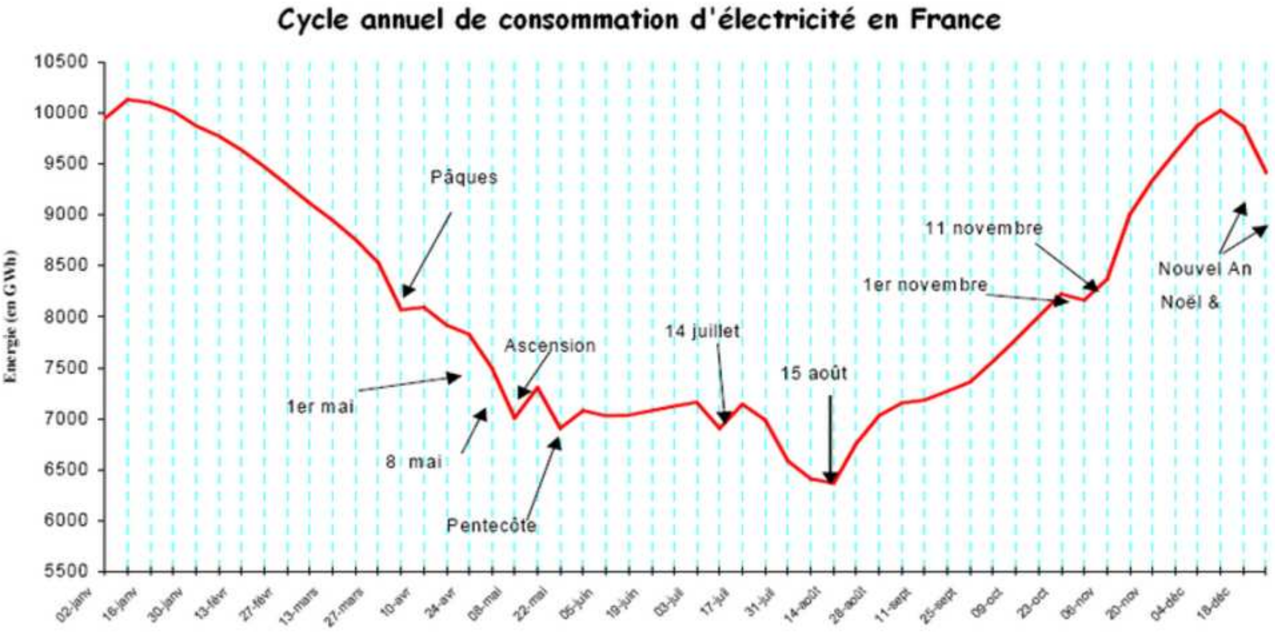
Fonctions généralités

Table des matières

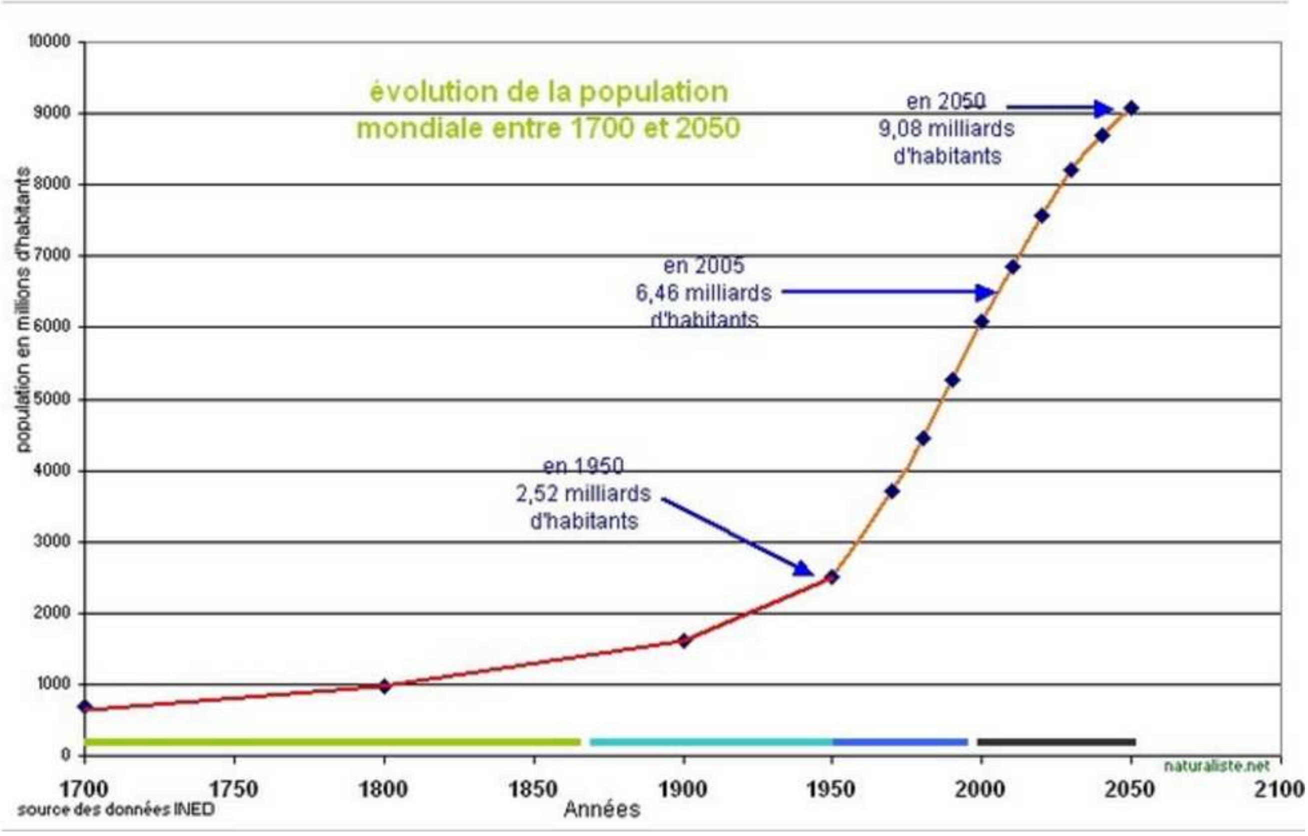
1 Images

1. **comsommation d'eau en fonction de l'heure de la journée**

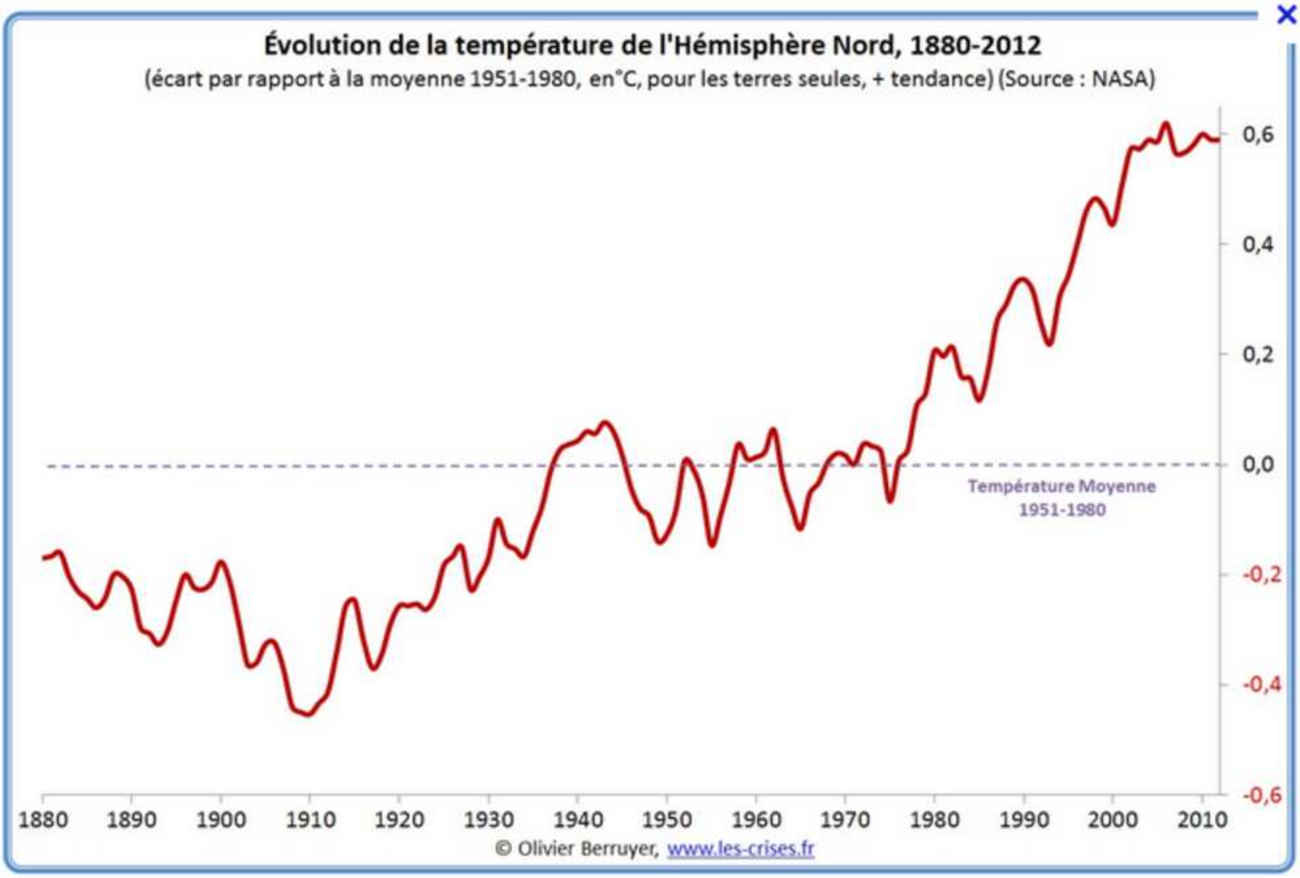
2. comsommation d'électricité en fonction de la date de l'année



3. population mondiale en fonction de l'année



4. température de l'hémisphère nord en fonction de l'année



Évolution de la température de l'Hémisphère Nord, 1880-2012

(écart par rapport à la moyenne 1951-1980, en°C, pour les terres seules, + tendance) (Source : NASA)

© Olivier Berruyer, www.les-crises.fr

2 Mots clés - Notations - Formules

2.1 Vocabulaire

Il faut connaître la signification des mots ou expressions suivantes :

1. **fonction, variable**
2. **domaine de définition de la fonction**
3. **image d'un nombre par une fonction**
4. **antécédent(s) d'un nombre par une fonction**
5. **par la fonction, ... a pour image ...**
6. **par la fonction, ... a pour antécédents ...**
7. **par la fonction, ... est l'image de ...**
8. **par la fonction, ... est un antécédents de ...**
9. **courbe d'une fonction**
10. **tableau de valeurs de la fonction**
11. **tableau de signes de la fonction**
12. **valeurs d'annulation de la fonction** *(la fonction s'annule en -5 et en -2)*
13. **signe d'une fonction** *(positif, négatif, nul)*
14. **la fonction est strictement négative entre -5 exclu et -2 exclu**
15. **la fonction est strictement positive entre -10 inclu et -5 exclu ou entre -2 exclu et 20 inclu**
16. **intervalle** *(ouvert, fermé, semi ouvert, réunion d'intervalles)*
17. **bornes d'un intervalle** *(inclu, exclu, l'infinie)*
18. **tableau de variations de la fonction**
19. **sens de variation d'une fonction** *(croissante, décroissante, constante)*
20. **la fonction est décroissante entre -10 et -4, croissante entre -4 et 8, décroissante entre 8 et 20**
21. **extrémums d'une fonction** *(maximum, minimum)*
22. **la fonction admet 25 pour maximum et -10 pour minimum**
23. **la fonction est supérieure ou égale à 10 sur l'intervalle de bornes -10 inclu et -8 exclu et sur l'intervalle de bornes -3 exclu et 12 exclu**
24. **la fonction est inférieure stricte à -5 entre -5,5 exclu et -1 exclu**

2.2 Notations

Il faut connaître la signification des notations mathématiques suivantes :

1. x, $f(x)$

2. D_f

3. $[a\ ;\ b]$ $]a\ ;\ b[$ $]a\ ;\ b]$ $[a\ ;\ b[$ $]a\ ;\ +\infty[$ $[a\ ;+\infty[$, $]-\infty\ ;\ b[$ $]-\infty\ ;\ b]$

4. $f(0) = 15$ $f(-2) = 0$

5. $f : 0 \longmapsto 15$ $f : -2 \longmapsto 0$

6. $f(x) = 15$ **pour** $x = 0$ $f(x) = 0$ **pour** $x = -2$

7. $f(x) = 0$ **pour** $x = -5$ **ou** $x = -2$

8. C_f C_g

9.

valeur de x	**-10**	**-5**	**0**	**-2**	**8**	**20**
valeur de $f(x)$	**20**	**0**	**15**	**0**	**25**	**8**

10.

valeur de x	**-10**		**-5**		**-2**		**20**
signe de $f(x)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

$$\begin{cases} f(x) = 0 \textbf{ pour } x \in \{-5\ ;\ -2\} \\ f(x) < 0 \textbf{ pour } x \in\ ]-5\ ;\ -2[\\ f(x) > 0 \textbf{ pour } x \in [-10\ ;\ -5[\ \cup\ ]-2\ ;\ 20] \end{cases}$$

11.

valeur de x	**-10**		**-4**		**8**		**20**
variations de $f(x)$	**20**				**25**		
		↘		↗		↘	
			-10				**8**

$$\begin{cases} f \textbf{ décroît pour } x \in [-10\ ;\ 4] \\ f \textbf{ croît pour } x \in [-4\ ;\ 8] \\ f \textbf{ décroît pour } x \in [8\ ;\ 20] \end{cases}$$

12.

$$\begin{cases} f \textbf{ admet 25 pour maximum en } x = 8 \\ f \textbf{ admet -10 pour minimum en } x = -4 \end{cases}$$

13.

