exercice 21 : LE CONFISEUR

Un confiseur utilise une boîte de forme nouvelle pour emballer des dragées. Cette boîte a la forme d'un solide SABCDEFGH à neuf faces, qui se compose d'un cube d'arête 4 cm et d'un e pyramide régulière SABCD de sommet S. On note O le centre du carré ABCD et I le milieu du s egment [BC]. (La pyramide SABCD étant régulière, on rappelle que SA = SB = SC = SD et que [S O] est sa hauteur.)

Partie A

Dans cette partie on pose SO = 2 cm.

(a) On admet que le triangle SOI est rectangle en O.

i. Quelle est la longueur du segment [OI] ?

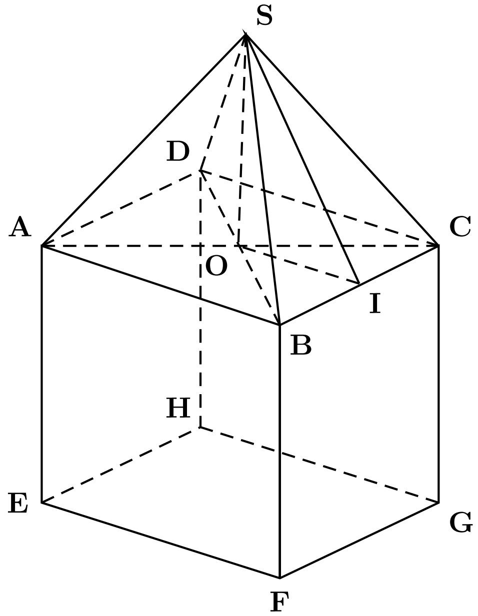
ii. Démontrer alors que SI= $2\sqrt{2}$ cm.

(b) Calcul de l'aire de la boite.

i. Justifier que [SI] est perpendiculaire à [BC].

ii. En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle SBC, puis la valeur exacte de l' aire d es faces latérales de la pyramide SABCD

iii. Calculer la valeur exacte de l'aire totale des faces du solide SABCDEFGH, puis en donner un a rrondi au centième.



Partie B

Dans cette partie, on note x la longueur SO, exprimée en centimètres.

(a) Montrer que le volume $\mathcal{V}$ du solide SABCDEFGH vérifie l'égalité

$$\mathcal{V} = \frac{16}{3}x + 64.$$

(b) On note f la fonction affine définie par $f(x) = \frac{16}{3}x + 64$.
Représenter la fonction f pour x compris entre 0 et $4,5$ cm dans un repère orthogonal.

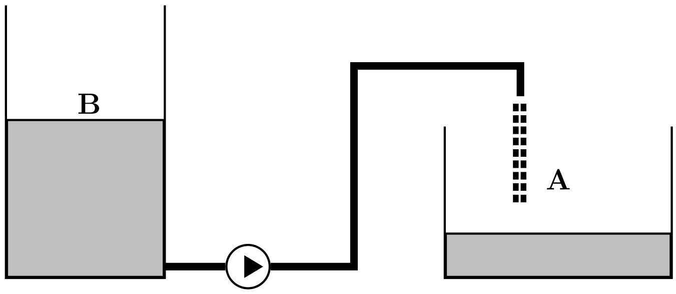
On prendra pour unités 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 mm sur l'axe des ordonnées. Prendre l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille de papier millimétré.

(c) Le confiseur souhaite que le volume de sa boîte soit au moins égal à 80 cm^3.
E n utilisant la représentation graphique de la fonction f déterminer à partir de quelle valeur de x cette condition est remplie.

(d) Retrouver le résultat précédent par le calcul.

exercice 22 : LE RESERVOIR

On transfère le pétrole contenu dans un réservoir B vers un réservoir A à l'aide d'une pompe.



Après démarrage de la pompe, on constate que la hauteur de pétrole dans le réser voir A augmente de 3 cm par minute. Le réservoir A est vide au départ.

(a) Remplissage du réservoir A

i. Recopier et compléter le tableau suivant :

Temps (en min)	0	10	20	30	40
Hauteur du pétrole dans le réservoir A (en cm)	0		60		

ii. On appelle x le temps (en minutes) de fonctionnement de la pompe et $f(x)$ la hauteur du pétrole (en cm) dans le réservoir A.
Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle correspond à la fonction f :

$$x \longrightarrow -2x \quad x \longrightarrow 3x + 20 \quad x \longrightarrow 3x \ ?$$

iii. Représenter graphiquement la fonction f pour x variant de 0 à 40.
Les unités :

- en abscisses 2 cm représenteront 5 minutes,
- en ordonnées 1 cm représentera une hauteur de 10 cm de pétrole dans la cuv e.

iv. Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour obtenir une hauteur de pétrole de 105 cm dans le réservoir A. On fera apparaître les tracés sur le graphique.

(b) Vidage du réservoir B
Sur le graphique précédent, le segment tracé représente la hauteur (en centimètre) de pétrole dans la cuve B en fonction du temps (en minute).

i. Compléter le tableau ci-dessous en utilisant le graphique précédent

Temps (en min)	0	10		40
Hauteur du pétrole dans le réservoir B (en cm)	200		80	

ii. On appelle x le temps (en minutes) de fonctionnement de la pompe et $g(x)$ la hauteur du pétrole (en cm) dans le réservoir B. Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle correspond à la fonction g :

$$x \longrightarrow -4x \quad x \longrightarrow 3x + 20 \quad x \longrightarrow -5x + 200 \ ?$$

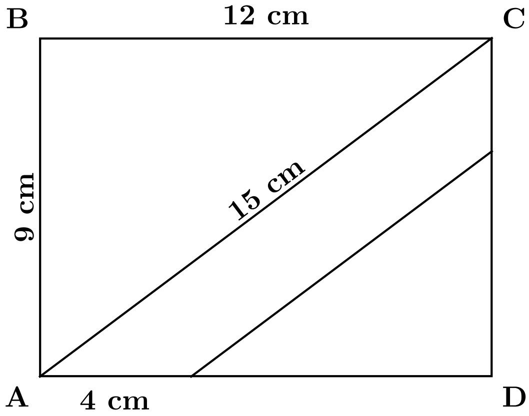
iii. Déterminer par le calcul le temps au bout duquel les hauteurs de pétrole dans les cuves A et B sont égales.

iv. Expliquer continent on peut retrouver graphiquement ce dernier résultat.

exercice 23 : CALCUL D'AIRES

Première partie

Sur un plan, un terrain rectangulaire est représenté par un rectangle ABCD de largeur AB = 9 cm et de longueur BC = 12 cm.



(a) **Déterminer l'aire du triangle ACD.**

(b) **Calculer AC.**

Deuxième partie

Les distances sont exprimées en cm et les aires en cm^2.

E est le point du segment [AD] tel que AE = 4 et F est un point de [CD].

(a) **On suppose que CF = 3. Les droites (EF) et (AC) sont-elles parallèles ? Justifier la répon se.**

Dans la suite du problème, on pose CF = x.

(b) **Montrer que l'aire du triangle EFD est $36 - 4x$.**

(c) **Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EFD est-elle égale à 24 cm^2 ?**

(d) **Exprimer l'aire du quadrilatère ACFE en fonction de x.**

(e) **Le plan est muni d'un repère orthogonal. Les unités choisies seront les suivantes :**
- **sur l'axe des abscisses, 1 cm représentera 1 unité ;**
- **sur l'axe des ordonnées, 1 cm représentera 5 unités.**

Représenter sur du papier millimétré la fonction affine $f : x \longmapsto 18 + 4x$.

(f) **Retrouver sur le graphique la réponse à la question 3 (laisser apparents les traits de cons truction).**

Troisième partie

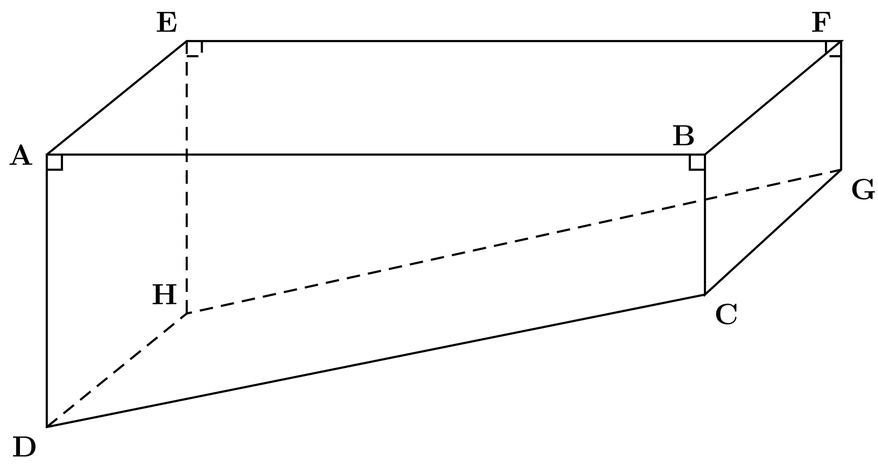
On suppose que la largeur réelle du terrain est de 27 m.

(a) **Déterminer l'échelle du plan.**

(b) **Calculer l'aire du terrain (en m^2).**

exercice 24 : LA PISCINE

La piscine de Monsieur Dujardin a la forme d'un prisme droit dont la base ABCD est un tra pèze rectangle.
On donne : AB = 14 m, AE = 5 m AD = 1,80 m, BC = 0,80 m.



(a) Montrer que le volume de cette piscine est 91 m^3.

(b) A la fin de l'été, M. Dujardin vide sa piscine à l'aide d'une pompe dont le débit est 5 m^3 par heure.

i. Calculer le nombre de m^3 d'eau restant dans la piscine au bout de 5 heures.

ii. On admet que le nombre de m^3 d'eau restant dans la piscine au bout de x heures est donné par la fonction affine f définie par :

$$f(x) = 91 - 5x$$

Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal dont les unités sont : en absciss e, 1 cm pour 1 heure et en ordonnée, 1 cm pour 5 m^3.

iii. Par lecture graphique, déterminer le nombre d'heures nécessaires pour qu'il ne reste que 56 m ^{3} d'eau dans cette piscine et celui pour vider complètement la piscine.

iv. Retrouver ce dernier résultat par le calcul. Donner cette durée en heures et minutes.

(c) Pour qu'il ne reste que 56 m^3 d'eau dans cette piscine, M. Dujardin aurait pu attendre que l'eau s'évapore sous l'action du soleil. Mais cela aurait pris beaucoup de temps puisque par évaporation le volume ne baisse que de 5 % par semaine (et encore s'il fait toujours beau !). Beaucoup de temps, mais combien de semaines exactement ?