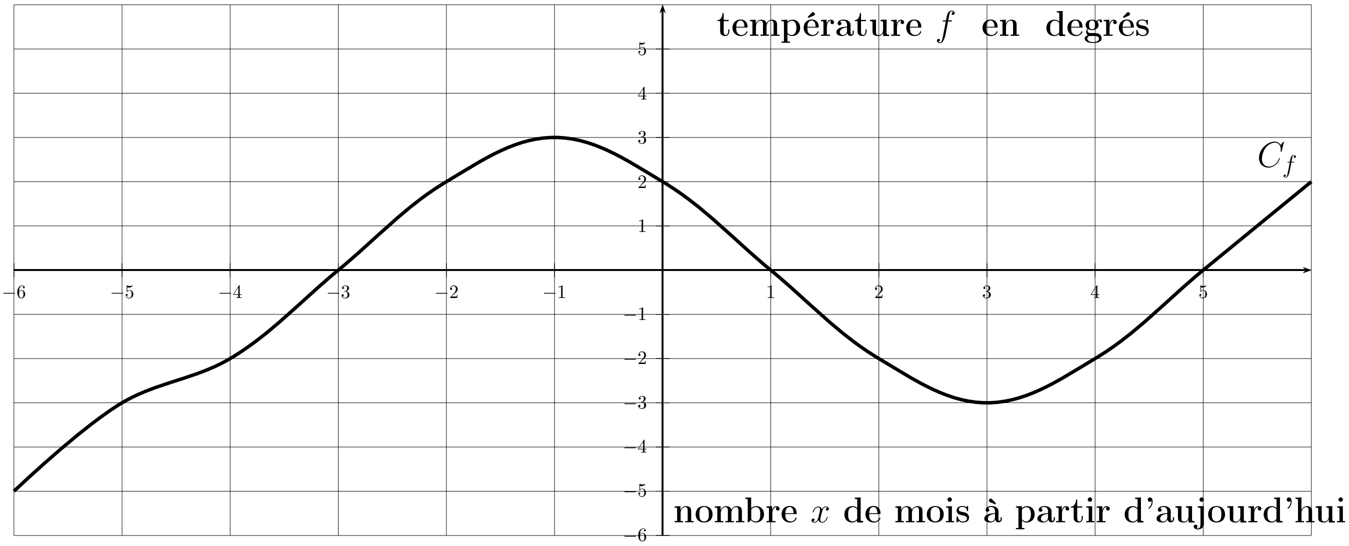
$$\begin{cases} f(x) = 0 \textbf{ pour } x \in \{-4\ ;\ 8\} \\ f(x) < 0 \textbf{ pour } x \in [-10\ ;\ -4[\ \cup\ ]8\ ;\ 20] \\ f(x) > 0 \textbf{ pour } x \in\ ]-4\ ;\ 8[\end{cases}$$

14. $f(x) \geq 10 \Leftrightarrow x \in [-10\ ;\ -8[\ \cup\ ]-3\ ;\ 12[$

15. $f(x) < -5 \Leftrightarrow x \in]-5,5\ ;\ -1]$

2.3 activité bilan avec graphique répété

Activité bilan sur le vocabulaire et les notations usuelles concernant les fonctions



1. **La courbe notée ... est celle de la fonction ... notée ....**

   en fonction de la variable ... notée ...

2. **cette fonction est définie pour un nombre de mois compris ...**

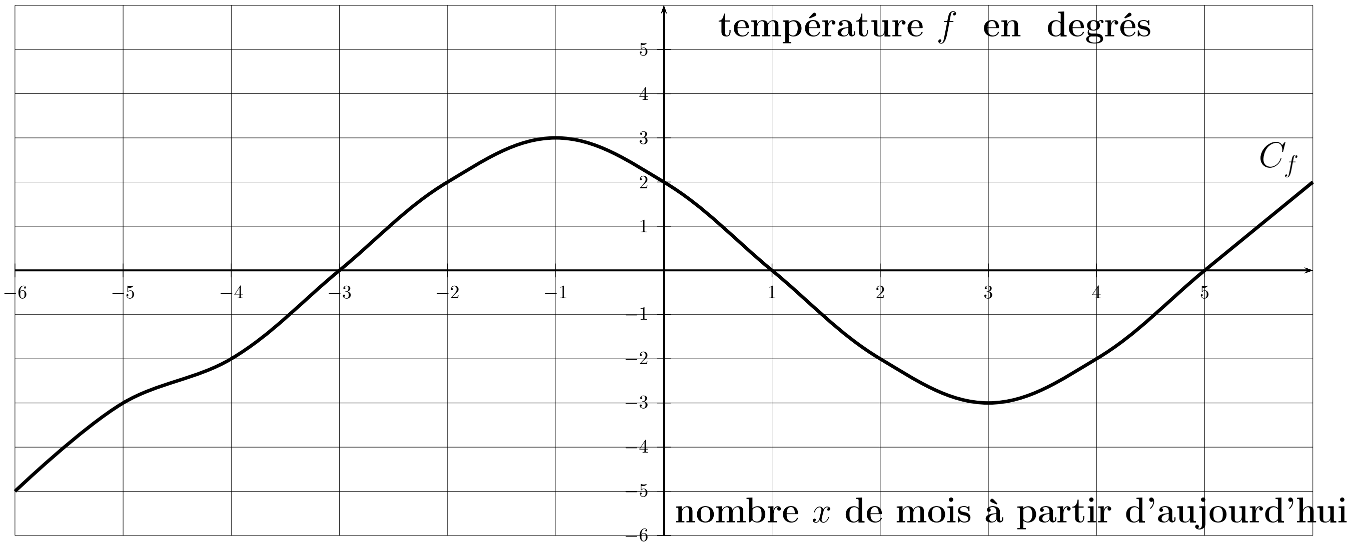
   c'est à dire sur l'intervalle ... ou encore pour $x \in$ ...

   cet intervalle a pour ... , ... et ... qui sont toutes deux ...

   on dit aussi que l'intervalle ... est le ... noté ...

3. **graphiquement, on peut lire qu'il y a 5 mois il fesait ... soit $f(...\quad) = ...$**

   ... a pour ... ... par la fonction ...



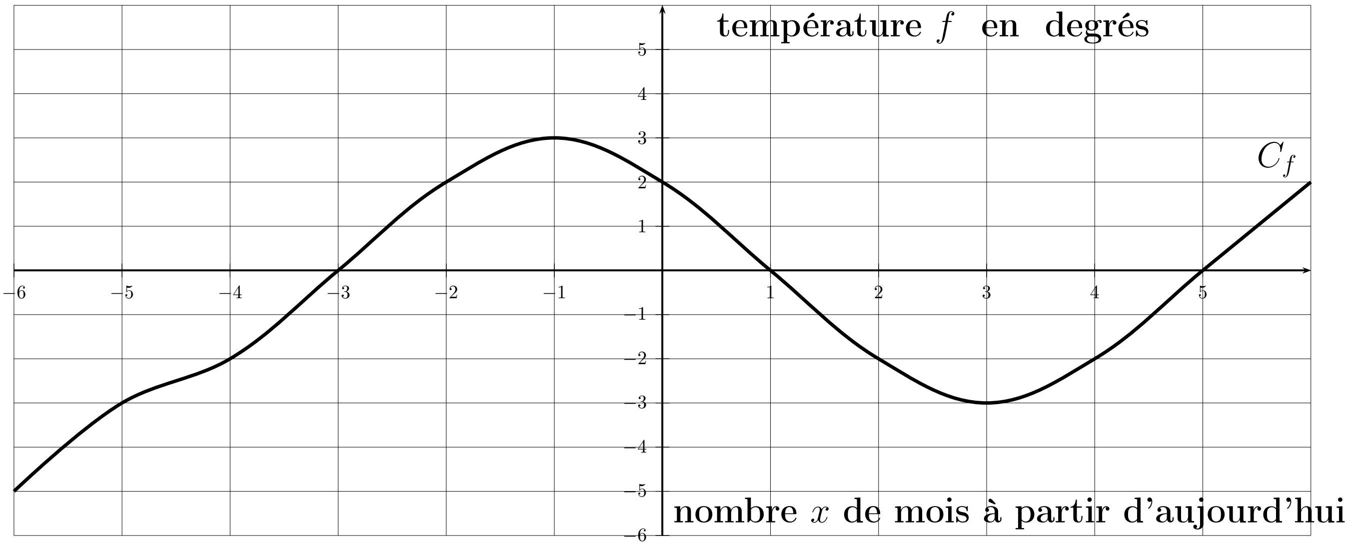
4. **les 2 degrés sont atteints pour les mois ... ou ... ou** $x = ...$

   soit $f(x) = ...$ **pour** $x = ...$ **ou** $x = ...$ **ou** $x = ...$

   2 a pour ... ... ,... et ... par la fonction ...

5. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous**

valeur de x	**-6**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
valeur de $f(x)$												



6. à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous

valeur de x	... ...
signe de $f(x)$	... ...

la température est nulle pour les mois ... ; ... et ...
la température est négative strict entre les mois ... inclu et ... exclu

ou entre les mois ... ... et ... ...

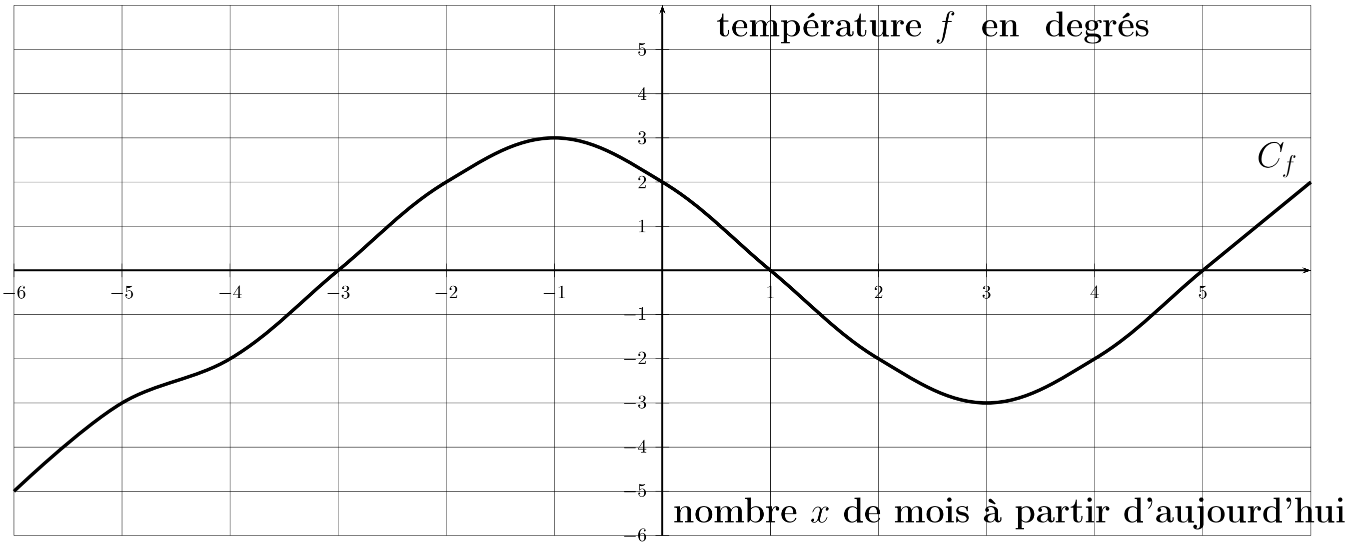
la température est positive strict entre les mois ...

ou entre ...

$f(x) = 0$ **pour** $x \in \{... \; ; \; ... \; ; \; ...\}$

$f(x) < 0$ **pour** $x \in \; [... \; ; ... \; [\cup]... \; ; ... \; [$

$f(x) > 0$ **pour** $x \in ...$



7. à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous

valeur de x	...		...		...		...
variations de $f(x)$			...				...
		...		...		...	
	...				...		

la température est croissante entre les mois ... et ... inclus

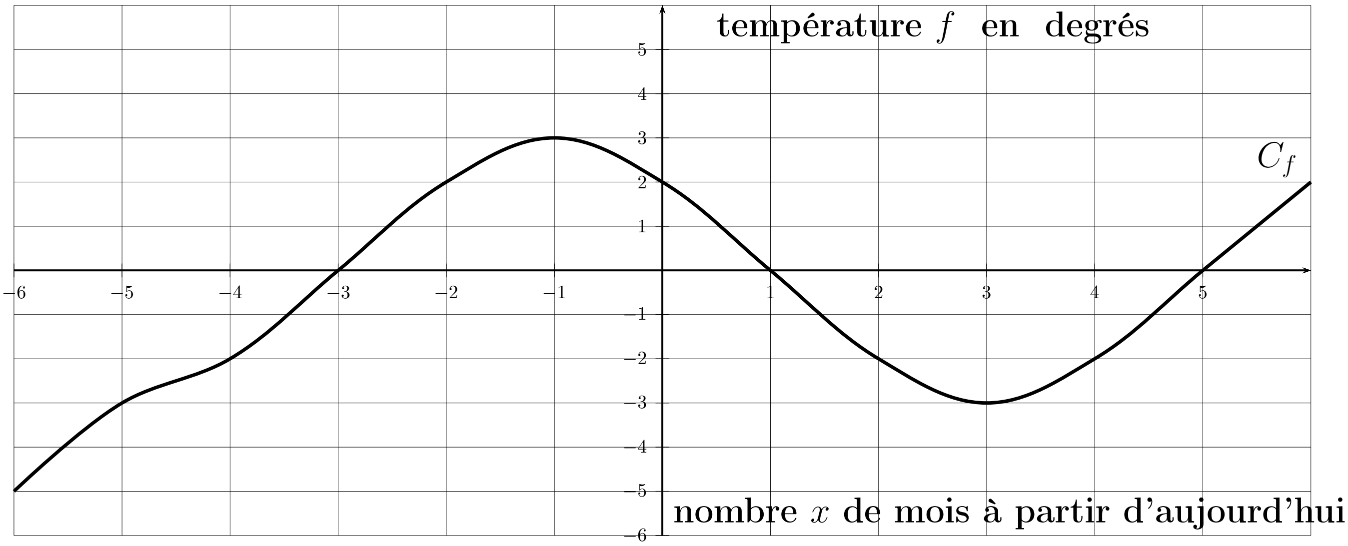
la température est décroissante entre les mois ... et ... inclus

la température ... entre les mois ... et ... inclus

f **croît pour** $x \in [... \quad ; \quad ...]$

f ... **pour** $x \in$ ...

f ... **pour** $x \in$ ...