9 documents de synthèse

9.1 à retenir 1

définition 1 : *(fonction linéaire)*

quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

$\boxed{f \text{ est une fonction linéaire sur } I}$ **(Condition 1)**

équivaut à

il existe un nombre réel $a \in \mathbb{R}$,
quel que soit le nombre réel $x \in I$, $\boxed{f(x) = ax}$ **(Condition 2)**

remarque : le nombre a est appelé le "coefficient directeur"

exemple : $f(x) = \frac{1}{2}x$ pour tout réel x, f est linéaire sur $\mathbb{R}$ de coefficient directeur $a = \frac{1}{2}$

définition 2 : *(fonction constante)*

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

$\boxed{f \text{ est une fonction constante sur } I}$

équivaut à

il existe un nombre réel $b \in \mathbb{R}$ tel que :
quel que soit le nombre réel $x \in I$: $\boxed{f(x) = b}$

exemple : $f(x) = \pi$ pour tout $x \in [0; 10]$, f est constante sur $[0; 10]$

définition 3 : *(fonction affine)*

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$

$\boxed{f \text{ est une fonction affine sur } I}$

signifie que

il existe deux nombres réels $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que :
quel que soit le nombre réel $x \in I$: $\boxed{f(x) = ax + b}$

dans ce cas $\begin{cases} a \text{ est appelé } \textit{"coefficient directeur"} \text{ de } f \\ b \text{ est appelé } \textit{"ordonnée à l'origine"} \text{ de } f \end{cases}$

exemple : $f(x) = \frac{-2}{3}x + \sqrt{2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ est affine sur $\mathbb{R}$ avec $\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$

propriété 1 : *(condition suffisante mais pas nécessaire)*

quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$
(1) si f est une fonction linéaire sur I alors f est une fonction affine sur I
(2) si f est une fonction constante sur I alors f est une fonction affine sur I

(admis)

exemples :
$f(x) = 3x = 3x + 0$ est linéaire et affine $a = 3$ et $b = 0$
$f(x) = 10 = 0x + 10$ est constante et affine $a = 0$ et $b = 10$

remarque : les réciproques de (1) et (2) sont fausses *(admis)*

9.2 à retenir 2

propriété 2 : *(formule)*

soient x_1, x_2, y_1, y_2 quatre nombres réels.

si f **est une fonction affine sur** $\mathbb{R}$ **avec** $\begin{cases} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases}$

alors $\boxed{f(x) = ax + b}$ **pour tout** $x \in \mathbb{R}$ **avec** $\boxed{a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ **et** $\boxed{b = y_2 - ax_2}$

(admis)

remarque :

on peut alors déterminer la formule d'une fonction affine dès que l'on connaît deux nombres distincts ainsi que leurs images respectives

exemple :

f **est affine avec** $\begin{cases} f(-2) = -5 \\ f(2) = 7 \end{cases}$

$f(x) = ax + b, \quad a = \dfrac{7 - (-5)}{2 - (-2)} = \dfrac{12}{4} = 3, \quad b = 7 - 3 \times 2 = 7 - 6 = 1, \quad \boxed{f(x) = 3x + 1}$

propriété 3 : *(courbe d'une fonction affine)*

si **une fonction f est affine sur $\mathbb{R}$ de formule $f(x) = ax + b$**
alors **la courbe C_f de la fonction f représentée dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est une $\boxed{\text{droite d'équation } y = ax + b}$**

réciproque

si **la courbe C_f de la fonction f représentée dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est une $\boxed{\text{droite d'équation } y = ax + b}$**
alors **la fonction f est affine sur $\mathbb{R}$ de formule $f(x) = ax + b$**

(admis)

remarques :

i. si on connaît la formule de f, pour construire la droite, il suffit de faire un tableau de valeurs de la fonction f avec deux valeurs de x *(trois pour vérifier l'alignement des trois points)*

propriété 4 : *(droite et fonction affine)*

si $\begin{cases} \text{une fonction } f \text{ est affine de formule } f(x) = ax + b \\ \text{et} \\ \text{la droite représentative de } f \text{ dans un repère passe par les points } \begin{cases} A(x_A; y_A) \\ B(x_B; y_B) \end{cases} \end{cases}$

alors **la droite représentative de f dans le repère précédent a pour équation :** $\boxed{y = ax + b}$ **avec :** $\boxed{a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$ **et** $\boxed{b = y_A - ax_A}$

(admis)

remarque :

si on dispose de la droite tracée dans un repère, pour trouver la formule de la fonction affine, il suffit de choisir deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sur la droite et d'utiliser la propriété

exemple :

la droite passe par les points $A(0; -2)$ et $B(8; 2)$

$a = \dfrac{2 - (-2)}{8 - 0} = \dfrac{4}{8} = 0,5, \quad b = -2 - 0,5 \times 0 = -2 \quad \boxed{y = f(x) = 0,5x - 2}$

9.3 à retenir 3

propriété 5 : *(sens de variations)*

soit f une fonction affine sur I de formule $f(x) = ax + b$
le sens de variation de f dépend uniquement du signe de a
on distingue trois cas :

(1) $\boxed{a > 0}$ **équivaut à f est $\boxed{\text{strictement croissante sur } I}$**

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

(2) $\boxed{a < 0}$ **équivaut à f est $\boxed{\text{strictement décroissante sur } I}$**

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	$-\infty$

(3) $\boxed{a = 0}$ **équivaut à f est $\boxed{\text{constante sur } I}$ et vaut b pour tout x**

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	b	$\longrightarrow$	b

exemples :

$f(x) = 2x + 3$ **donc** $a = 2$, **par conséquent f est strictement croissante car** $(2 > 0)$

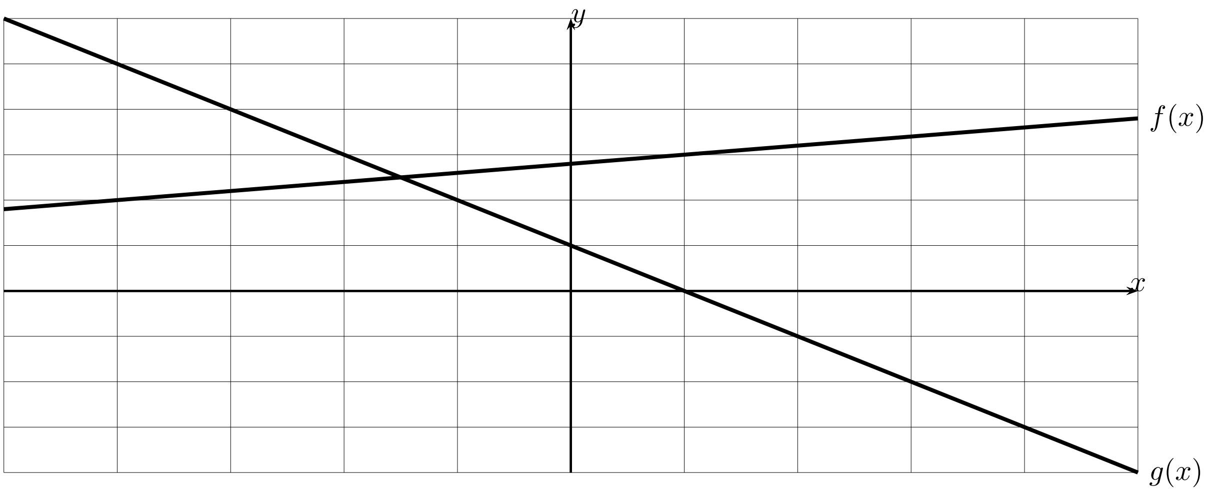
$f(x) = -2x - 3$ **donc** $a = -2$, **par conséquent f est strictement décroissante car** $(-2 < 0)$

$f(x) = -3$ **donc** $a = 0$, **par conséquent f est constante.**

remarques :

pour trouver le sens de variation d'une fonction affine, il suffit de trouver le signe de son coefficient directeur.

propriété 6 : *(comparaison)*



soient f et g deux fonctions affines

résoudre l'équation $\boxed{f(x) = g(x)}$ **équivaut à touver les valeurs de x où C_f coupe C_g**

résoudre l'inéquation $\boxed{f(x) > g(x)}$ **équivaut à touver les valeurs de x où C_f est strictement au dessus de C_g**

(admis)

remarque :

$f(x) = c$ **ou** $f(x) > c$ **est le cas particulier où** $g(x) = c$ **est constante**

9.4 à retenir 4

propriété 7 : *(signe de $ax+b$)*

soit f une fonction affine de formule $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$
le signe de $f(x)$ dépend de la valeur de x et est résumé par le tableau suivant

valeur de x	$-\infty$ $\qquad$ $\dfrac{-b}{a}$ $\qquad$ $+\infty$
signe de $f(x)$	signe de $-a$ $\quad$ **0** $\quad$ signe de a

valeur d'annulation

$ax + b = 0 \iff ax = -b \iff x = \dfrac{-b}{a}$

Commentaires : ***une des deux accolades selon le signe de a***

(1) si $a > 0$ alors $\forall x \in \mathbb{R}$, $\begin{cases} f(x) = 0 \iff x \in \{\dfrac{-b}{a}\} \\ f(x) < 0 \iff x \in \,]-\infty; \dfrac{-b}{a}[\\ f(x) > 0 \iff x \in \,]\dfrac{-b}{a}; +\infty[\end{cases}$ **;**

(2) si $a < 0$ alors $\forall x \in \mathbb{R}$, $\begin{cases} f(x) = 0 \iff x \in \{\dfrac{-b}{a}\} \\ f(x) < 0 \iff x \in \,]\dfrac{-b}{a}; +\infty[\\ f(x) > 0 \iff x \in \,]-\infty; \dfrac{-b}{a}[\end{cases}$

($\forall$ signifie "quel que soit")

remarques :

on trouve la valeur d'annulation en résolvant l'équation $f(x) = 0$

on trouve le signe de a à droite dans le tableau et le signe opposé à celui de a à gauche dans le tableau

exemples : ***(à compléter)***

valeur de x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f(x) = -5x + 20$	**0**

Annulation :

Commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \iff x \in ... \\ f(x) < 0 \iff x \in \; ... \\ f(x) > 0 \iff x \in \; ... \end{cases}$

valeur de x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f(x) = 4x - 20$	**0**

Annulation :

Commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \iff x \in ... \\ f(x) < 0 \iff x \in \; ... \\ f(x) > 0 \iff x \in \; ... \end{cases}$

10 travaux pratiques

10.1 tp 1 : tableur (détermination de la formule)

Nom :