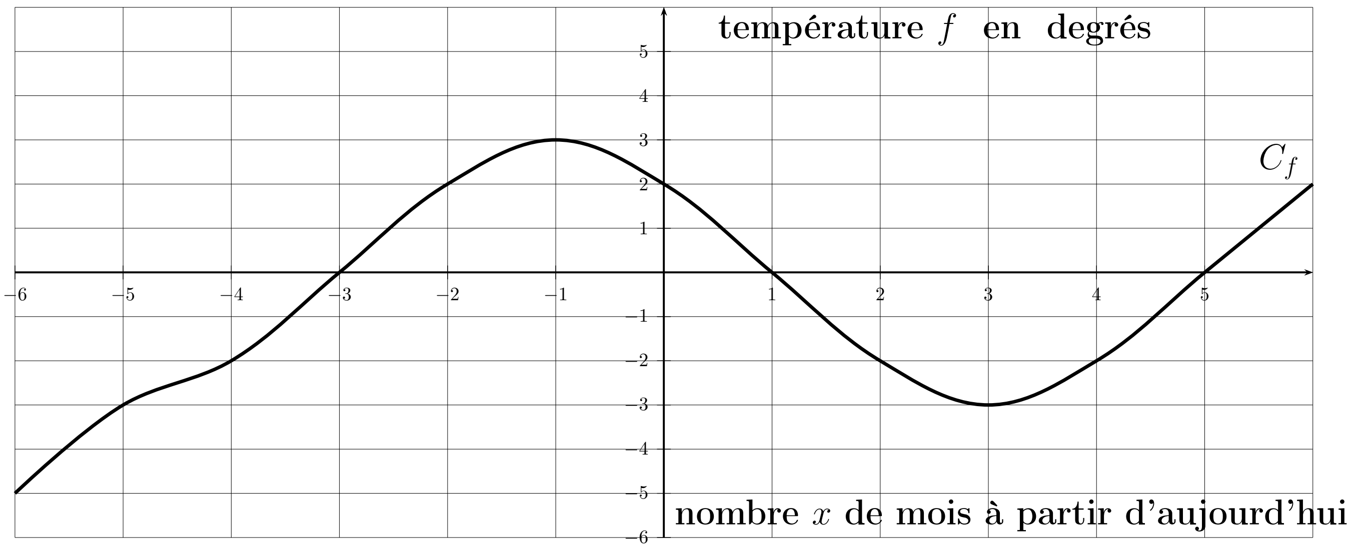
8. **à l'aide du graphique, on peut trouver les ...**

la température maximale vaut ... degrés pour le mois ...

la température minimale vaut ... degrés pour le mois ...

la fonction f admet un ... qui vaut ... pour $x = ...$

la fonction f admet un ... qui vaut ... pour $x = ...$



9. **à l'aide du graphique on peut dire que :**

   la température est égale à 2 pour les mois ... **,** ... **et** ...

   l'équation $f(x) = 2$ **a pour ensemble de solutions** $S = \{... \quad ; \quad ... \quad ; \quad ... \quad \}$

   la température est égale à -2 pour les mois ...

   l'équation $f(x) = -2$ **a pour ensemble de solutions** $S = ...$

   la température est supérieure ou égale à 2 pour les mois compris entre ... **inclu et** ... ...
   ou pour le mois ...

   l'inéquation $f(x) \geq 2$ **a pour ensemble de solutions** $S = ...$

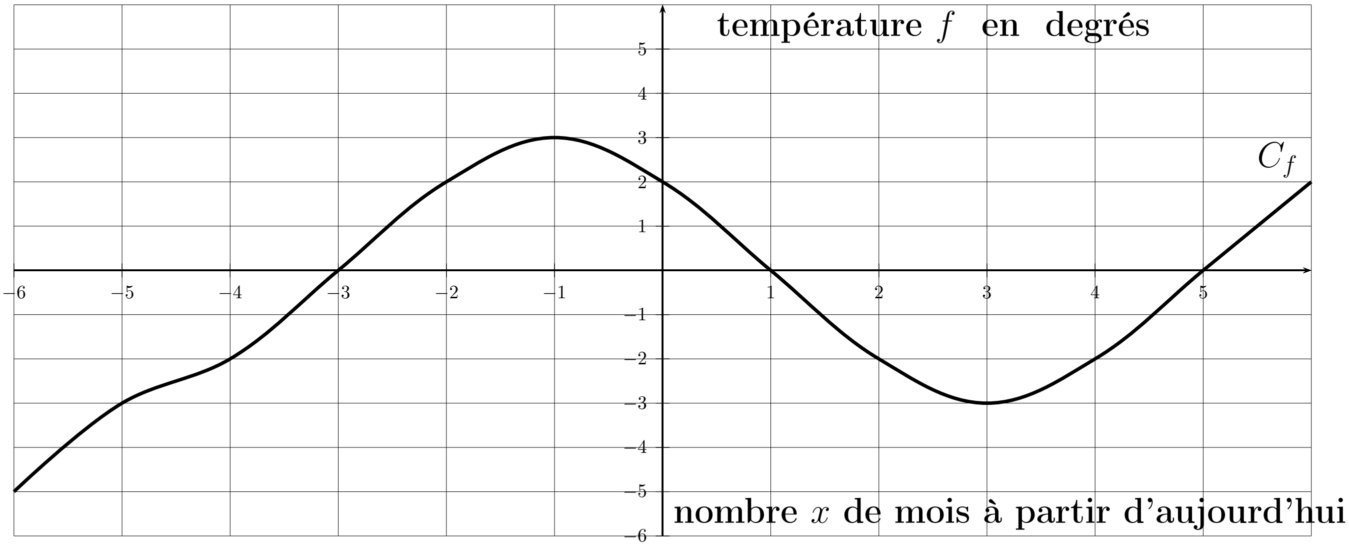
   la température est strictement inférieure à -2 pour les mois compris ...

   ou ...

   l'inéquation $f(x)... \quad -2$ **a pour ensemble de solutions** $S = ...$

2.4 corrigé activité bilan avec graphique répété

Activité bilan sur le vocabulaire et les notations usuelles concernant les fonctions



1. La courbe notée C_f **est celle de la fonction** **température** **notée** f

en fonction de la variable **nombre de mois** **notée** x

2. cette fonction est définie pour un nombre de mois **compris entre - 6 et 6**

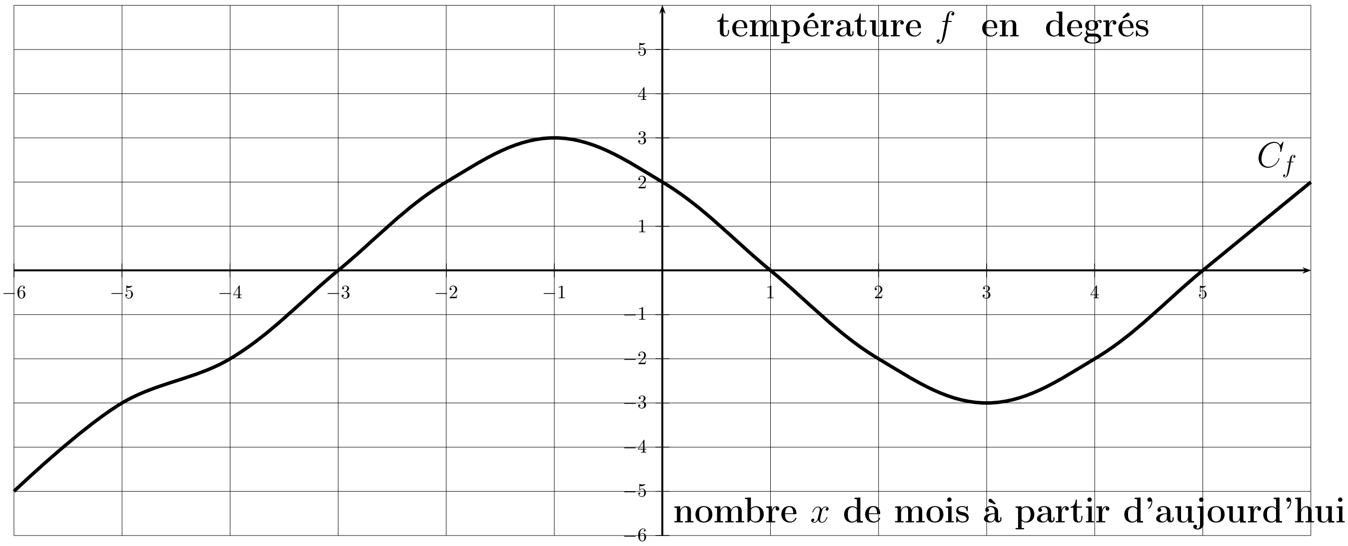
c'est à dire sur l'intervalle $[-6\ ;\ 6]$ **ou encore pour** $x \in [-6\ ;\ 6]$

cet intervalle a pour *bornes*, -6 **et** 6 **qui sont toutes deux** *inclues*

on dit aussi que l'intervalle $[-6\ ;\ 6]$ **est le** **domaine de définition de** f **noté** D_f

3. graphiquement, on peut lire qu'il y a 5 mois il fesait **-3 degrés** **soit** $f(-5) = -3$

-5 **a pour** **image** -3 **par la fonction** f



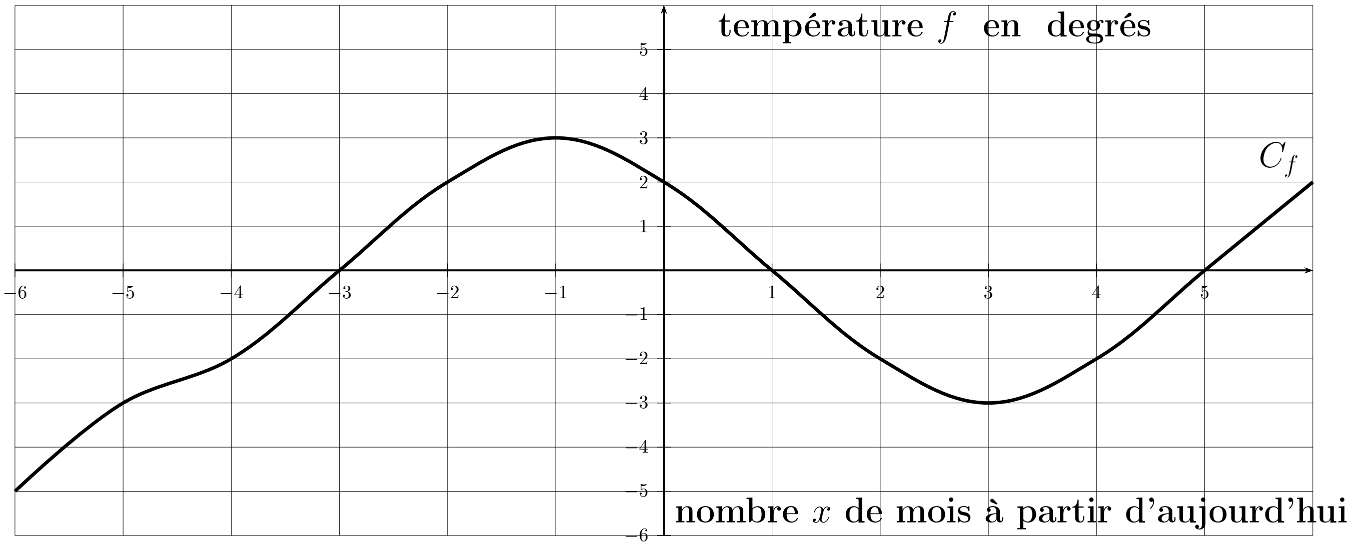
4. **les 2 degrés sont atteints pour les mois** $\boxed{-2; 0 \textbf{ et } 6}$

   soit $\boxed{f(x) = 2}$ **pour** $\boxed{x = -2 \textbf{ ou } x = 0 \textbf{ ou } x = 6}$

   2 **a pour** $\boxed{\text{antécédents}}$ $\boxed{\textbf{-2, 0 et 6}}$ **par la fonction** $\boxed{f}$

5. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de** $\boxed{\text{valeurs}}$ **ci dessous**

valeur de x	**-6**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
valeur de $f(x)$	$\boxed{\textbf{-5}}$	$\boxed{\textbf{-2}}$	$\boxed{\textbf{0}}$	$\boxed{\textbf{2}}$	$\boxed{\textbf{3}}$	$\boxed{\textbf{2}}$	$\boxed{\textbf{0}}$	$\boxed{\textbf{-2}}$	$\boxed{\textbf{-3}}$	$\boxed{\textbf{-2}}$	$\boxed{\textbf{0}}$	$\boxed{\textbf{2}}$



6. à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de signes ci dessous

valeur de x	**-6**		**-3**		**1**		**5**		**6**
signe de $f(x)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

la température est nulle pour les mois -3 ; 1 et 5

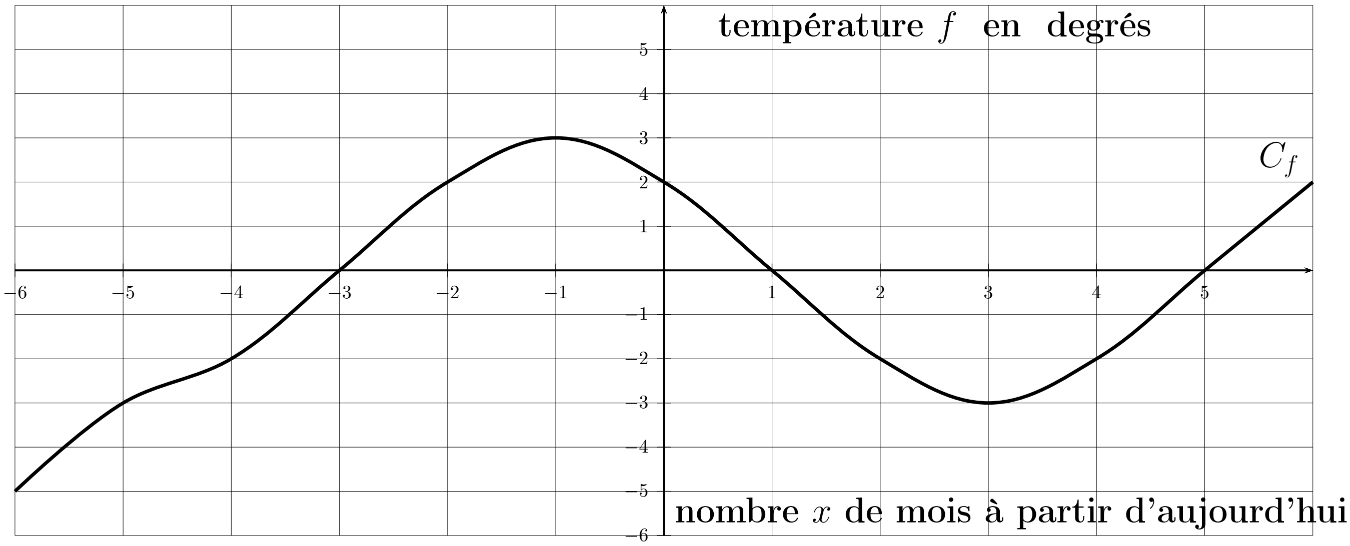
la température est négative strict entre les mois -6 inclu et -3 exclu
ou entre les mois 1 exclu et 5 exclu

la température est positive strict entre les mois -3 exclu et 1 exclu
ou entre les mois 5 exclu et 6 inclu

$f(x) = 0$ **pour** $\boxed{x \in \{-3; 1; 5\}}$

$f(x) < 0$ **pour** $\boxed{x \in \ [-6 \ ; \ -3[\ \cup \ ]1 \ ; \ 5[}$

$f(x) > 0$ **pour** $\boxed{x \in \ ]-3 \ ; \ 1[\ \cup \ ]5 \ ; \ 6]}$



7. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de** $\boxed{\text{variations}}$ **ci dessous**

valeur de x	-6		-1		3		6
variations de $f(x)$			3				2
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	-4				-3		

la température est croissante entre les mois $\boxed{\textbf{$-6$ et -1 inclus}}$

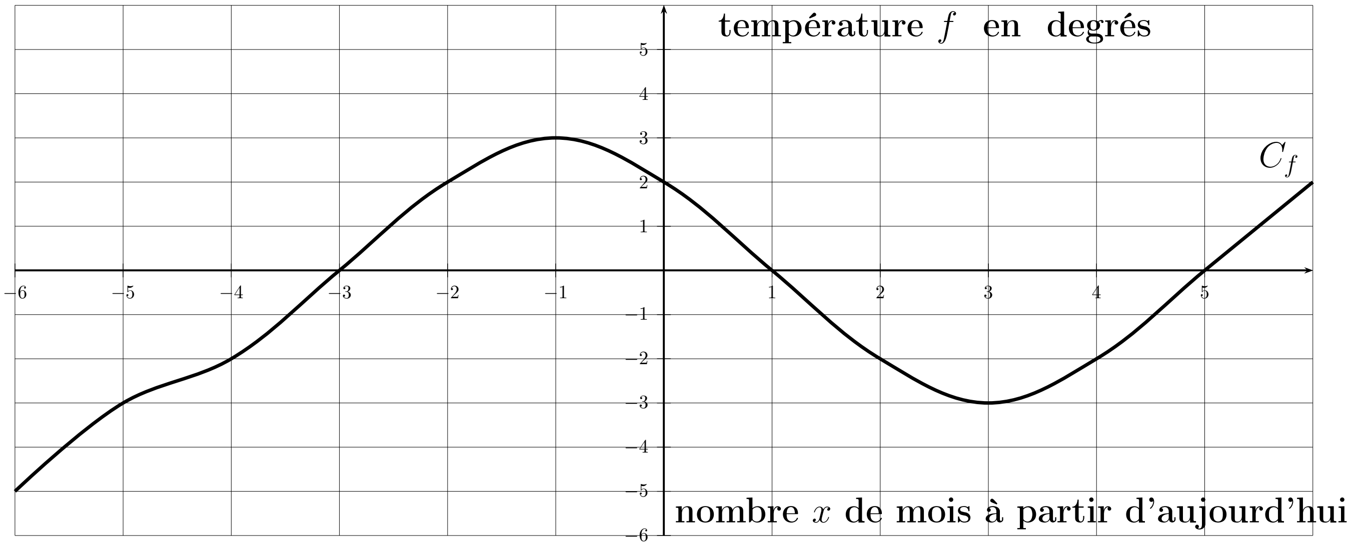
la température est décroissante entre les mois $\boxed{\textbf{$-1$ et 3 inclus}}$

la température $\boxed{\textit{croissante}}$ **entre les mois** $\boxed{\textbf{3 et 6 inclus}}$

f $\boxed{\textbf{croît}}$ **pour** $\boxed{x \in [-6\ ;\ -1]}$

f $\boxed{\textbf{décroît}}$ **pour** $\boxed{x \in [-1\ ;\ 3]}$

f $\boxed{\textbf{croît}}$ **pour** $\boxed{x \in [3\ ;\ 6]}$



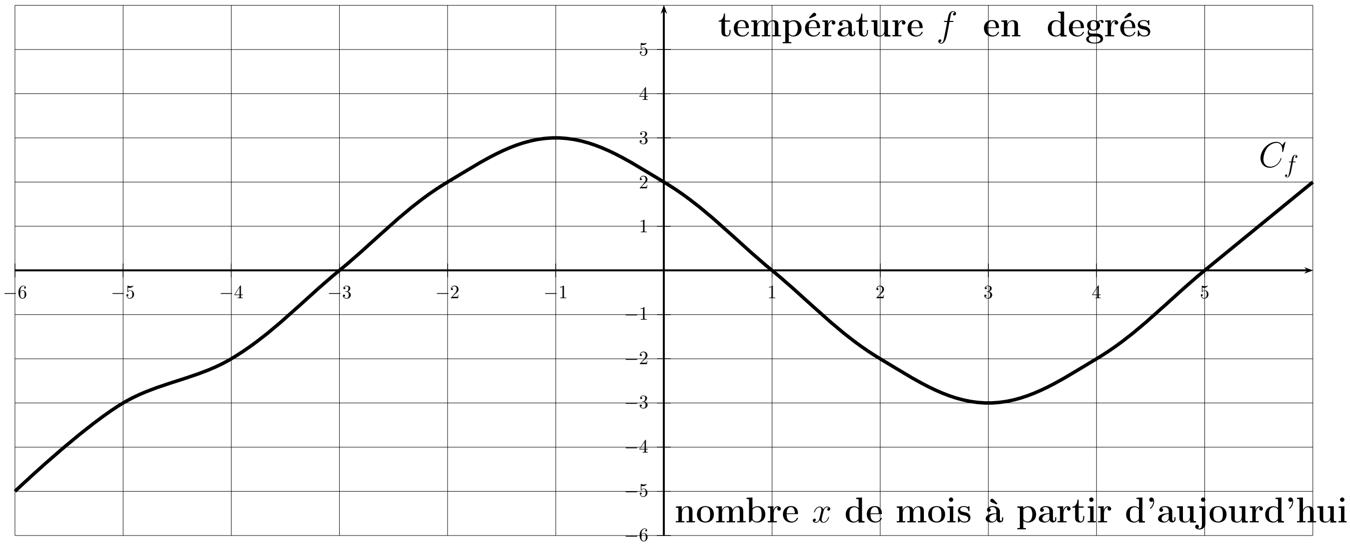
8. **à l'aide du graphique, on peut trouver les $\boxed{\text{extremums}}$**

   la température maximale vaut $\boxed{\textbf{3}}$ degrés pour le mois $\boxed{\textbf{-1}}$

   la température minimale vaut $\boxed{\textbf{-5}}$degrés pour le mois $\boxed{\textbf{-6}}$

   la fonction f admet un maximum qui vaut $\boxed{\textbf{3}}$ pour $\boxed{x = -1}$

   la fonction f admet un minimum qui vaut $\boxed{\textbf{-5}}$ pour $\boxed{x = -6}$



9. à l'aide du graphique on peut dire que :

la température est égale à 2 pour les mois $\boxed{-2; 0 \text{ et } 6}$

l'équation $f(x) = 2$ **a pour ensemble de solutions** $\boxed{S = \{-2\ ;\ 0\ ;\ 6\}}$

la température est égale à -2 pour les mois $\boxed{-4; 2 \text{ et } 4}$

l'équation $f(x) = -2$ **a pour ensemble de solutions** $\boxed{S = \{-4\ ;\ 2\ ;\ 4\}}$

la température est supérieure ou égale à 2 pour les mois $\boxed{\textbf{compris entre -2 inclu et 0 inclu}}$ **ou** $\boxed{\textbf{pour le mois 6}}$

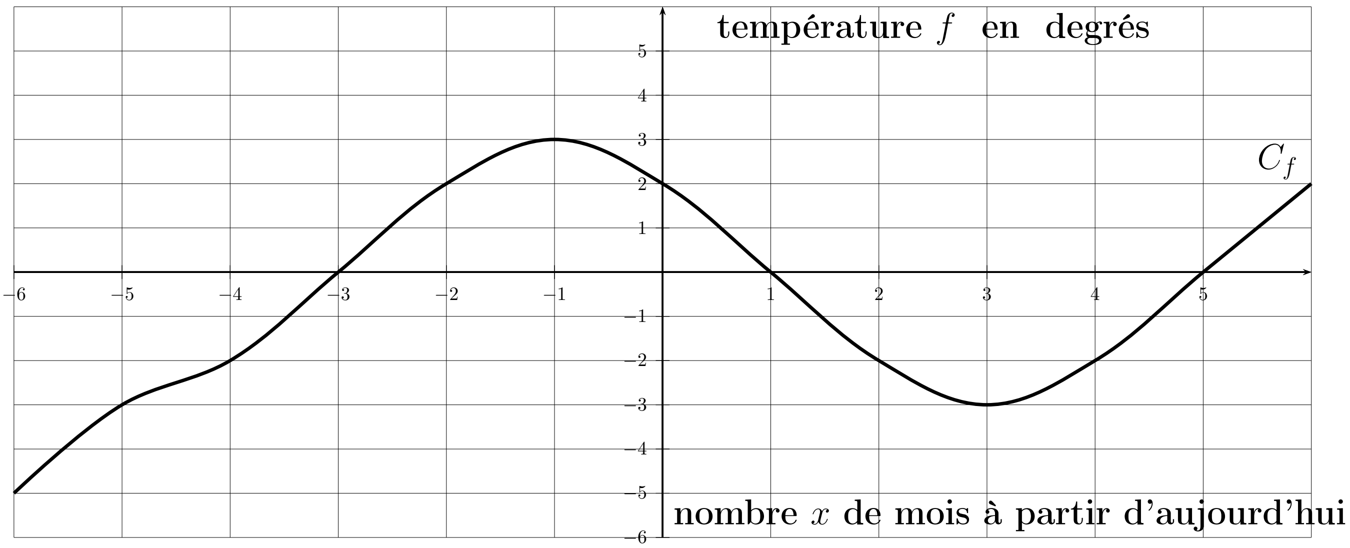
l'inéquation $f(x) \geq 2$ **a pour ensemble de solutions** $\boxed{S =]-2\ ;\ 0[\ \cup\ \{6\}}$

la température est strictement inférieure à -2 pour les mois $\boxed{\textbf{compris entre -6 inclu et -4 exclu}}$ **ou entre les mois** $\boxed{\textbf{compris entre 2 exclu et 4 exclu}}$

l'inéquation $f(x) < -2$ **a pour ensemble de solutions** $\boxed{S = [-6\ ;\ -4[\cup]2\ ;\ 4[}$

2.5 activité bilan

Activité bilan sur le vocabulaire et les notations usuelles concernant les fonctions



1. **La courbe notée ... est celle de la fonction ... notée ....**

   en fonction de la variable ... notée ...

2. **cette fonction est définie pour un nombre de mois compris ...**

   c'est à dire sur l'intervalle ... ou encore pour $x \in$ ...

   cet intervalle a pour ... , ... et ... qui sont toutes deux ...

   on dit aussi que l'intervalle ... est le ... noté ...

3. **graphiquement, on peut lire qu'il y a 5 mois il fesait ... soit $f(... \quad) = ...$**

   ... a pour ... ... par la fonction ...

4. **les 2 degrés sont atteints pour les mois ... ou ... ou $x = ...$**

   soit $f(x) = ...$ pour $x = ...$ ou $x = ...$ ou $x = ...$

   2 a pour ... ... ,... et ... par la fonction ...

5. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous**

valeur de x	**-6**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
valeur de $f(x)$												

6. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous**

valeur de x	... ...
signe de $f(x)$	... ...

la température est nulle pour les mois ... ; ... et ...
la température est négative strict entre les mois ... inclu et ... exclu

ou entre les mois ... ... et ... ...

la température est positive strict entre les mois ...

ou entre ...

$f(x) = 0$ **pour** $x \in \{...\quad ; \quad ... \quad ; \quad ...\}$

$f(x) < 0$ **pour** $x \in$ [... ; ... [∪]... ; ... [

$f(x) > 0$ **pour** $x \in$ ...