TP : $\boxed{\textbf{Fonctions affines : utilisation du Tableur}}$

1. **Utilisation d'une feuille de calcul de type Tableur**

   (a) **ouvrir une feuille de calcul de type tableur *(Excel)***

   (b) **sauvegarder cette feuille de calcul sous le nom " tp_fonction_affine_formule " dans votre dossier "Mes Documents" dans un sous-dossier appelé "Math" (créé au préalable)**

   (c) **le but est d'utiliser cette feuille de calcul pour que :**

_ **quand on entrera des valeurs dans les cellules $B1$, $B2$, $B3$ et $B4$,**
on obtiendra automatiquement en $B6$ la valeur du coefficient directeur a et en $B7$ la valeur de l'ordonnée à l'origine b de la fonction affine telle que :
$\begin{cases} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \end{cases}$

_ **quand on entrera une valeur de x_3 en $B9$ on obtiendra automatiquement la valeur de $f(x_3)$ en $B10$**

	A	B
1	abscisse 1er point : x1	
2	ordonnée 1er point : y1	
3	abscisse 2eme point : x2	
4	ordonnée 2eme point : y2	
5		
6	coefficient directeur : a	
7	ordonnée à l'origine : b	
8		
9	valeur de x_3	
10	valeur de $f(x_3)$	

i. **compléter les cellules de $A1$ à $A10$ pour obtenir le tableau ci dessus**

ii. **entrer la valeur 10 dans la cellule $B1$, 23 dans la cellule $B2$, 15 dans la cellule $B3$, 33 dans la cellule $B4$ et 10 en $B9$**

iii. **parmi les trois formules ci dessous, une seule est bonne pour être entrée dans la cellule $B6$, choisir la bonne et entrer cette formule dans la cellule $B6$** (barrer les autres ci dessous)
(1) $\boxed{= B4 - B2/B3 - B1}$ **(2)** $\boxed{= B3 - B1/B4 - B2}$ **(3)** $\boxed{= (B4 - B2)/(B3 - B1)}$

iv. **déterminer et entrer une formule dans la cellule $B7$ afin d'obtenir automatiquement la valeur de b :** (écrire aussi cette formule ci contre) = ...

v. **valeurs obtenues :** $a = ...$ $b = ...$ **, donc** $f(x) = ...\ x\ ...$ ***(forme** $ax + b$***)***

vi. **utiliser le tableur pour répondre aux questions ci dessous automatiquement :**

si $\begin{cases} f(2) = 10 \\ f(12) = 10 \end{cases}$ **et** f **est affine alors** $a = ...$ $b = ...$ **, donc** $f(x) = ...\ x\ ...$

si $\begin{cases} f(10) = 2 \\ f(15) = 3 \end{cases}$ **et** f **est affine alors** $a = ...$ $b = ...$ **, donc** $f(x) = ...\ x\ ...$

   (d) **quelle formule entrer dans la cellule $B10$ pour obtenir le résultat souhaité ? : ...**

   (e) **avec :** $x_1 = 1,\ y_1 = 10,\ x_2 = 5$ **et** $y_2 = 20$ **on a :** $f(10) =$ ... , $f(20) =$ ... , $f(30) =$ ...

   (f) **Le tableau ci-dessous indique les effectifs de population en France du 1er janvier 2006 au 1er janvier 2010. Ces effectifs sont donnés en millions d'habitants, arrondis à $0,01$.**

année	2006	2007	2008	2009	2010	
rang (x_i)	0	1	2	3	4	9
pop° réelle (y_i)	61,4	61,8	62,13	62,47	62,8	
pop° calculée $f(x_i)$	61,4	...	...	...	62,8	

On suppose dans ce qui suit que la valeur $f(x)$ de la population est une fonction affine du rang de l'année x avec $f(0) = 61,4$ et $f(4) = 62,8$

i. **utiliser la feuille automatisée de calcul pour déterminer la formule de $f(x)$ en fonction de x :** $f(x) =$ ... x... (a et b à $0,01$ près)

ii. **compléter alors la quatrième ligne du tableau ci dessus à $0,01$ près**

iii. **combien y aurait-il d'habitant en France en 2015 ? : ...**

iv. **déterminer l'année à partir de laquelle la population dépasserait 70 millions** *(résoudre une inéquation ou utiliser la feuille de calcul ci dessus)* **: l'année cherchée est : ...**

10.2 tp 2 : tableur (représentation graphique)

Nom :

TP : Fonctions affines : utilisation du Tableur (représentation graphique)

1. **ouvrir une feuille de calcul de type tableur *(Excel)***
2. **sauvegarder cette feuille de calcul sous le nom "tp_fonction_affine_representation_graphique" dans votre dossier "Mes Documents" dans le sous-dossier appelé "Math" (créé au préalable)**
3. **le but est d'utiliser cette feuille de calcul pour que :**
   quand on entrera les valeurs des coefficients directeurs et des ordonnées à l'origine dans les cellules $B2$, $C2$, $B5$, $C5$, $B8$ et $C8$, on obtiendra automatiquement dans la plage de cellules $A13 : D62$ le tableau de 51 valeurs pour x partant de d *(valeur de départ)* au pas de p *(nombre quelconque choisit)* des fonctions affines f_1, f_2 et f_3 telle que : $\begin{cases} f_1(x) = a_1x + b_1 \\ f_2(x) = a_2x + b_2 \\ f_3(x) = a_3x + b_3 \end{cases}$
   ainsi que leurs représentations graphiques dans un repère

   (a) **recopier dans cette feuille de calcul le contenu des cellules comme indiqué ci dessous**

	A	B	C	D
1		coef dir a1	ordonnée à l'origine b1	
2	fonction 1	0	30	
3				
4		coef dir a2	ordonnée à l'origine b2	
5	fonction 2	1,5	0	
6				
7		coef dir a3	ordonnée à l'origine b3	
8	fonction 3	0,5	10	
9				
10	valeur d de départ pour x	0	pas p pour x	1
11				
12	valeur de x	valeur de f1(x)	valeur de f2(x)	valeur de f3(x)
13				
14				

   (b) **on souhaite obtenir dans la colonne A, de la cellule $A13$ à la cellule $A63$, 51 valeurs de x pour x commençant à la valeur d choisie en $B10$ et en avançant de la valeur p choisie en $D10$**

   i. **entrer dans la cellule $A13$ la formule : $= B10$**

   ii. **entrer dan la cellule $A14$ la formule : $= A13 + D\$10$**

   iii. **sélectionner la cellule $A14$ et tirer la formule vers le bas jusqu'à la cellule $A63$ préciser à quoi sert le dollar entré dans la formule devant le 10 ? : ...**

   (c) **on souhaite obtenir dans la colonne B, de la cellule $B13$ à la cellule $B63$, les 51 valeurs de $f_1(x)$ correspondantes aux valeurs de x**

   i. **entrer dans la cellule $B13$ la formule : $= B\$2 * A13 + C\$2$**

   ii. **sélectionner la cellule $B13$ et tirer la formule vers le bas jusqu'à la cellule $B63$ à quoi sert le dollar entré dans la formule devant le 2 ? : ...**

   (d) **on souhaite obtenir dans la colonne C, de la cellule $C13$ à la cellule $C63$, les 51 valeurs de $f_2(x)$ correspondantes aux valeurs de x**

   i. **quelle formule entrer dans la cellule $C13$? : ...**

   ii. **sélectionner la cellule $C13$ et tirer la formule vers le bas jusqu'à la cellule $C63$**

(e) on souhaite obtenir dans la colonne D, de la cellule $D13$ à la cellule $D63$, les 51 valeurs de $f_3(x)$ correspondantes aux valeurs de x

i. quelle formule entrer dans la cellule $D13$? : ...

ii. sélectionner la cellule $D13$ et tirer la formule vers le bas jusqu'à la cellule $D63$

(f) on souhaite maintenant obtenir les représentations graphiques des trois fonctions affines dans un même repère

i. sélectionner la plage de cellules $A13 : D63$ → insertion → graphique → Nuages de points → Nuage de points reliés par une courbe → terminer

ii. obtenir les quadrillages verticaux secondaires de l'axe des ordonnées *(clic droit sur la zone de graphique → options du graphique → Quadrillage → Axe des ordonnées (X) → Quadrillage secondaire → OK)*

4. on souhaite utiliser cette feuille de calcul pour déterminer le tarif (téléphonique) le plus avantageux parmi les trois suivants pour x minutes de communication mensuelles :

(a) compléter les formules :

$$\begin{cases} \textbf{Tarif 1 : } 30 \text{ €} \textbf{ mensuels} \Longrightarrow f_1(x) = ... \\ \\ \textbf{Tarif 2 : } 1,5 \text{ €} \textbf{ la minute} \Longrightarrow f_2(x) = ... \\ \\ \textbf{Tarif 3 : } 10 \text{ €} \textbf{ mensuels plus } 0,5 \text{ €} \textbf{ la minute} \Longrightarrow f_3(x) = ... \end{cases}$$

(b) utiliser le graphique et le tableau de valeurs pour déterminer le tarif le plus avantageux en fonction du nombre de minutes :

5. on souhaite utiliser le graphique et le tableau de valeurs pour déterminer le tarif le plus avantageux pour 3 agences de location de véhicules en fonction du nombre x de km parcourus *(pour un même type de véhicule de luxe)* :

(a) compléter les formules :

$$\begin{cases} \textbf{Tarif 1 : } 100 \text{ €} \textbf{ de forfait plus } 0,5 \text{ €} \textbf{ du km} \Longrightarrow f_1(x) = ... \\ \\ \textbf{Tarif 2 : } 80 \text{ €} \textbf{ de forfait plus } 0,6 \text{ €} \textbf{ du km} \Longrightarrow f_2(x) = ... \\ \\ \textbf{Tarif 3 : } 60 \text{ €} \textbf{ de forfait plus } 0,9 \text{ €} \textbf{ du km} \Longrightarrow f_3(x) = ... \end{cases}$$

(b) déterminer le tarif le plus avantageux en fonction du nombre de km à 0,1 km près : *(penser à changer éventuellement le pas ou la valeur de départ de x)*

10.3 tp 3 : tableur (signes et variations)

Nom :

TP : **Fonctions affines : utilisation du Tableur (signes et variations)**

1. **ouvrir une feuille de calcul de type tableur *(Excel)***
2. **sauvegarder cette feuille de calcul sous le nom "tp_fonction_affine_signes_variations" dans votre dossier "Mes Documents" dans le sous-dossier appelé "Math" (créé au préalable)**
3. **le but est d'utiliser cette feuille de calcul pour que :**
   quand on entrera la valeur du coefficient directeur a et de l'ordonnée à l'origine b dans les cellules $A2$, $B2$ on obtiendra automatiquement :
   _dans la plage de cellules $A9 : B29$ le tableau de 21 valeurs pour x partant de d *(valeur de départ)* au pas de p *(nombre quelconque choisit)* de la fonction affine f telle que : $f(x) = ax+b$
   _la représentation graphique dans un repère plage $D16 : J39$
   _son sens de variations dans $E4$ avec justification en $G4$
   _son tableau de signes avec annulation et commentaires plage $D6 : G12$