7. à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous

valeur de x	...		...		...		...
variations de $f(x)$			...				...
		...		...		...	
	...				...		

la température est croissante entre les mois ... et ... inclus

la température est décroissante entre les mois ... et ... inclus

la température ... entre les mois ... et ... inclus

f **croît pour** $x \in$ [... ; ...]

f ... **pour** $x \in$ ...

f ... **pour** $x \in$ ...

8. à l'aide du graphique, on peut trouver les ...

la température maximale vaut ... degrés pour le mois ...

la température minimale vaut ... degrés pour le mois ...

la fonction f admet un ... qui vaut ... pour $x =$ ...

la fonction f admet un ... qui vaut ... pour $x =$ ...

9. à l'aide du graphique on peut dire que :

la température est égale à 2 pour les mois ... , ... et ...

l'équation $f(x) = 2$ a pour ensemble de solutions $S = \{...\quad ; \quad ... \quad ; \quad ... \}$

la température est égale à -2 pour les mois ...

l'équation $f(x) = -2$ a pour ensemble de solutions $S =$ ...

la température est supérieure ou égale à 2 pour les mois compris entre ... inclu et ... ... ou pour le mois ...

l'inéquation $f(x) \geq 2$ a pour ensemble de solutions $S =$ ...

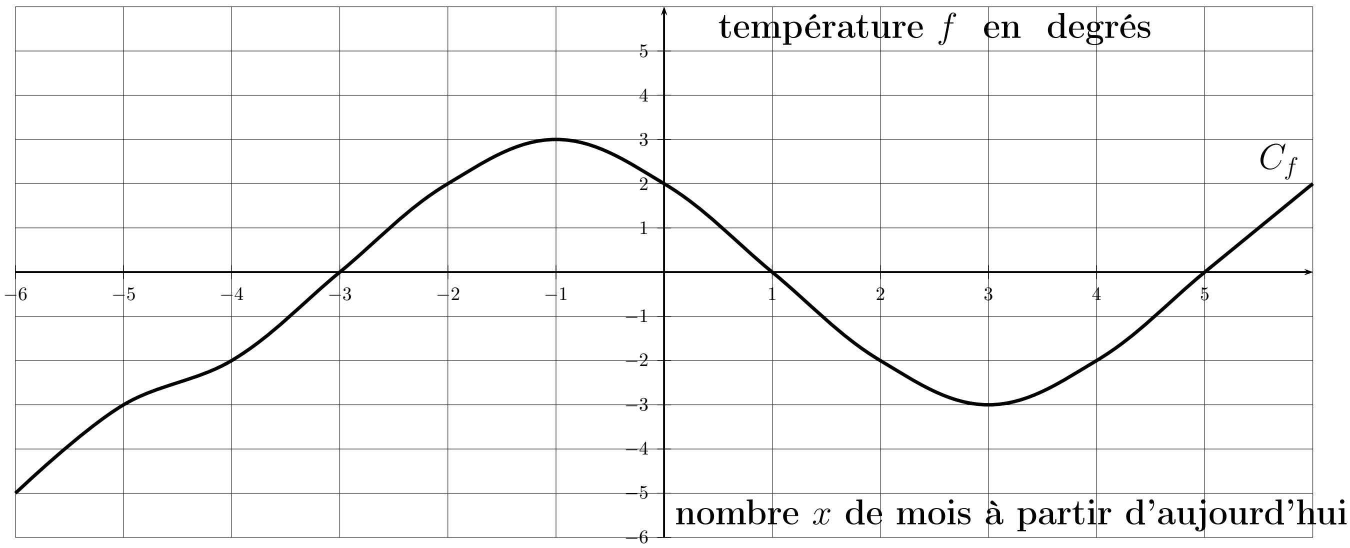
la température est strictement inférieure à -2 pour les mois compris ...

ou ...

l'inéquation $f(x)... -2$ a pour ensemble de solutions $S =$ ...

2.6 corrigé activité bilan

Activité bilan sur le vocabulaire et les notations usuelles concernant les fonctions



1. **La courbe notée** $\boxed{C_f}$ **est celle de la fonction** **température** **notée** $\boxed{f}$

   en fonction de la variable **nombre de mois** **notée** $\boxed{x}$

2. **cette fonction est définie pour un nombre de mois** **compris entre - 6 et 6**

   c'est à dire sur l'intervalle $\boxed{[-6\ ;\ 6]}$ **ou encore pour** $\boxed{x \in [-6\ ;\ 6]}$

   cet intervalle a pour *bornes*, $\boxed{-6}$ **et** $\boxed{6}$ **qui sont toutes deux** *inclues*

   on dit aussi que l'intervalle $\boxed{[-6\ ;\ 6]}$ **est le** **domaine de définition de** f **noté** $\boxed{D_f}$

3. **graphiquement, on peut lire qu'il y a 5 mois il fesait** **-3 degrés** **soit** $\boxed{f(-5) = -3}$

   -5 **a pour** **image** $\boxed{-3}$ **par la fonction** $\boxed{f}$

4. **les 2 degrés sont atteints pour les mois** $\boxed{-2; 0 \text{ et } 6}$

   soit $\boxed{f(x) = 2}$ **pour** $\boxed{x = -2 \text{ ou } x = 0 \text{ ou } x = 6}$

   2 **a pour** **antécédents** **-2, 0 et 6** **par la fonction** $\boxed{f}$

5. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de** **valeurs** **ci dessous**

valeur de x	**-6**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
valeur de $f(x)$	**-5**	**-2**	**0**	**2**	**3**	**2**	**0**	**-2**	**-3**	**-2**	**0**	**2**

6. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de** **signes** **ci dessous**

valeur de x	**-6**		**-3**		**1**		**5**		**6**
signe de $f(x)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

la température est nulle pour les mois **-3 ; 1 et 5**

la température est négative strict entre les mois $\boxed{-6 \text{ inclu}}$ **et** **-3 exclu**
ou entre les mois **1 exclu** **et** **5 exclu**
la température est positive strict entre les mois **-3 exclu** **et** **1 exclu**
ou entre les mois **5 exclu** **et** **6 inclu**

$$\begin{cases} f(x)=0 \textbf{ pour } \boxed{x\in\{-3;1;5\}} \\ \\ f(x)<0 \textbf{ pour } \boxed{x\in\ [-6\ ;\ -3[\ \cup\ ]1\ ;\ 5[} \\ \\ f(x)>0 \textbf{ pour } \boxed{x\in\ ]-3\ ;\ 1[\ \cup\ ]5\ ;\ 6]} \end{cases}$$

7. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de $\boxed{\textbf{variations}}$ ci dessous**

valeur de x	-6		-1		3		6
variations de $f(x)$			3				2
		↗		↘		↗	
	-4				-3		

$$\begin{cases} \textbf{la température est croissante entre les mois } \boxed{-6 \textbf{ et } -1 \textbf{ inclus}} \\ \\ \textbf{la température est décroissante entre les mois } \boxed{-1 \textbf{ et } 3 \textbf{ inclus}} \\ \\ \textbf{la température } \boxed{\textit{croissante}} \textbf{ entre les mois } \boxed{3 \textbf{ et } 6 \textbf{ inclus}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f\ \boxed{\textbf{croît}} \textbf{ pour } \boxed{x\in[-6\ ;\ -1]} \\ \\ f\ \boxed{\textbf{décroît}} \textbf{ pour } \boxed{x\in[-1\ ;\ 3]} \\ \\ f\ \boxed{\textbf{croît}} \textbf{ pour } \boxed{x\in[3\ ;\ 6]} \end{cases}$$

8. **à l'aide du graphique, on peut trouver les $\boxed{\textbf{extremums}}$**

   la température maximale vaut $\boxed{\textbf{3}}$ degrés pour le mois $\boxed{\textbf{-1}}$

   la température minimale vaut $\boxed{\textbf{-5}\ }$degrés pour le mois $\boxed{\textbf{-6}}$

   la fonction f admet un maximum qui vaut $\boxed{\textbf{3}}$ pour $\boxed{x=-1}$

   la fonction f admet un minimum qui vaut $\boxed{\textbf{-5}}$ pour $\boxed{x=-6}$

9. **à l'aide du graphique on peut dire que :**

   la température est égale à 2 pour les mois $\boxed{-2;0 \textbf{ et } 6}$

   l'équation $f(x)=2$ a pour ensemble de solutions $\boxed{S=\{-2\ ;\ 0\ ;\ 6\}}$

   la température est égale à -2 pour les mois $\boxed{-4;2 \textbf{ et } 4}$

   l'équation $f(x)=-2$ a pour ensemble de solutions $\boxed{S=\{-4\ ;\ 2\ ;\ 4\}}$

   la température est supérieure ou égale à 2 pour les mois $\boxed{\textbf{compris entre -2 inclu et 0 inclu}}$ ou $\boxed{\textbf{pour le mois 6}}$

   l'inéquation $f(x)\geq 2$ a pour ensemble de solutions $\boxed{S=]-2\ ;\ 0[\ \cup\ \{6\}}$

   la température est strictement inférieure à -2 pour les mois $\boxed{\textbf{compris entre -6 inclu et -4 exclu}}$ ou entre les mois $\boxed{\textbf{compris entre 2 exclu et 4 exclu}}$

   l'inéquation $f(x)<-2$ a pour ensemble de solutions $\boxed{S=[-6\ ;\ -4[\cup]2\ ;\ 4[}$

3 Généralités sur les fonctions

3.1 activité 0 :

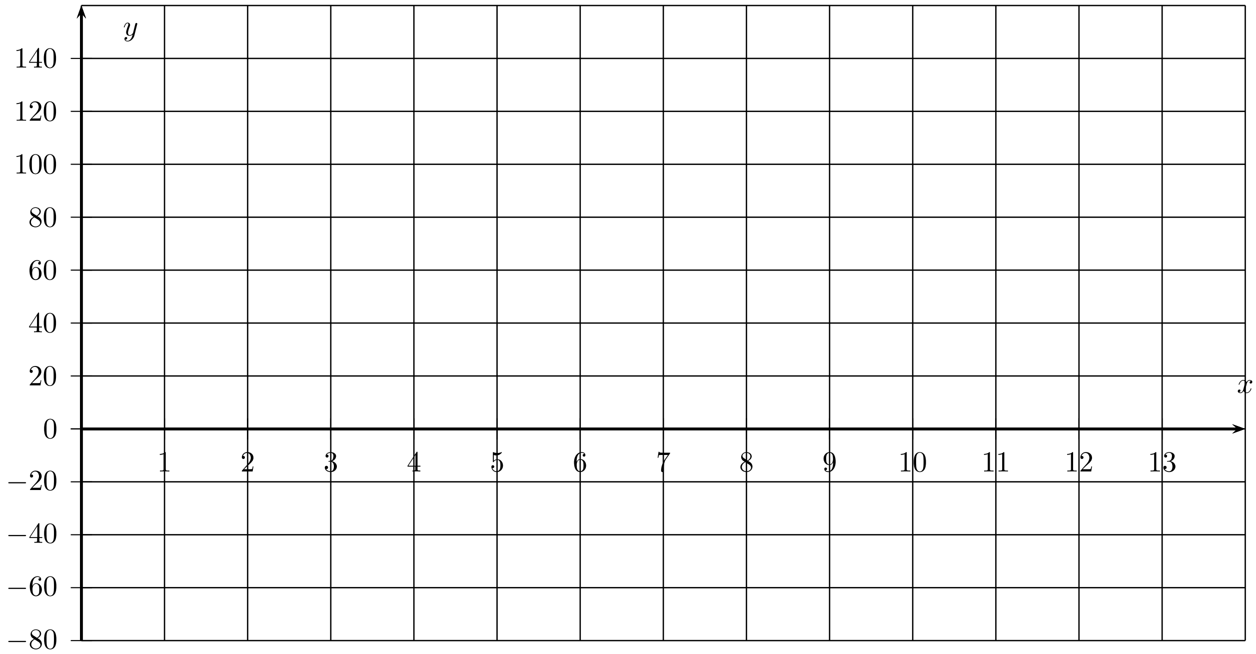
soit la fonction f définie par $\boxed{f(x) = x^3 - 21x^2 + 110x - 60}$ pour $x \in [0; 14]$

1. tableau de valeurs *(à compléter à la calculatrice)*

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$f(x)$		30		108		90		24		-42		-60		18	

détail pour $f(0) = ...$

2. courbe *(à compléter)*



3. notions principales *(à compléter avec le vocabulaire adapté)* (image/antécédent/maximum/minimum/positive/négative/nulle)

(a) le domaine de définition de f donné par l'énoncé est : $D_f = ...$

(b) par la fonction f, 1 a pour ... 30, on écrit alors : $f(...) = ...$ ou encore $f : ... \longmapsto ...$

(c) par la fonction f, 60 a pour ... 6, ... et ... on écrit : ...

(d) f admet un maximum qui vaut ... pour x ...

(e) f admet un ... qui vaut ... pour x ...

(f) f est une fonction croissante sur ... et sur ...

(g) f est une fonction ... sur ... et sur ...

(h) $x^3 - 21x^2 + 110x - 60 = 0$ (f est ...) pour : ...

(i) f est une fonction positive sur ... et sur ...

(j) f est une fonction ... sur ... et sur ...

(k) le tableau de variations de f est : (*) sur le cahier

(l) le tableau de signes de f est : (**) sur le cahier

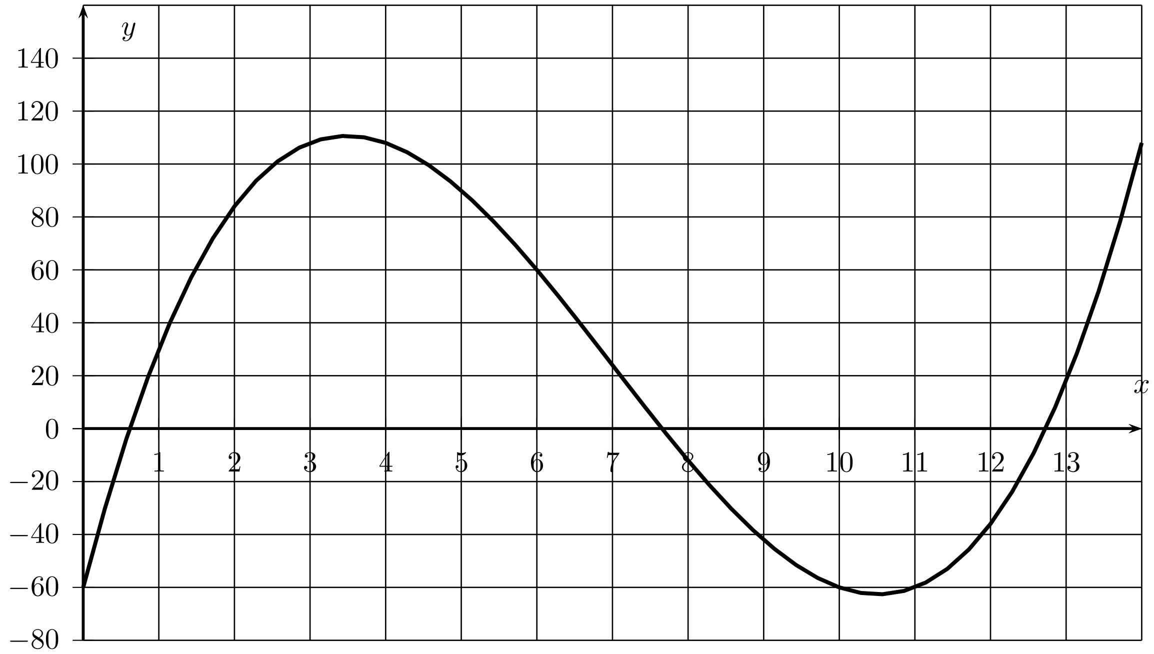
3.2 corrigé activité 0 :

soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 21x^2 + 110x - 60$ pour $x \in [0;14]$

1. **tableau de valeurs** ***(à compléter à la calculatrice)***

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
$f(x)$	**-60**	**30**	**84**	**108**	**108**	**90**	**60**	**24**	**-12**	**-42**	**-60**	**-60**	**-36**	**18**	**108**

2. **courbe** ***(à compléter)***



3. **notions principales** ***(à compléter avec le vocabulaire adapté)***

   (a) **le domaine de définition de f donné par l'énoncé est : $D_f = [0;14]$**

   (b) **par la fonction f, 1 a pour images 30, on écrit alors :**$\boxed{f(1) = 30}$ **ou** $f : 1 \longmapsto 30$

   (c) **par la fonction f, 60 a pour antécédents 6, $\simeq 1,5$ et $\simeq 13,5$ on écrit :** $\boxed{f(1,5) \simeq 60}$,$\boxed{f(6) = 60}$ **et** $\boxed{f(13,5) \simeq 60}$

   (d) **f admet un $\boxed{\text{maximum}}$ qui vaut $\boxed{\simeq 109}$ pour $\boxed{x \simeq 3,5}$**

   (e) **f admet un $\boxed{\text{minimum}}$ qui vaut $\boxed{\simeq -62}$ pour $\boxed{x \simeq 10,5}$**

   (f) **f est une fonction $\boxed{\text{croissante}}$ sur $\boxed{[0;3,5]}$ et sur $\boxed{[10,5;14]}$**

   (g) **f est une fonction $\boxed{\text{décroissante}}$ sur $\boxed{[3,5;10,5]}$**

   (h) **$x^3 - 21x^2 + 110x - 60 = 0$ (f est nulle) pour $\boxed{x \simeq 0,75;\ x \simeq 7,75;\ x \simeq 12,75}$**
   item f est une fonction positive sur $\boxed{[\simeq 0,75\ ;\ \simeq 7,75] \text{ et sur } \simeq [12,75\ ;\ 14]}$

   (i) **f est une fonction négative sur $\boxed{[0\ ;\ \simeq 0,75] \text{ et sur } [\simeq 7,75\ ;\ \simeq 10,75]}$**

   (j) **le tableau de variations de f est**

valeur de x	0		$\simeq 3,5$		$\simeq 12,5$		14
			$\simeq 109$				108
variations de $f(x)$		↗		↘		↗	
	-60				$\simeq -62$		

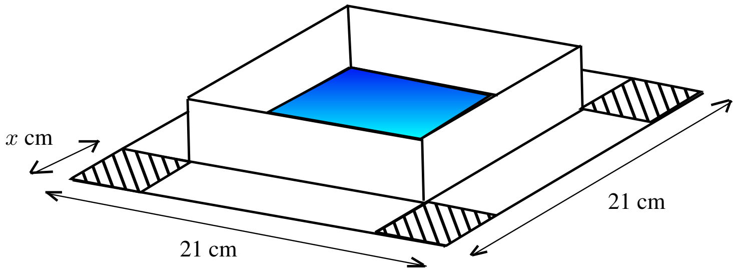
(k) le tableau de signes de f est :

valeur de x	0		$\simeq 0,75$		$\simeq 7,75$		$12,75$		14
signe de $f(x)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

3.3 activité 1 :

Boîte de plus grand volume

Problème : « D'une feuille faire une boite » :
D'une feuille carrée de coté 21 cm on enlève un carré de coté x cm à chaque coin, on obtient ainsi le patron d'un pavé droit. (boite) On s'intéresse au volume V de la boite en fonction du coté des carrés enlevés.



1. **Questions d'intuition : sans justifier, répondre par "vrai" ou "faux"**
   (a) **quand x varie, le volume de la boite reste le même : ...**
   (b) **si x augmente alors le volume de la boite diminue : ...**
   (c) **si x augmente alors le volume de la boite augmente : ...**
   (d) **pour une certaine valeur de x le volume de la boite est maximum : ...**

2. **Questions de calculs numériques : Compléter le tableau suivant**

valeur de x	1	2	5	8	x
Longueur boite	$21 - 2 \times 1 = 19$				
Largeur boite	19				
Volume boite (cm^3)	$1 \times 19 \times 19 = 361$				

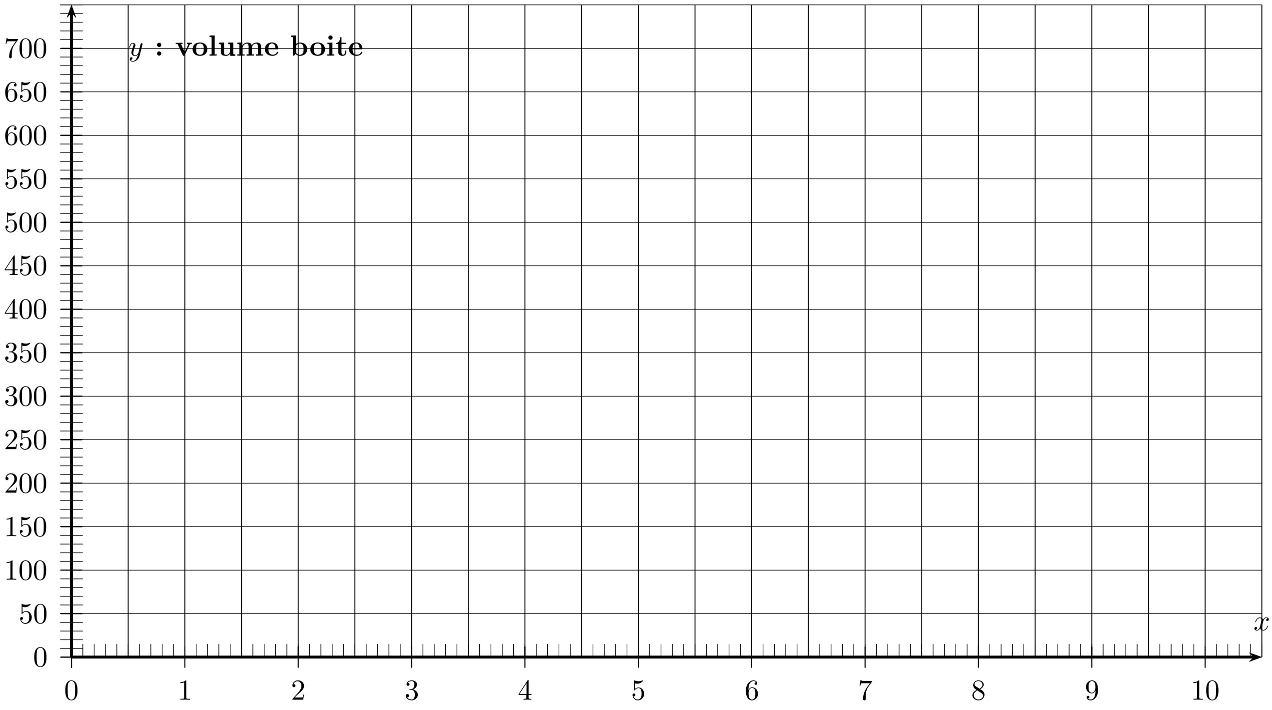
   (a) **Comment semble varier le volume quand x augmente ? : ...**
   (b) **Les résultats renforcent t-ils l'intuition de l'existence d'une boite de volume maximal ? : ...**

3. **Questions fonctionnelles :**
   (a) **Préciser les valeurs possibles pour x :.....................................**
   (b) **Exprimer en fonction de x :**
   hauteur boite : $h(x) = \dots\dots\dots\dots$; largeur boite : $l(x) = \dots\dots\dots\dots$
   Longueur boite : $L(x) = \dots\dots\dots\dots$; Volume : $V(x) = \dots\dots\dots\dots$
   Expression développée de $V(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
   (c) **En utilisant votre calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant**

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10,5
$V(x)$		361	578			605			200			

   Exemple de calcul : pour $x = 3$ on a $V(3) = \dots\dots\dots$

4. **Construire la courbe représentative des variations du volume V en fonction de x**



5. **Compléter grâce au graphique, les commentaires suivants : (résultats approximatifs)**

   (a) **Le volume maximal vaut $\simeq$ ... et est obtenu pour $x \simeq$ ...**

   (b) **Le volume augmente pour $x \in [\ 0\ ;\ ...\ ]$ et diminue pour $x \in [\ ...\ ;\ ...\ ]$**

   (c) **Pour avoir un volume de 500 cm^3 il faut que x soit égal à $\simeq$ ... ou $x \simeq$ ...**

   (d) **Pour avoir un volume d'au moins 600 cm^3 il faut que x soit compris entre $\simeq$ ... et $\simeq$ ...**

6. **Vocabulaire et notations générales pour les fonctions : (utiliser le vocabulaire adapté)**

   (a) **On calcule que $V(15) = 1215$ donc on peut faire une boîte de 1215 cm^3 : Vrai/Faux pourquoi ? : ...**

   (b) **Le volume V est une ... de la variable x, de domaine de définition : ...**

   (c) **Par la fonction V, 1 a pour ... 361 , on écrit alors $V(1) =$ ...**

   (d) **Par la fonction V , 500 a pour ... , ... et ...**

   (e) **V est une fonction ... sur l'intervalle $[\ ...\ ;\ ...\ ]$ et ... sur $[\ ...\ ;\ ...\ ]$**

   (f) **V admet un ... qui vaut ... pour x ... et un ... qui vaut ... pour x ...**

   (g) **L'équation $V(x) = 500$ admet pour ensemble de solutions ...**

   (h) **L'inéquation $V(x) \geq 600$ admet pour ensemble de solutions ...**

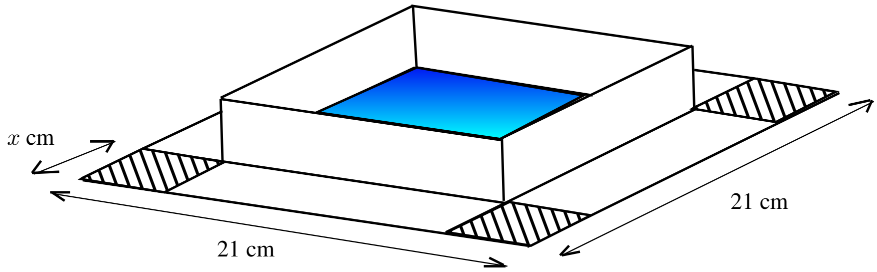
7. **Question usuelle :**

   (a) **Donner le tableau de variations complet de V sur $[0; 10, 5]$**

3.4 corrigé activité 1 :

Boîte de plus grand volume

Problème : « D'une feuille faire une boite » :
D'une feuille carrée de coté 21 cm on enlève un carré de coté x cm à chaque coin, on obtient ainsi le patron d'un pavé droit. (boite) On s'intéresse au volume V de la boite en fonction du coté des carrés enlevés.