   (a) **recopier dans cette feuille de calcul le contenu des cellules comme indiqué ci dessous**

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	a	b						
2	-2	10						
3				sens de variation de f				
4	début d	pas p		f est		car a		
5	-10	1						
6				tableau de signes de f				
7	tableau de valeurs de f			valeur de x				annulation
8	valeurs de x	valeur de f(x)		signe de f(x)		0		x =
9								
10				f(x)=0	<=>	x	=	
11				f(x)>0	<=>	x		
12				f(x)<0	<=>	x		
13								
14				représentation graphique de f				

   (b) **on souhaite obtenir dans la colonne A, de la cellule $A9$ à la cellule $A29$, 21 valeurs de x pour x commençant à la valeur d choisie en $A5$ et en avançant de la valeur p choisie en $B5$**

      i. **entrer dans la cellule $A9$ la formule : $= A5$**

      ii. **entrer dan la cellule $A10$ la formule : $= A9 + B5$**
      tirer la formule vers le bas jusqu'à $A29$ et constater que cela ne fonctionne pas !
      ajouter un dollar $ où il faut dans la cellule $A10$ pour que cela fonctionne quand on tire et donner ci contre la formule entrée en $A10$ avec dollar : ...

      iii. **entrer dans la cellule $B9$ la formule : $= A2 * A9 + B2$**
      tirer la formule vers le bas jusqu'à la cellule $B29$, ne fonctionne pas !
      ajouter des dollars $ où il faut dans la cellule $B9$ pour que cela fonctionne quand on tire et donner ci contre la formule entrée en $B9$ avec dollar : ...

   (c) **on souhaite maintenant obtenir la représentation graphique de f dans un repère**

      i. **sélectionner la plage de cellules $A9 : B29$ → insertion → graphique → Nuages de points → Nuage de points reliés par une courbe → terminer**

      ii. **obtenir les quadrillages verticaux secondaires de l'axe des ordonnées *(clic droit sur la zone de graphique → options du graphique → Quadrillage → Axe des ordonnées (X) → Quadrillage secondaire → OK)***

      iii. **déplacer le graphique sur la plage de cellules $D16 : J39$**

4. **on souhaite obtenir en $E4$ le mot "croissante" ou "décroissante" selon la valeur de a en $A2$ en utilisant une formule du type : $\boxed{= si(test\ logique\ ;\ valeur\ si\ vrai\ ;\ valeur\ si\ faux\ )}$**

   (a) **entrer en $E4$ la formule : $= si(A2 > 0\ ;\ "croissante"\ ;\ "decroissante")$**

   (b) **compléter puis entrer en $G4$ la formule : $= si(...\quad ;\ "est\ positif"\ ;\ "est\ ...\qquad")$**

5. on souhaite obtenir la valeur d'annulation (rappel : $\dfrac{-b}{a}$)

(a) entrer en $I8$ la formule *(à compléter)* : $= ...$

(b) entrer cette même formule en $F7$, $H10$, $H11$ et $H12$

6. on souhaite obtenir dans le tableau le signe + ou − selon la valeur de a

(a) entrer en $G8$ la formule : $= si(A2 > 0\ ;\ "+"\ ;\ "-")$

(b) compléter puis entrer en $E8$ la formule : $= si(...\quad ;\ "...\quad"\ ;\ "...\quad")$

7. on souhaite obtenir en commentaires du tableau le symbole > ou < selon la valeur de a

(a) compléter puis entrer en $G11$ la formule : $= si(...\quad ;\ "...\quad"\ ;\ "...\quad")$

(b) compléter puis entrer en $G12$ la formule : $= si(...\quad ;\ "...\quad"\ ;\ "...\quad")$

8. utiliser la feuille de calcul ainsi terminée pour répondre aux questions ci dessous

(a) obtenir le tableau de signes de $f(x) = 3,4 - 0,1x$

(b) un compte en banque a un solde actuel de -450 € et augmente de $1,5$ euros par jours dans combien de temps sera t-il positif ? : ... ***(justifier par un tableau de signes)***

(c) quel est l'ensemble des solutions de l'inéquation : $0,25x - 34,5 > 0$ ***(justifier par un tableau de signes)***

10.4 tp 4 : algorithmique

Nom, Prénom : ...

TP : Fonctions Affines et Algorithmique

But : Analyser des algorithmes donnés *(ou en écrire)* puis programmer un ordinateur *(en javascript)* pour effectuer ces algorithmes

1. **ouvrir le sous-dossier "math" votre dossier "mes documents" et y créer un sous-sous-dossier "algorithme_et_fonctions_affines", puis ouvrir ce dossier**
2. **détermination de la formule $f(x) = ax + b$ grâce à deux points de la droite**
   _on entre la valeur des coordonnées x_1, y_1, x_2 et y_2 de deux points de la courbe
   _on obtient en sortie, la valeur a du coefficient directeur ainsi que l'ordonnée à l'origine b

algorithme	programme en javascript (*)
Début	<script>
//Variables	//Variables
$x1, y1, x2, y2, a, b$	var x1, y1, x2, y2, a, b ;
//Entrées	//Entrées
demander à l'utilisateur la valeur de $x1$	x1 = Number(prompt("x1 = ?")) ;
demander à l'utilisateur la valeur de $y1$	y1 = Number(prompt("y1 = ?")) ;
demander à l'utilisateur la valeur de $x2$	x2 = Number(prompt("x2 = ?")) ;
demander à l'utilisateur la valeur de $y2$	y2 = Number(prompt("y2 = ?")) ;
//Traitements	//Traîtement
affecter à a la valeur $(y2 - y1)/(x2 - x1)$	a = (y2-y1)/(x2-x1) ;
affecter à b la valeur $y2 - a * x2$	b = y2- a*x2 ;
//Sortie	//Sorties
afficher a	alert("a = " + a) ;
afficher b	alert("b = " + b) ;
Fin	</script>

   (a) **combien cet algorithme utilise t-il de variables ? : ...**

   (b) **combien de variables d'entrées ? : ...** (c) **combien de variables de sorties ? : ...**

   (d) **programme en javascript avec un pc sous window XP**

   i. **créer un nouveau fichier** *(démarrer –> tous les programmes –> Accessoires –> Bloc-notes)*

   ii. **recopier le programme en javascript donné (*) dans le fichier** *(de <script> à < /script>)*

   iii. **enregistrer sous "equation_droite.htm" dans le dossier "algorithme_et_fonctions_affines"**

   iv. **double cliquez sur l'icône apparue dans le dossier "algorithme_et_fonctions_affines"**

   v. **vérifier que le programme fonctionne en prenant : x1 = 2, y1 = 10, x2 = 3 ,y2 = 12**
   il donne alors : $a =$ ... et $b =$ ...

   vi. **relancer le programme *(touche F5)* pour répondre à la question suivante**
   quelle est la formule de la fonction affine dont la droite passe par $A(2; 10)$ et $B(7; 8)$? :
   $a =$ ... , $b =$ ... **et** $f(x) =$ ...

3. **calcul d'une valeur**
   _on entre la valeur de a de b et de x _on obtient en sortie, la valeur de $f(x)$

algorithme	programme en javascript (**) (à compléter)
Début	<script>
//Variables	//Variables
a, b, x, y	var a, b, x , y ;
//Entrées	//Entrées
demander à l'utilisateur la valeur de a	a = Number(prompt("a = ? ")) ;
demander à l'utilisateur la valeur de b	b = Number(prompt("b = ?")) ;
demander à l'utilisateur la valeur de x	x = Number(prompt("x = ?")) ;
//Traitements	//Traîtement
affecter à y la valeur $ax + b$	y = ... ;
//Sortie	//Sorties
afficher y	alert(x + " a pour image : " + y) ;
Fin	</script>

   (a) **créer un nouveau fichier** *(démarrer –> tous les programmes –> Accessoires –> Bloc-notes)*

(b) recopier le programme en javascript donné (**) dans le fichier

(c) enregistrer sous "image.htm" dans le dossier "algorithme_et_fonctions_affines"

(d) compléter le programme (...) par ce qu'il faut pour qu'il fonctionne (puis enregistrer)

(e) double cliquez sur l'icône apparue dans le dossier

(f) vérifier que le programme fonctionne en prenant : a = 10, b = -10 et x = 20
le programme donne alors : y = ...

(g) relancer le programme *(touche F5)* pour répondre à la question suivante
$f(x) = 123x - 321$ donc l'image de 987 par f est : ...

4. détermination du signe de $f(x) = ax + b$
_on entre la valeur de a de b _on obtient en sortie, l'annulation de f, un message qui donne les valeurs de x pour lesquelles $f(x) > 0$ et un message qui donne les valeurs de x pour lesquelles $f(x) < 0$

algorithme

Début
//Variables
$a, b, annulation$
//Entrées
demander à l'utilisateur la valeur de a
demander à l'utilisateur la valeur de b
//Traitements
affecter à $annulation$ la valeur $-b/a$
//Sortie
afficher "$f(x) = 0$ pour x = annulation"
si $a > 0$ alors
afficher "$f(x) > 0$ pour $x >$ annulation"
afficher "$f(x) < 0$ pour $x<$ annulation"
FinSi
si $a < 0$ alors
afficher "$f(x) > 0$ pour $x <$ annulation"
afficher "$f(x) < 0$ pour $x >$ annulation"
FinSi
Fin

programme en javascript (***) (à compléter)

```
<script>
//Variables
var a, b, annul;
//Entrées
a = Number(prompt("a =? "));
b = Number(prompt("b =?"));
//Traîtement
annul = ...                   ;
//Sorties
alert( "f(x) = 0 pour x = " + annul );
if( a ...     )
  {
    alert( "f(x) > 0 pour x > " + annul );
    alert( "f(x) < 0 pour x < " + annul );
  };
if( a ...     )
  {
    alert( "f(x) > 0 pour x < " + annul );
    alert( "f(x) < 0 pour x > " + annul );
  };
</script>
```

(a) créer un nouveau fichier *(démarrer –> tous les programmes –> Accessoires –> Bloc-notes)*

(b) recopier le programme en javascript donné (***) dans le fichier

(c) enregistrer sous "signe.htm" dans le dossier "algorithme_et_proportions"

(d) compléter le programme (...) par ce qu'il faut pour qu'il fonctionne (puis enregistrer)

(e) double cliquez sur l'icône apparue dans le dossier

(f) vérifier que le programme fonctionne en prenant : a = -2 et b = 20
il donne alors : annulation = ... ; f(x) > 0 pour ... ; f(x) < 0 pour ...
tableau de signes :

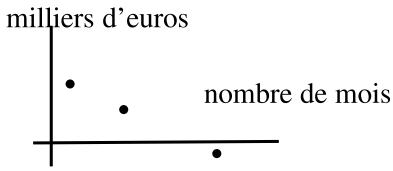
(g) relancer le programme *(touche F5)* pour répondre à la question suivante
Il a -1200 euros sur un compte et en ajoute 150 par mois
son compte reste ... pendant ... mois, puis ... puis devient ...