1. **Questions d'intuition :** sans justifier, répondre par "vrai" ou "faux"
   (a) quand x varie, le volume de la boite reste le même : $\boxed{\text{faux}}$
   (b) si x augmente alors le volume de la boite diminue : $\boxed{\text{faux}}$
   (c) si x augmente alors le volume de la boite augmente : $\boxed{\text{faux}}$
   (d) pour une certaine valeur de x le volume de la boite est maximum : $\boxed{\text{vrai}}$

2. **Questions de calculs numériques :** Compléter le tableau suivant

valeur de x	1	2	5	8	x
Longueur boite	$21 - 2 \times 1 = 19$	**17**	**11**	**5**	$21 - 2x$
Largeur boite	19	**17**	**11**	**5**	$21 - 2x$
Volume boite (cm^3)	$1 \times 19 \times 19 = 361$	**578**	**605**	**200**	$x(21-2x)^2$

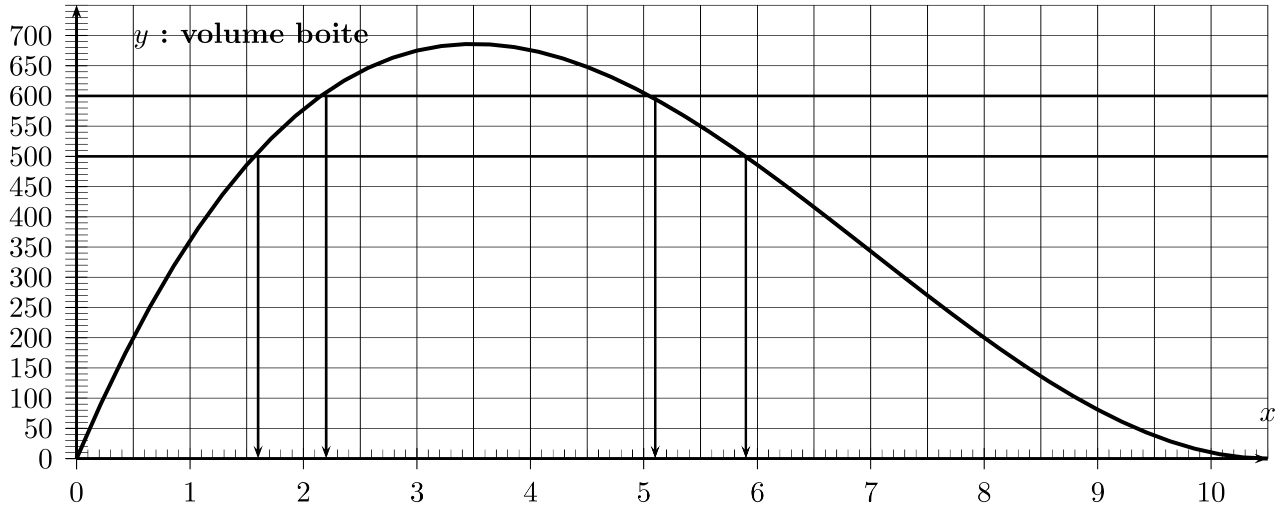
   (a) Comment semble varier le volume quand x augmente ? : $\boxed{\text{il semble augmenter puis diminuer}}$
   (b) Les résultats renforcent t-ils l'intuition de l'existence d'une boite de volume maximal ? : $\boxed{\text{oui}}$

3. **Questions fonctionnelles :**
   (a) Préciser les valeurs possibles pour x : $\boxed{x \in [0\ ;\ 10,5]}$
   (b) Exprimer en fonction de x :
   hauteur boite : $\boxed{h(x) = x}$; largeur boite : $\boxed{l(x) = 21 - 2x}$
   Longueur boite : $\boxed{L(x) = 21 - 2x}$; Volume : $\boxed{V(x) = x(21 - 2x)^2}$
   Expression développée de $\boxed{V(x) = 4x^3 - 84x^2 + 441x}$
   (c) En utilisant votre calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10,5
$V(x)$	0	361	578	675	676	605	486	343	200	81	10	10,5

   Exemple de calcul : pour $x = 3$ on a $V(3) = 4 \times 3^3 - 84 \times 3^2 + 441 \times 3 = 675$

4. **Construire la courbe représentative des variations du volume V en fonction de x**



5. **Compléter grâce au graphique, les commentaires suivants :** **(résultats approximatifs)**

   (a) **Le volume maximal vaut** $\boxed{\simeq 690}$ **et est obtenu pour** $\boxed{x \simeq 3,5}$

   (b) **Le volume augmente pour** $\boxed{x \in [\ 0\ ;\ 3,5\ ]}$ **et diminue pour** $\boxed{x \in [\ 3,5\ ;\ 10,5\ ]}$

   (c) **Pour avoir un volume de 500 cm^3 il faut que x soit égal à** $\boxed{\simeq 1,6}$ **ou** $\boxed{\simeq 5,9}$

   (d) **Pour un volume d'au moins 600 cm^3 il faut que x soit compris entre** $\boxed{\simeq 2,2}$ **et** $\boxed{\simeq 5,1}$

6. **Vocabulaire et notations générales pour les fonctions :** **(utiliser le vocabulaire adapté)**

   (a) **On calcule que $V(15) = 1215$ donc on peut faire une boîte de 1215 cm^3 :** $\boxed{\textbf{Faux}}$
   : car x ne peut dépasser $10,5$

   (b) **Le volume V est une** $\boxed{\text{fonction}}$ **de la variable x, de domaine de définition :** $\boxed{x \in [\ 0\ ;\ 10,5\ ]}$

   (c) **Par la fonction V, 1 a pour** $\boxed{\text{image}}$ **361 , on écrit alors** $\boxed{V(1) = 361}$

   (d) **Par la fonction V , 500 a pour** $\boxed{\text{antécédents}}$**, et** $\boxed{\simeq 1,6}$ **et** $\boxed{\simeq 5,9}$

   (e) **V est une fonction** $\boxed{\text{croissante}}$ **sur l'intervalle** $\boxed{[\ 0\ ;\ 3,5\ ]}$ **et** $\boxed{\text{décroissante}}$ **sur** [3,5 ; 10,5

   (f) **V admet un** $\boxed{\text{maximum}}$ **qui vaut** $\boxed{\simeq 690}$ **pour** $\boxed{x \simeq 3,5}$ **et un** $\boxed{\text{minimum}}$ **qui vaut** $\boxed{0}$
   pour $\boxed{x = 0 \textbf{ ou } x = 10,5}$

   (g) **L'équation $V(x) = 500$ admet pour ensemble de solutions** $\boxed{S = \{\simeq 1,6\ ;\ \simeq 5,9\}}$

   (h) **L'inéquation $V(x) \geq 600$ admet pour ensemble de solutions** $\boxed{S = [\simeq 2,2\ ;\ \simeq 5,1]}$

7. **Question usuelle :**

   (a) **tableau de variations complet de V sur** $[0; 10,5]$

valeur de x	**0**	$\simeq 3,5$	**10,5**
		$\simeq 690$	
variations de f(x)	↗		↘
	0		**0**

3.5 activité 2 :

Généralités sur les fonctions et : Piscine de plus petit périmètre

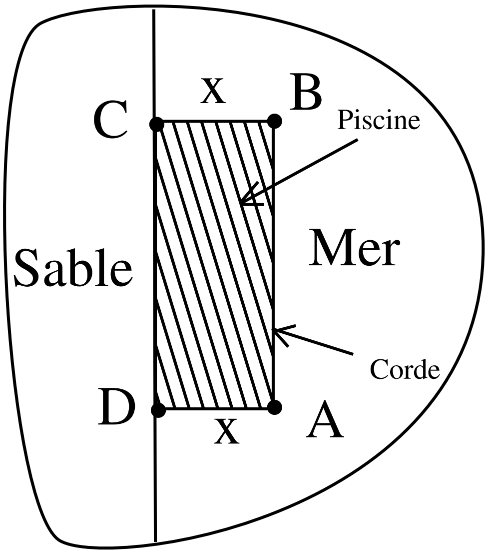
A. **Situation :**

De jeunes moniteurs d'une colonie de vacance veulent délimiter une piscine rectangulaire ABCD de 100m^2 avec une corde "bouée" sans mettre de fil entre C et D et en utilisant le moins de fil possible.

Pour cela, il éloignent les bouées A et B de x mètres du bord.

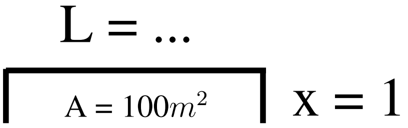
Ils se posent la question de la valeur de x qui minimise la longueur de corde nécessaire.

Votre travail est de les aider à trouver cette valeur de x

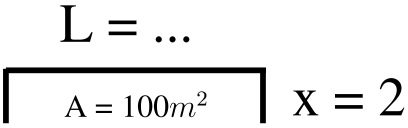


B. **Résolution du problème**

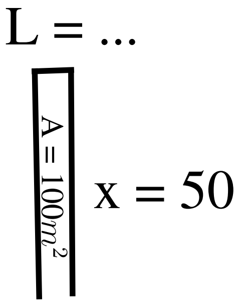
1. **Quelques essais numériques** ***(non suffisants)***



longueur totale de fil $= T = ...$



longueur totale de fil $= T = ...$



longueur totale de fil $= T = ...$

2. **travail algébrique**

Si largeur $= DA = x$ **alors longueur** $= L = AB = ...$

donc longueur totale de fil $= DA + AB + BC = T(x) = ...$

3. **travail fonctionnel**

   (a) **quelles sont les valeurs possibles pour x ? : ...**

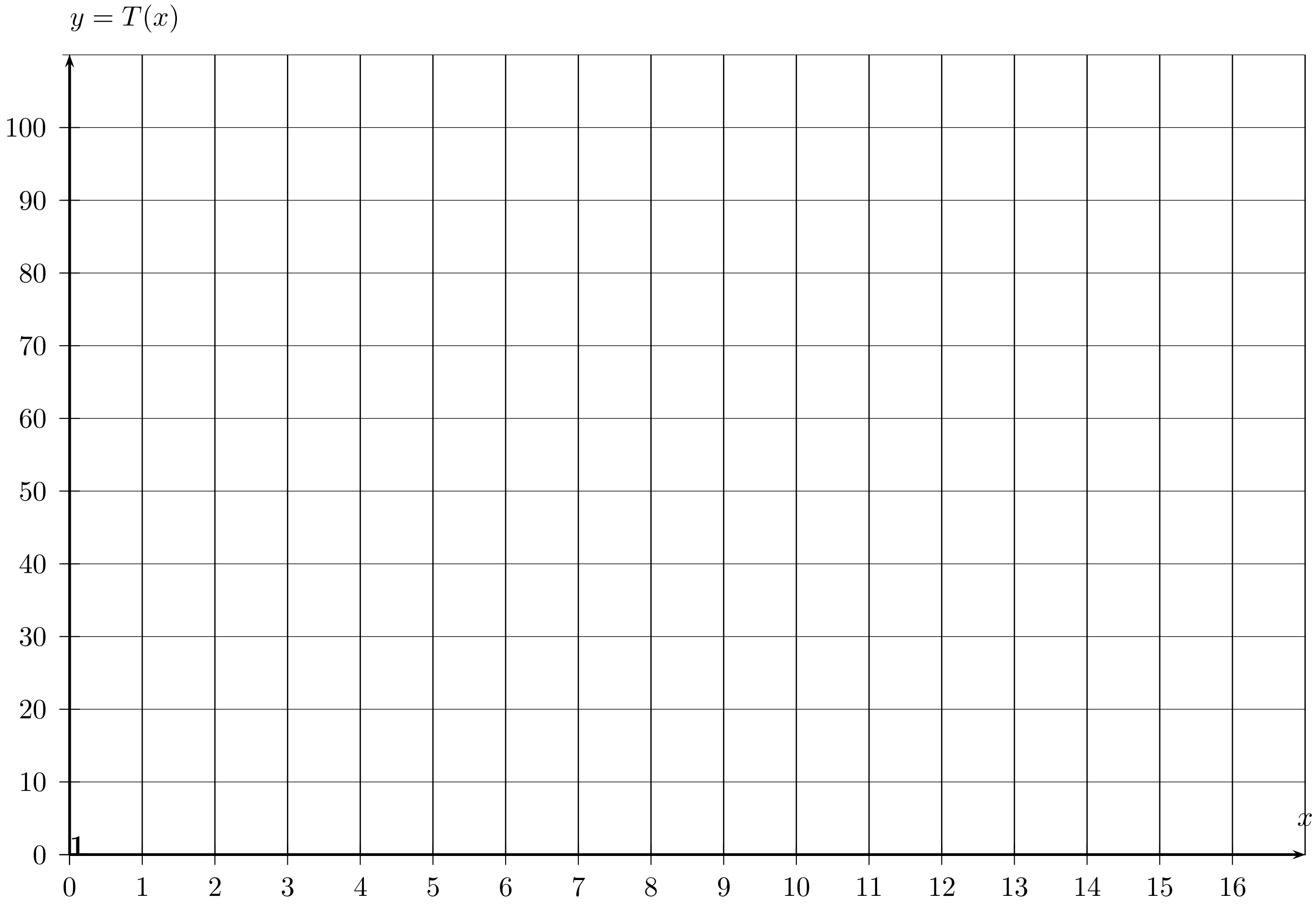
   (b) **compléter le tableau de valeurs de la fonction T**

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$T(x)$																		

Exemple de calcul :

pour $x = 5$ **on a** $T(5) = \dots\dots\dots$

(c) **construire la courbe représentative de la fonction T à partir du tableau précédent**



(d) **estimer la valeur du minimum m de T ainsi que la valeur de x associée :**

...

(e) **calculer à 0,1 près** $T(\sqrt{50}) = ...$

(f) **qu'en déduire pour m ? : ...**

(g) **construire le tableau de variations de T pour** $x \in [1; 17]$

(h) **donner les dimensions de la piscine qui minimisent la longueur de corde totale à 0,1 près**

(i) **combien de piscines construire avec** 30 **mètres de fil au total** ***(préciser les dimensions)***

3.6 corrigé activité 2 :

Généralités sur les fonctions et : Piscine de plus petit périmètre

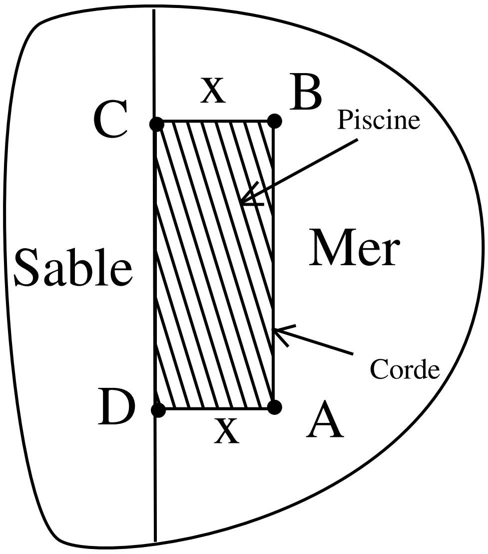
A. Situation :

De jeunes moniteurs d'une colonie de vacance veulent délimiter une piscine rectangulaire ABCD de 100m^2 avec une corde "bouée" sans mettre de fil entre C et D et en utilisant le moins de fil possible.