10.5 tp 5 : géométrie dynamique : interpolation, variations, signe

tp : logiciels et étude de fonction **nom, prénom : ...**

buts :
— modéliser Mathématiquement une situation
— utiliser le logiciel géogebra
— conjecturer des résultats
— faire des démonstrations de certaines conjectures

situation :
On dispose de trois données sur l'évolution du résultat d'une entreprise en fonction du nombre de mois depuis l'ouverture
On souhaite faire des prévisions à partir des ces données



1. lancer le logiciel geogebra
2. construire le point $A(1, 4)$ le point $B(4, 2)$et le point $C(9, -1)$
   *(il suffit de taper dans la ligne de saisie : **A** = (1,4))*
3. créer un curseur avec [icône] puis curseur puis cliquer dans la fenêtre graphique puis appliquer et créer un autre curseurs de la même façon
4. construire la courbe de la fonction f définie par $f(x) = ax + b$
   (il suffit de taper dans la ligne de saisie : f(x) = ax+b)
5. au curseur, obtenir $b = 0$ et observer le graphique quand on fait varier doucement a
   (a) quelle est la nature de la courbe obtenue quelle que soit la valeur de a ? :
   ...
   quelle est la nature exacte de la fonction obtenue quelle que soit la valeur de a ? :
   constante / linéaire / affine non linéaire (barrer)

   (b) la courbe de la fonction f passe par A quand $a = ...$
   la courbe de la fonction f passe par B quand $a = ...$
   la courbe de la fonction f passe par C quand $a = ...$
   (c) peut-on trouver une valeur de a pour que la courbe passe par A et B en même temps ? : ...
   (d) quel effet à la valeur de a sur la courbe de f ? : ...
   (e) comment choisir la valeur da a pour que la fonction soit croissante ? : ...
   (f) comment choisir la valeur da a pour que la fonction soit décroissante ? : ...
   (g) comment choisir la valeur da a pour que la fonction soit constante ? : ...
6. au curseur, faire varier doucement la valeur de b

   (a) qu'on de particulier deux droites obtenues pour deux valeurs différentes de B ? :
   ...
   (b) quel effet à la valeur de b sur la courbe de f ? :
   quand b augmente, la courbe ...
   quand b diminue, la courbe ...
   (c) avec $b \neq 0$, quelle que soit la valeur de a on obtient une fonction :
   constante / linéaire / affine non linéaire (barrer)
7. aux curseurs, estimer des valeurs de a et b pour que la courbe passe en même temps par les points B et C : $a = ...$ et $b = ...$
   la formule de la fonction f est alors : $f(x) = ...$
8. semble-il possible de trouver des valeurs de a et b pour que la courbe passe en même temps par les points A, B et C ? : ...

9. **déterminer par le calcul les valeurs de a et b pour que la fonction affine $f(x) = ax + b$ passe en même temps par les points $B(4, 2)$ et $C(9, -1)$**
et vérifier la cohérence avec un des résultats précédents ***(donner le numéro de question)***

10. **montrer par le calcul que la courbe de la fonction affine $f(x) = -0,6x + 4,4$**
ne passe pas par le point $A(1; 4)$
et vérifier la cohérence avec un des résultats précédents ***(donner le numéro de question)***

11. **on considère que le résultat de l'entreprise dont il est question ci dessus est donné en milliers d'euros par $f(x) = -0,6x + 4,4$ où x est le nombre de mois depuis l'ouverture**
    (a) **créer un point M sur la droite correspondant à la fonction f**
    (b) **déterminer graphiquement grâce au point précédent, le nombre de mois depuis l'ouvertures pour que le résultat passe du positif au négatif : $x \simeq$ ...**
    (c) **retrouver par le calcul la valeur exacte du nombre de mois précédent puis une valeur approchée à 0,01 près par excès si 5 :**
    valeur exacte : $x =$ ...   et valeur approchée : $x \simeq$ ...
    détails dex calculs :

    (d) **déterminer par calculs, le nombre de mois passés depuis l'ouverture pour que le résultat soit de 1 millier d'euros**

11 évaluations

11.1 évaluation 1

Nom, Prénom : ...

Evaluation : *(fonctions affines)*

<u>Exercice 1 :</u> (Q.C.M)

pour chaque question, écrire sur votre copie le numéro de la question et la proposition choisie *(par exemple : question 1. $\longmapsto$ proposition a.)*

1. **laquelle des fonctions n'est pas affine ?**

a. $f(x) = 5 - 10x$	**b.** $f(x) = 5$	**c.** $f(x) = -10x$	**d.** $f(x) = 2x^2 + 3$

soit la feuille de calculs (tableur) ci contre

	A	B
1	**abscisse 1er point : x1**	**10**
2	**ordonnée 1er point : y1**	**30**
3	**abscisse 2eme point : x2**	**50**
4	**ordonnée 2eme point : y2**	**100**
5		
6	**coefficient directeur : a**	
7	**ordonnée à l'origine : b**	
8		
9	**valeur de x_3**	**30**
10	**valeur de $f(x_3)$**	

2. **quelle formule entrer dans la cellule $B6$ pour obtenir la valeur du coefficient directeur de la droite qui passe par $A(10;30)$ et $B(50;100)$?**

a. $= B4 - B2/B3 - B1$	**b.** $= (B3 - B1)/(B4 - B2)$	**c.** $= (B4 - B2)/(B3 - B1)$

3. **quelle formule entrer en $B7$ pour obtenir la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe par $A(10;30)$ et $B(50;100)$?**

a. $= B2 - B6 * B1$	**b.** $= B6 - B2 * B1$	**c.** $= B4 - B6 * B1$	**d.** $= B6 * B1 + B2$

4. **quelle formule entrer en $B10$ pour obtenir la valeur de $f(30)$ où $f(x) = ax + b$?**

a. $= B9 + B6 * B7$	**b.** $= B6 + B9 * B7$	**c.** $= B6 * B9 + B7$	**d.** $= B6 * B1 + B7$

soit l'algorithme ci contre

algorithme

Début
//**Variables**
    a, b, x, y
//**Entrées**
    demander à l'utilisateur la valeur de a
    demander à l'utilisateur la valeur de b
    demander à l'utilisateur la valeur de x
//**Traitements**
    affecter à y **la valeur** $ax + b$
//**Sortie**
    afficher y
Fin

5. **combien y a t-il de variables ?**

a. 4	**b.** 3	**c.** 1

6. **combien y a t-il de variables d'entrées ?**

a. 4	**b.** 3	**c.** 1

7. **combien y a t-il de variables de sortie ?**

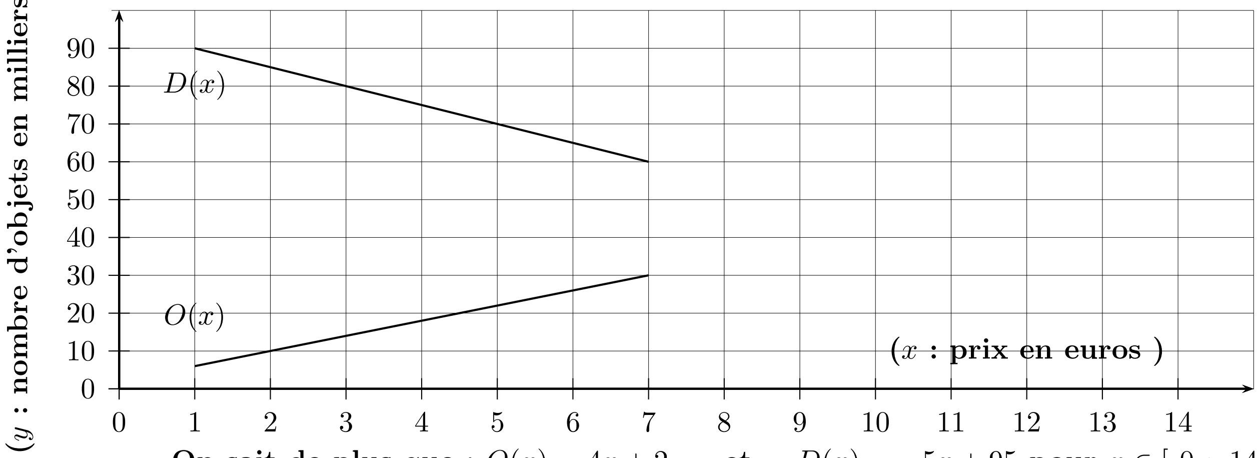
a. 4	**b.** 3	**c.** 1

8. **qu'affiche cet algorithme si l'utilisateur entre les valeurs 10, 20 et 30 dans cet ordre ?**

a. 1050	**b.** 230	**c.** 610	**d.** 320

Exercice 2 :

Voici les évolutions des nombres d'offres $O(x)$ *(en milliers)* et de demandes $D(x)$ *(en milliers)* pour un certain objet en fonction du prix de vente x de cet objet sur le marché *(en euros)* pour x $\in [1;7]$



On sait de plus que : $O(x) = 4x + 2$ et $D(x) = -5x + 95$ pour $x \in [\ 0\ ;\ 14\ ]$

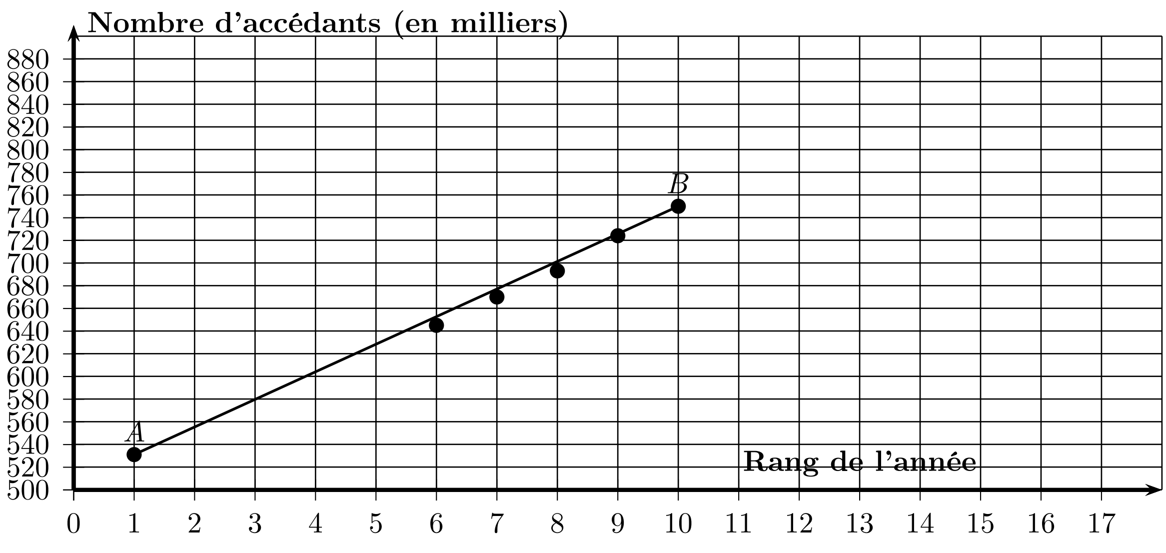
1. (a) **déterminer graphiquement le nombre de demandes pour un prix de 5 € (avec tracés)**
   (b) **déterminer par calcul le nombre de demandes pour un prix de 5 € (calculs apparents)**
   (c) **les deux résultats précédents sont-ils cohérents ?**
2. (a) **déterminer graphiquement le prix pour lequel l'offre est de 20 milliers (avec tracés)**
   (b) **résoudre algébriquement l'équation $O(x) = 20$**
   (c) **les deux résultats précédents sont-ils cohérents ?**
3. (a) **déterminer graphiquement (en faisant apparaitre les tracés nécessaires) la valeur du prix pour lequel l'offre est égale à la demande**
   (b) **résoudre l'équation $4x + 2 = -5x + 95$**
   (c) **les deux résultats précédents sont-ils cohérents ?**
4. **déterminer graphiquement et algébriquement la valeur de x pour laquelle il y a deux fois plus de demandes que d'offres**

Exercice 3 :

En France, l'augmentation des prix de l'immobilier résidentiel n'a pas empêché la progression du nombre de nouveaux accédants à la propriété depuis 10 ans (tableau ci-dessous) :
Accession à la propriété en France de 2001 à 2010 :

Année	2001	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année : x_i	1	6	7	8	9	10
Nombre d'accédants en milliers : y_i	531	645	670	693	724	750

(source : OFL - 4e trimestre 2001)



1. **combien de personnes ont accédé à la propriété en 2010 ?**

2. Montrer que l'équation de la droite (AB) sous la forme $y = ax+b$ où $A(1;531)$ et $B(10;750)$ sont les premiers et derniers points du nuage de points est $y = 24,33x + 506,67$ (détailler les calculs de a et b à 0,01 près)

3. On suppose que l'évolution du nombre de nouveaux accédants à la propriété se poursuit selon le modèle donné par la droite "d'ajustement" obtenue à la question précédente.
   (a) Déterminer graphiquement une estimation, en milliers, du nombre de nouveaux accédants à la propriété en 2014.
   (b) retrouver ce résultat par le calcul en utilisant l'équation de la droite (AB)

4. (a) Déterminer graphiquement l'année à partir de laquelle le nombre de nouveaux accédants à la propriété dépassera 900 milliers. *(tracés apparents)*
   (b) résoudre l'équation : $24,33x + 506,67 = 900$
   la solution trouvée pour cette équation est-elle cohérente avec le résultat précédent ?

Formulaire

Propriété : *(droite et fonction affine)*

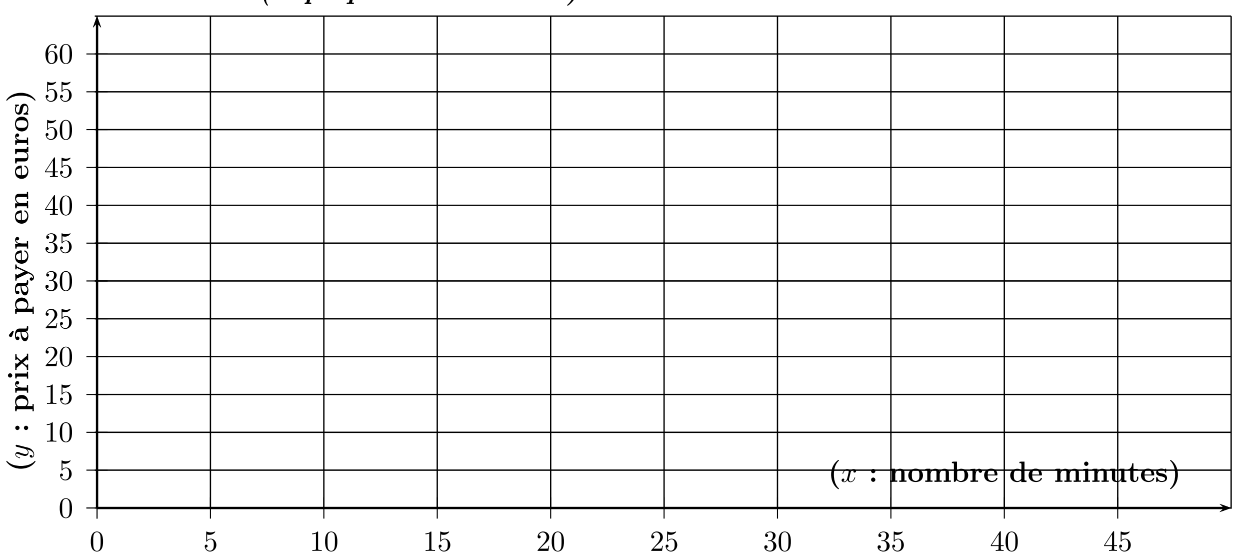
si $\begin{cases} \text{une fonction } f \text{ est affine de formule } f(x) = ax + b \\ \text{et} \\ \text{la droite représentative de } f \text{ dans un repère passe par les points } \begin{cases} A(x_A; y_A) \\ B(x_B; y_B) \end{cases} \end{cases}$

alors la droite représentative de f dans le repère précédent a pour équation : $\boxed{y = ax + b}$ avec : $\boxed{a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$ et $\boxed{b = y_A - ax_A}$

Exercice 4 :

un cyber-café propose les tarifs mensuels suivants :
T_1 : 60 euros par mois quelle que soit le nombre de minutes de communication
T_2 : 1 euro cinquante centimes la minute de communication
T_3 : 15 euros de forfait mensuel plus 1 euro la minute de communication
les prix à payer mensuellement pour chacun des tarifs en fonction du nombre x de minutes de communication sont donc $f_1(x) = 60, f_2(x) = 1,5x$ et $f_3(x) = x + 15$

1. calculer pour chacun des tarifs, ce que payerait une personne pour une consommation mensuelle de 40 minutes et en déduire le plus avantageux pour 40 minutes
2. construire dans le repère ci dessous, les courbes des trois fonctions *(donner les tableaux de valeurs utilisés sur la copie en choisissant trois valeurs pour x par tableau)*
3. déduire du graphique, le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de communication *(expliquer clairement)*

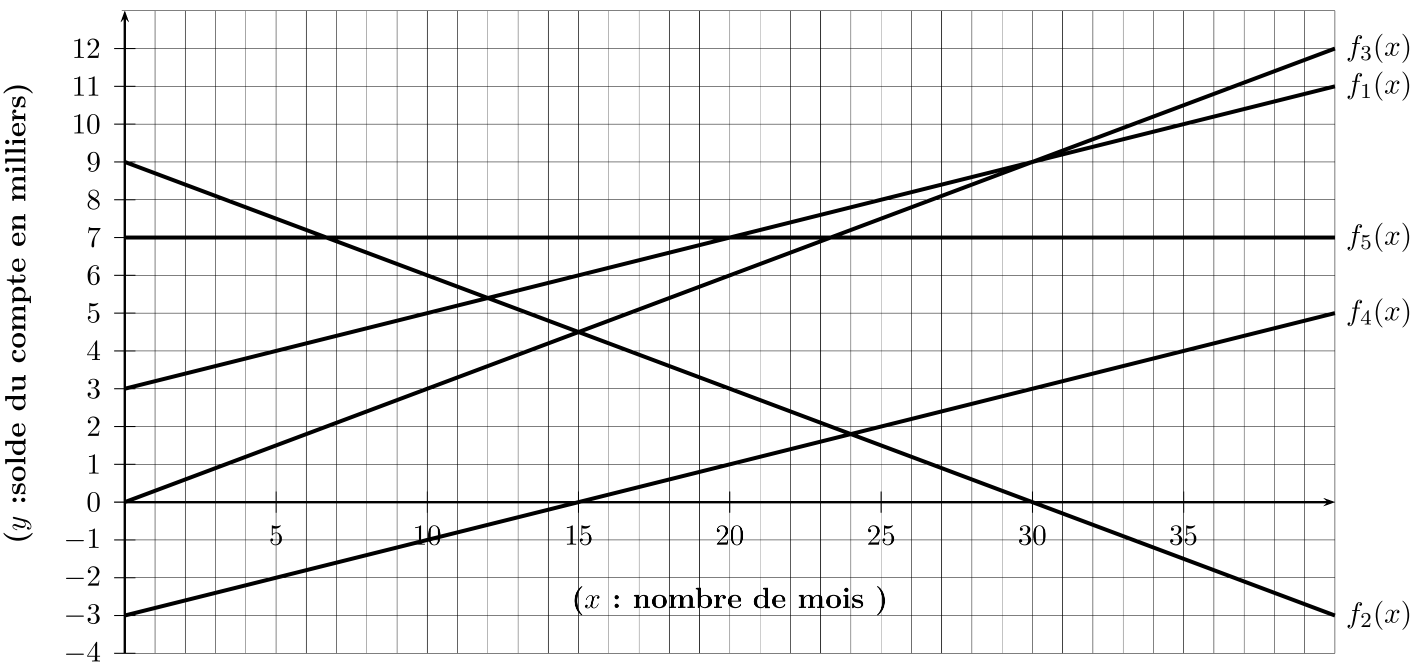


Exercice 5 :

Voici les prévisions d'évolutions des comptes en banque d'entreprises en milliers d'euros.
Entreprise 1 : 3 milliers ce mois ci et augmentation de 0,2 milliers par mois.
Entreprise 2 : 9 milliers ce mois ci et diminution de 0,3 milliers par mois.
Entreprise 3 : 0 milliers ce mois ci et augmentation de 0,3 milliers par mois.
Entreprise 4 : -3 milliers ce mois ci et augmentation de 0,2 millier par mois.
Entreprise 5 : 7 milliers ce mois ci et évolution de 0 milliers par mois.

- **Soit x le nombre de mois à partir de ce mois ci.**
- **Soient $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ et $f_5(x)$ les soldes respectifs des comptes en fonction du nombre x de mois depuis ce mois ci.**

1. **vérifier que $f_1(x) = 0,2x + 3$ et donner les expressions de $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ et $f_5(x)$ en fonction de x sous la forme $ax + b$**



2. **Répondre graphiquement (à partir du graphique ci dessus) et algébriquement aux questions**
   (a) **Résoudre l'équation $f_1(x) = 5$**
   (b) **Résoudre l'inéquation $f_2(x) > 6$ (donner l'ensemble des solutions sous forme d'un intervalle)**
   (c) **Résoudre l'inéquation $f_3(x) > f_2(x)$ (ensemble des solutions sous forme d'un intervalle)**
3. (a) **recopier et compléter le tableau de signes de $0,2x - 3$ avec le détail du calcul de la valeur d'annulation ainsi que les commentaires et vérifier la cohérence avec le graphique**

valeur de x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
signe de $0,2x - 3$	

   (b) **que peut-on en déduire pour le compte de l'entreprise 4 ?**

4. **recopier et compléter le tableau de signes de $-0,3x + 9$ avec le détail du calcul de la valeur d'annulation ainsi que les commentaires et vérifier la cohérence avec le graphique**

valeur de x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
signe de $-0,3x + 9$	

5. **recopier et compléter le tableau de signes de $f(x) = (-0,3x+9)(0,2x-3)$ (avec commentaires)**

valeur de x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
signe de $-0,3x + 9$	
signe de $0,2x - 3$	
signe de $(-0,3x + 9)(0,2x - 3)$	

11.2 évaluation 2

Nom, Prénom : ...

Evaluation : *(fonctions affines)* *(il faut 30 points pour avoir 20/20)*

Exercice 1 : **(Q.C.M)** *(9 points)*

pour chaque question, écrire sur votre copie le numéro de la question et la proposition choisie
(par exemple : question 1. $\longmapsto$ ***proposition a.)***
(bonne réponse 1 points / sans réponse : 0 points / mauvaise réponse -0,5 points)

1. laquelle des fonctions n'est pas affine ?

a. $f(x) = 5 - 10x$	**b.** $f(x) = 5$	**c.** $f(x) = -10x$	**d.** $f(x) = 2x^2 + 3$

2. laquelle des fonctions est affine linéaire ?

a. $f(x) = 15 - 8x$	**b.** $f(x) = 10$	**c.** $f(x) = -4x$	**d.** $f(x) = 5x + 10$

3. laquelle des fonctions est affine constante ?

a. $f(x) = 30 - 2x$	**b.** $f(x) = -20$	**c.** $f(x) = -5x$	**d.** $f(x) = 15x - 30$

4. laquelle des fonctions est strictement décroissante ?

a. $f(x) = 10x - 15$	**b.** $f(x) = -5$	**c.** $f(x) = -5x$	**d.** $f(x) = 2x + 3$

5. laquelle des fonctions a sa courbe qui passe par le point $A(2; -15)$ **?**

a. $f(x) = 15 - 10x$	**b.** $f(x) = 15$	**c.** $f(x) = -15x$	**d.** $f(x) = 2x - 19$

soit la feuille de calculs (tableur) ci contre

	A	B
1	**abscisse 1er point : x1**	**10**
2	**ordonnée 1er point : y1**	**30**
3	**abscisse 2eme point : x2**	**50**
4	**ordonnée 2eme point : y2**	**100**
5		
6	**coefficient directeur : a**	
7	**ordonnée à l'origine : b**	
8		
9	**valeur de** x_3	**30**
10	**valeur de** $f(x_3)$	

6. quelle formule entrer dans la cellule $B6$ **pour obtenir la valeur du coefficient directeur de la droite qui passe par** $A(10; 30)$ **et** $B(50; 100)$ **?**

a. $= (B4 - B2)/(B3 - B1)$	**b.** $= (B3 - B1)/(B4 - B2)$	**c.** $= B4 - B2/B3 - B1$

7. quelle formule entrer en $B7$ **pour obtenir la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe par** $A(10; 30)$ **et** $B(50; 100)$ **?**

a. $= B2 - B6 * B1$	**b.** $= B6 - B2 * B1$	**c.** $= B4 - B6 * B1$	**d.** $= B6 * B1 + B2$

8. quelle formule entrer en $B10$ **pour obtenir la valeur de** $f(30)$ **où** $f(x) = ax + b$ **?**

a. $= B9 + B6 * B7$	**b.** $= B6 + B9 * B7$	**c.** $= B6 * B9 + B7$	**d.** $= B6 * B1 + B7$

9. quel tableau de signes est correct ?

a.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	$sgn(a)$	**0**	$sgn(-a)$

b.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	$sgn(-a)$	**0**	$sgn(a)$

c.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	$sgn(-a)$	**0**	$sgn(-a)$

d.

x	$+\infty$	$-\frac{b}{a}$	$-\infty$
signe de $ax + b$	$sgn(-a)$	**0**	$sgn(a)$

<u>Exercice 2 :</u> (comparaison de tarifs) *(12 points)*

un opérateur internet propose les tarifs mensuels suivants :

T_1 **: 40 euros par mois quel que soit le nombre de minutes de connexion**

T_2 **: 1 euro 20 centimes la minute de connexion**

T_3 **: 10 euros de forfait mensuel plus 0,8 euros la minute de connexion**

1. **Calculer le prix à payer pour chacun des trois tarifs si vous vous connectez** 15 **minutes par mois et donner alors le tarif le plus avantageux pour** $15mn$
2. **expliquer pourquoi la facture à payer avec le tarif** T_3 **pour** x **de minutes de connexion est** $0,8x + 10$ **€**
3. **on considère que les factures à payer avec les différents tarif pour** x **de minutes de connexion sont** $f_1(x) = 40$**,** $f_2(x) = 1,2x$ **et** $f_3(x) = 0,8x + 10$

   (a) **compléter les tableaux de valeurs suivants en détaillant un calcul**

valeur de x	0	25	50
valeur de $f_1(x) = 0x + 40$			

par exemple : ...

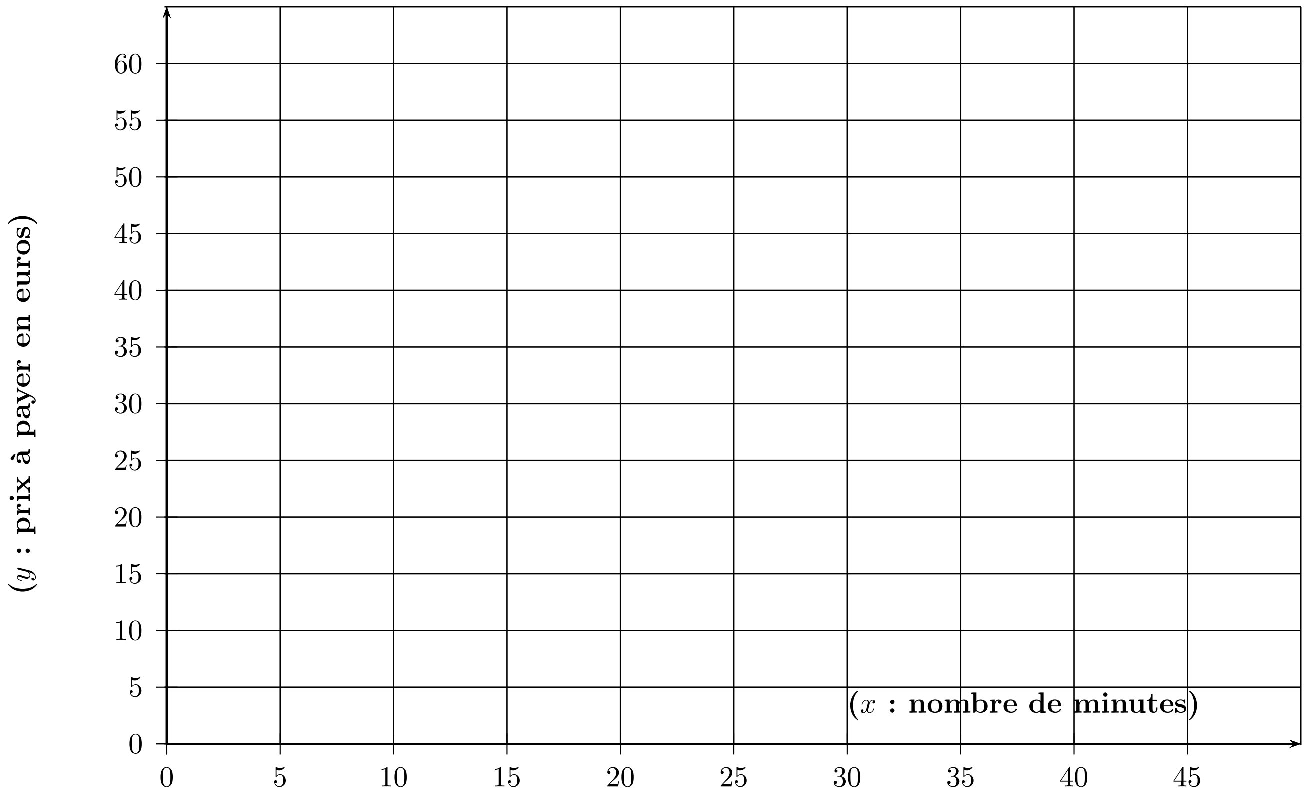
valeur de x	0	25	50
valeur de $f_2(x) = 1,2x$			

par exemple : ...

valeur de x	0	25	50
valeur de $f_3(x) = 0,8x + 10$			

par exemple : ...

   (b) **construire dans le repère lci dessous les courbes des trois fonctions**



   (c) **déduire du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de connexion** *(entre ... et ... minutesc'est le tarif ...,   entre ... etc)*

   (d) **trouver par le calcul, la valeur du nombre de minutes pour lequel les tarifs** T_1 **et** T_3 **sont égaux**

Exercice 3 : (études de signes) *(11 points)*

1. **recopier et compléter le tableau de signes de $0,2x-3$ avec le détail du calcul de la valeur d'annulation ainsi que les commentaires**

valeur de x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $0,2x-3$	

annulation : 0,2x - 3 = 0

commentaires : $\begin{cases} 0,2x-3=0 \Longleftrightarrow x... \\ 0,2x-3<0 \Longleftrightarrow x... \\ 0,2x-3>0 \Longleftrightarrow x... \end{cases}$

2. **recopier et compléter le tableau de signes de $-0,3x+9$ avec le détail du calcul de la valeur d'annulation ainsi que les commentaires**

valeur de x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $-0,3x+9$	

annulation

commentaires : $\begin{cases} -0,3x+9=0 \Longleftrightarrow x... \\ -0,3x+9<0 \Longleftrightarrow x... \\ -0,3x+9>0 \Longleftrightarrow x... \end{cases}$

3. **recopier et compléter le tableau de signes de $f(x)=(-0,3x+9)(0,2x-3)$ sans calculer les valeurs d'annulations**

valeur de x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $-0,3x+9$	
signe de $0,2x-3$	
signe de $(-0,3x+9)(0,2x-3)$	

commentaires : $\begin{cases} (-0,3x+9)(0,2x-3)=0 \Longleftrightarrow x... \\ (-0,3x+9)(0,2x-3)<0 \Longleftrightarrow x... \\ (-0,3x+9)(0,2x-3)>0 \Longleftrightarrow x... \end{cases}$

Exercice 4 : (trouver la formule) *(5 points)*

déterminer la formule de la fonction affine $f(x)=ax+b$ sachant que sa courbe passe par les points $A(0;-2)$ et $B(8;2)$
(détailler les calculs de a et b)

Exercice 5 : (équations) *(4 points)*

résoudre les équations suivantes

(a) $3x-12=78$

(b) $5x-4=9x+36$

11.3 évaluation 3

Nom, Prénom : ... **Evaluation : *(fonctions affines)***

Exercice 1 : *(en vrac)*

Questions	Réponses
1. quelle fonction n'est pas affine ?	☐ $f(x) = 5 - 10x$ ☐ $f(x) = 5$ ☐ $f(x) = -10x$ ☐ $f(x) = 3x^2 + 3$
2. quelle fonction est affine linéaire ?	☐ $f(x) = 15 - 8x$ ☐ $f(x) = 20$ ☐ $f(x) = -8x$
3. quelle fonction est affine constante ?	☐ $f(x) = 30 - 2x$ ☐ $f(x) = -20$ ☐ $f(x) = -5x$
4. quelle est la nature de f avec $f(x) = 10 - 8x$?	☐ **affine constante** ☐ **affine linéaire** ☐ **affine, ni linéaire, ni constante** ☐ **non affine**
5. il a un découvert de 10 euros sur son compte et ajoute 5 euros par mois ! quel est le solde $f(x)$ de son compte dans x mois ?	☐ $f(x) = 5x + 10$ ☐ $f(x) = -5x + 10$ ☐ $f(x) = -5x - 10$ ☐ $f(x) = 5x - 10$
6. il a 10 euros sur son compte et retire 5 euros par mois ! quel est le solde $f(x)$ de son compte dans x mois ?	☐ $f(x) = 5x + 10$ ☐ $f(x) = -5x + 10$ ☐ $f(x) = -5x - 10$ ☐ $f(x) = 5x - 10$
7. $f(x) = -20 - 4x$	☐ $f(-2) = -12$ ☐ $f(-2) = 48$ ☐ $f(-2) = -48$ ☐ $f(-2) = -28$
8. $12 - 2x = 80$	☐ $x = 8$ ☐ $x = -34$ ☐ $x = -8$ ☐ $x = 46$
9. $\dfrac{18-8}{10-8}$ **est égal à**	☐ $1,8$ ☐ $9,2$ ☐ 5
10. l'annulation de $f(x) = 12 - 2x$ est égale à	☐ $x = 0$ ☐ $x = 6$ ☐ $x = -6$ ☐

Exercice 2 :

1. **quel tableau de signes est correct ?** ***(entourrer le bon et barrer les erreurs des autres)***

a.

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax+b$	$sgn(a)$	**0**	$sgn(-a)$

b.

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax+b$	$sgn(-a)$	**0**	$sgn(a)$

c.

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
valeur de $ax+b$	$sgn(-a)$	**0**	$sgn(a)$

d.

x	$+\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$-\infty$
signe de $ax+b$	$sgn(-a)$	**0**	$sgn(a)$

2. **recopier et compléter le tableau de signes de** $0,2x-3$ **avec le détail du calcul de la valeur d'annulation ainsi que les commentaires**

valeur de x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $0,2x-3$	

calcul de l'annulation : **0,2x - 3 = 0**

commentaires : $\begin{cases} 0,2x-3=0 \Longleftrightarrow x\in ... \\ 0,2x-3<0 \Longleftrightarrow x\in ... \\ 0,2x-3>0 \Longleftrightarrow x\in ... \end{cases}$

3. **recopier et compléter le tableau de signes de** $-0,3x+9$ **avec le détail du calcul de la valeur d'annulation ainsi que les commentaires**

valeur de x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $-0,3x+9$	

calcul de l'annulation

commentaires : $\begin{cases} -0,3x+9=0 \Longleftrightarrow x\in ... \\ -0,3x+9<0 \Longleftrightarrow x\in ... \\ -0,3x+9>0 \Longleftrightarrow x\in ... \end{cases}$

Exercice 3 : ***(trouver la formule)***

1.

Questions	**Réponses**
1. si f **est affine alors**	☐ $a=\dfrac{f(x_3)-f(x_2)}{x_2-x_3}$ ☐ $a=\dfrac{x_4-x_1}{f(x_4)-f(x_1)}$ ☐ $a=\dfrac{f(x_5)-f(x_3)}{x_5-x_3}$
2. si f **est affine alors**	☐ $b=f(x_2)-ax_1$ ☐ $b=f(x_4)-ax_4$ ☐ $b=ax_2-f(x_2)$

2. **déterminer la formule de la fonction affine** $f(x)=ax+b$ **sachant que** $f(0)=-2$ **et** $f(8)=2$ ***(détailler les calculs de*** a ***et*** b***)***

<u>Exercice 4 :</u> (comparaison de tarifs) *(12 points)*
un opérateur internet propose les tarifs mensuels suivants :
T_1 : 40 euros par mois quel que soit le nombre de minutes de connexion
T_2 : 1 euro 20 centimes la minute de connexion
T_3 : 10 euros de forfait mensuel plus 0,8 euros la minute de connexion

1. Calculer le prix à payer pour chacun des trois tarifs si vous vous connectez 15 minutes par mois et donner alors le tarif le plus avantageux pour $15mn$
2. expliquer pourquoi la facture à payer avec le tarif T_3 pour x de minutes de connexion est $0,8x + 10$ €
3. on considère que les factures à payer avec les différents tarif pour x de minutes de connexion sont $f_1(x) = 40$, $f_2(x) = 1,2x$ et $f_3(x) = 0,8x + 10$

(a) compléter les tableaux de valeurs suivants en détaillant un calcul

valeur de x	0	25	50
valeur de $f_1(x) = 0x + 40$			

par exemple : ...

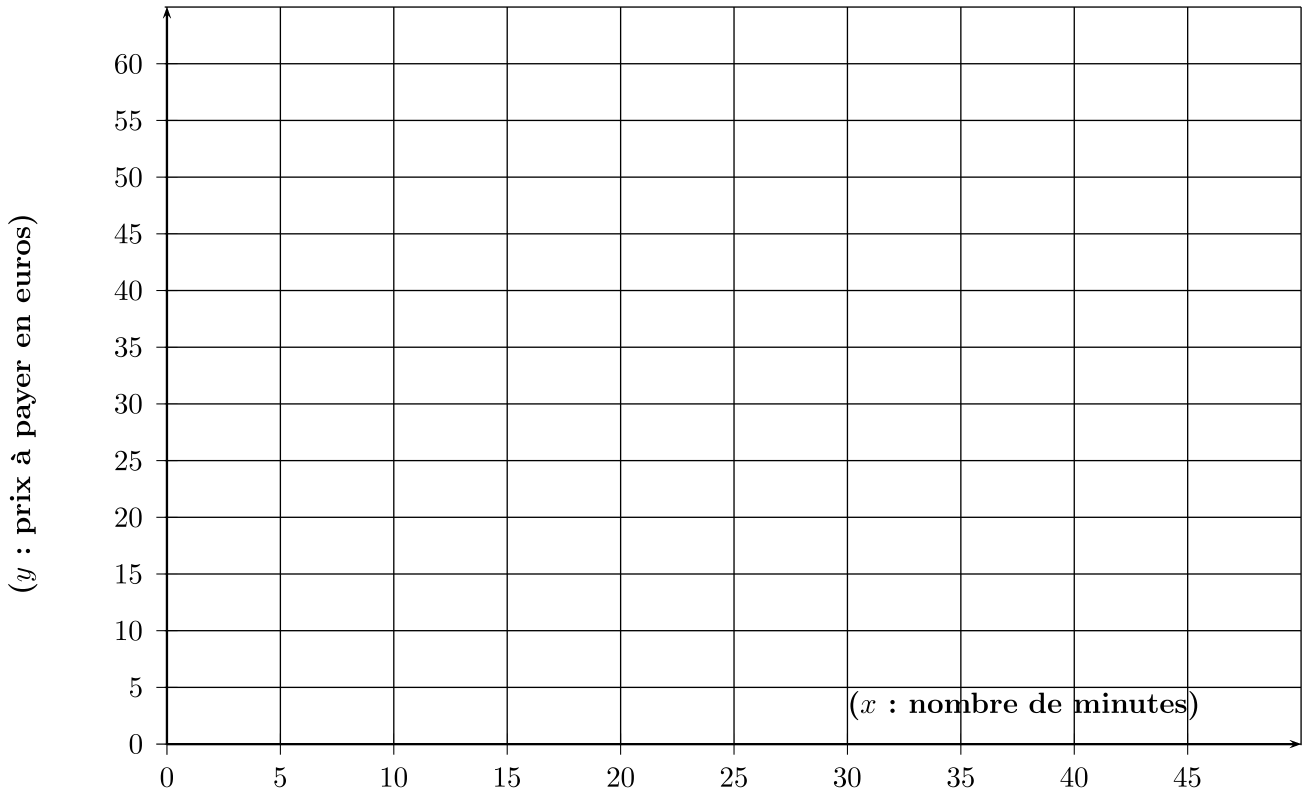
valeur de x	0	25	50
valeur de $f_2(x) = 1,2x$			

par exemple : ...

valeur de x	0	25	50
valeur de $f_3(x) = 0,8x + 10$			

par exemple : ...

(b) construire dans le repère lci dessous les courbes des trois fonctions



(c) déduire du graphique le tarif le moins cher en fonction du nombre de minutes de connexion *(entre ... et ... minutesc'est le tarif ...,   entre ... etc)*

(d) trouver par le calcul, la valeur du nombre de minutes pour lequel les tarifs T_1 et T_3 sont égaux