Pour cela, il éloignent les bouées A et B de x mètres du bord.

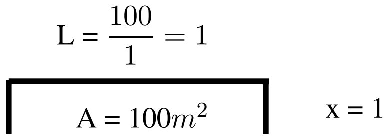
Ils se posent la question de la valeur de x qui minimise la longueur de corde nécessaire.

Votre travail est de les aider à trouver cette valeur de x

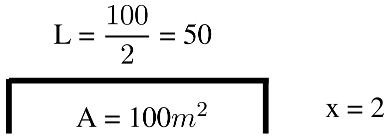


B. Résolution du problème

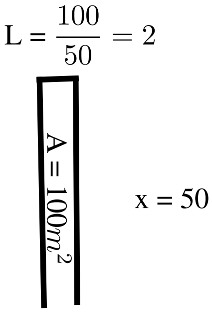
1. Quelques essais numériques *(non suffisants)*



longueur totale de fil $= \boxed{T = 2 \times 1 + \frac{100}{1} = 102}$



longueur totale de fil $= \boxed{T = 2 \times 2 + \frac{100}{2} = 54}$



longueur totale de fil $= \boxed{T = 2 \times 50 + \frac{100}{50} = 102}$

2. travail algébrique

Si largeur $= DA = x$ **alors longueur** $= \boxed{L = AB = \frac{100}{x}}$

donc longueur totale de fil $= DA + AB + BC = \boxed{T(x) = 2x + \frac{100}{x}}$

3. travail fonctionnel

(a) **quelles sont les valeurs possibles pour x ? :** $\boxed{x \in]0; +\infty[}$

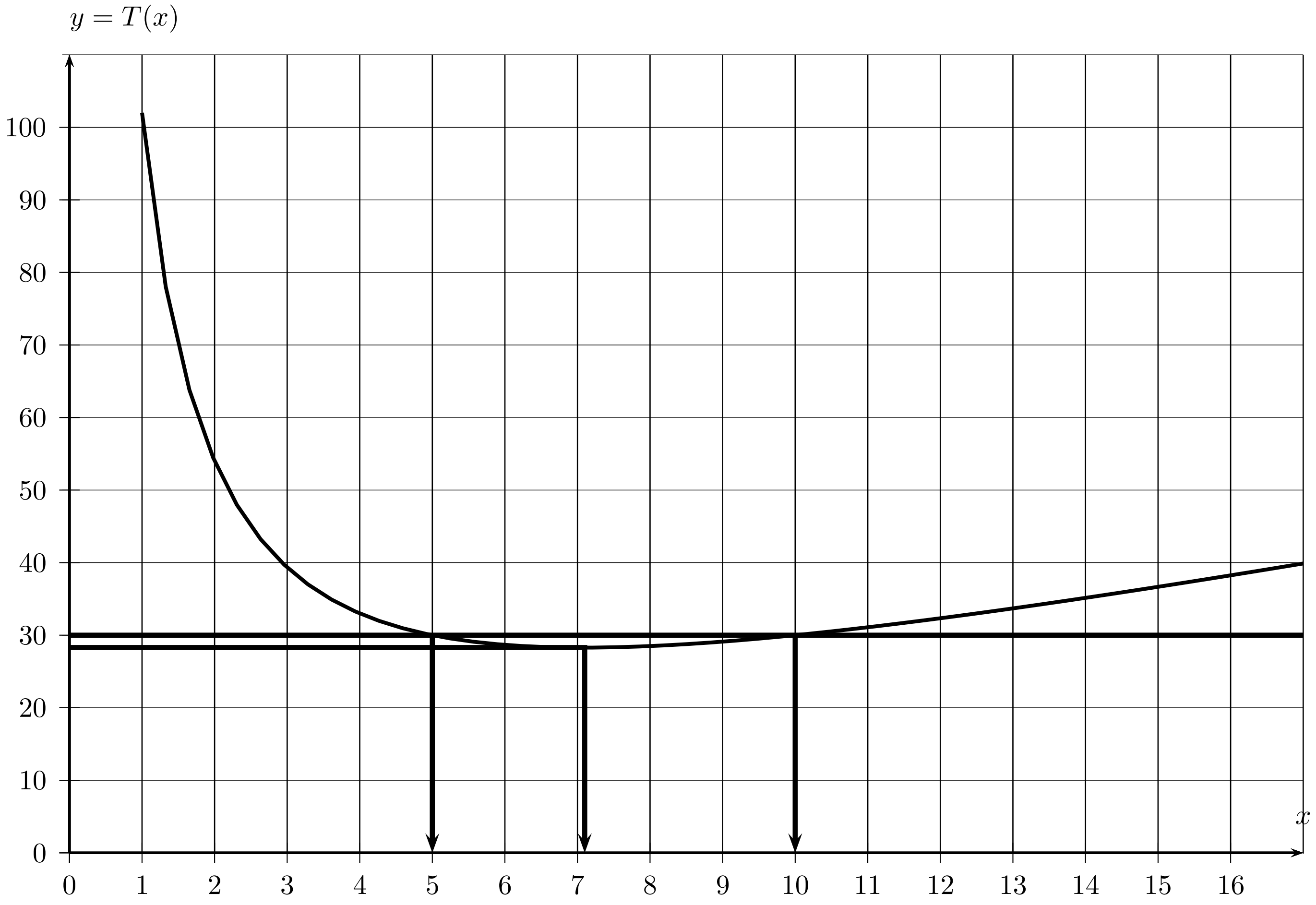
(b) **compléter le tableau de valeurs de la fonction T**

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$T(x)$	*	102	54	$\simeq 39$	33	30	$\simeq 28,7$	$\simeq 28,3$	$\simeq$**28,5**	$\simeq 29,1$	30

x	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**
$T(x)$	$\simeq 31,1$	$\simeq 32,3$	$\simeq 33,7$	$\simeq 35,1$	$\simeq 36,7$	$\simeq 28,3$	$\simeq 39,9$

Exemple de calcul : pour $x = 5$ **on a** $\boxed{T(5) = 2 \times 5 + \frac{100}{5} = 30}$

(c) courbe représentative de la fonction T à partir du tableau précédent



(d) estimer la valeur du minimum m de T ainsi que la valeur de x associée :
$\boxed{\textbf{minimum} \simeq 28,3}$ **pour** $\boxed{x \simeq 7}$

(e) à 0,1 près $T(\sqrt{50)} = 2\sqrt{50} + \dfrac{100}{\sqrt{50}} \simeq \boxed{28,3}$

(f) qu'en déduire pour m ? :
on peut supposer que le minimum vaut approximativement $\boxed{28,3}$ **pour** $\boxed{x = \sqrt{50}}$

(g) tableau de variations de T pour $x \in [1; 17]$

valeur de x	1	$\sqrt{50}$	**17**
variations de f(x)	**102** ↘	$\simeq 28,3$	↗ $\simeq 39,9$

(h) les dimensions de la piscine qui minimisent la longueur de corde totale à 0,1 près sont :
$\boxed{DA \simeq 7,1}$ **et** $\boxed{AB \simeq \dfrac{100}{\sqrt{7}} \simeq 37,8}$

(i) combien de piscines construire avec 30 mètres de fil au total ?

graphiquement, on trouve 2 piscines ***(voir tracé)***

premier cas : $\boxed{DA = 5}$ **et** $\boxed{AB = \dfrac{100}{5} = 20}$

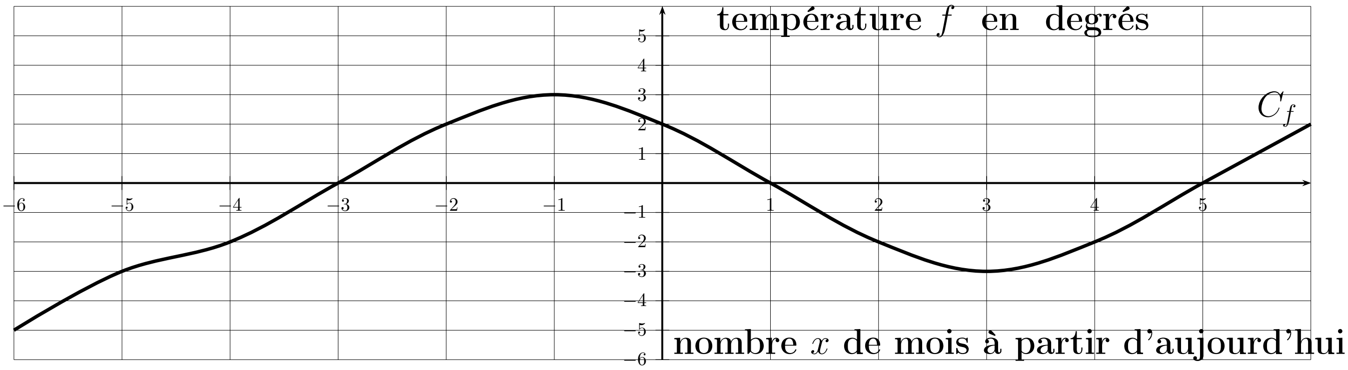
second cas : $\boxed{DA = 10}$ **et** $\boxed{AB = \dfrac{100}{10} = 10}$

4 Domaine de définition,image et antécédent(s)

4.1 activité

4.1.1 activité 0

Activité : variable, domaine de définition, fonction, image, antécédent



1. avec cette courbe, à chaque valeur d... ne correspond qu'une

   et une seule valeur d...

2. la courbe notée ... est celle de la fonction ... notée ....

   en fonction de la variable ... notée ...

3. cette fonction est définie pour un nombre de mois compris entre ... et ...

   c'est à dire sur l'intervalle ... ou encore pour $x \in$ ...

   cet intervalle a pour ... , ... et ... qui sont toutes deux ...

   on dit aussi que l'intervalle ... est le ... noté ...

4. pour la courbe suivante concernant une personne :

   (a) cette courbe définie ... de la est ...

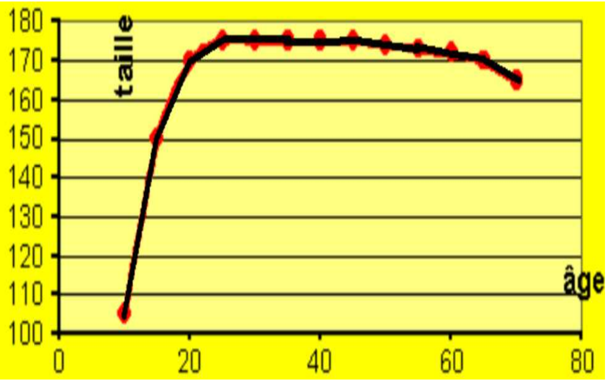
   personne en fonction de ...

   car à ...

   (b) la variable est ...

   et la fonction ...

   (c) le domaine de définition de la fonction

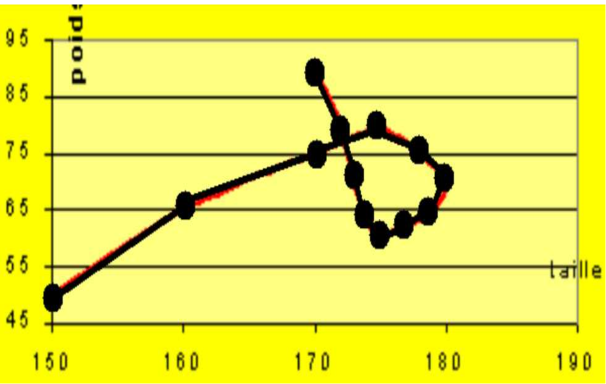


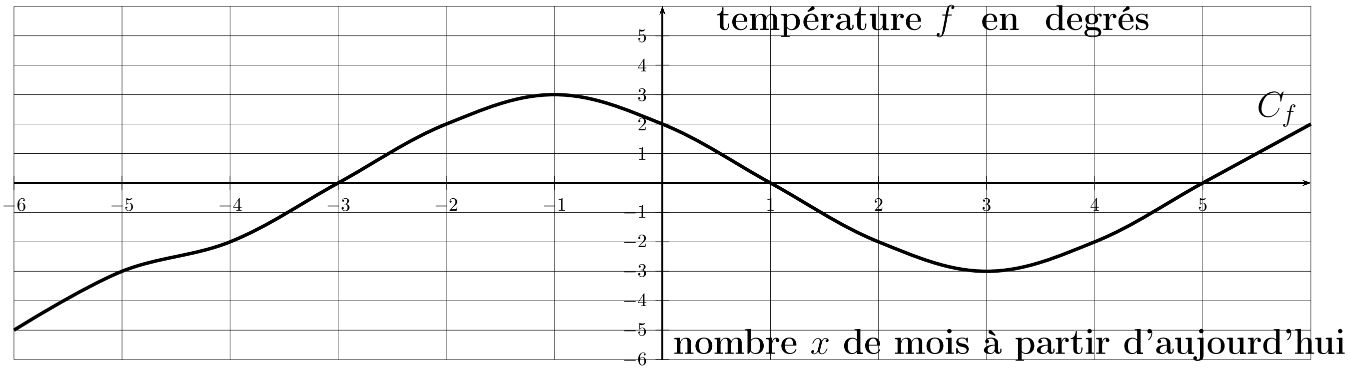
5. pour la courbe suivante concernant une personne dont on a relevé la taille et le poids à partir de l'âge de 15 ans tous les 5 ans :

   (a) à quelle âge a t-on effectué les derniers relevés ? : ...

   (b) cette courbe donne t-elle le poids en fonction de la taille ? : ...
   pourquoi ? ...

   (c) cette courbe donne t-elle la taille en fonction du poids ? : ...
   pourquoi ? ...





6. **graphiquement, on peut lire qu'il y a 5 mois il fesait ...**

   on note $f(...\quad) = ...$ **ou encore** $f : ... \longmapsto ...$

   on dit que : ... a pour ... ... par la fonction ...

   on dit aussi que ... est ... ... par la fonction ...

   $f(0) = ...$ $f(3) = ...$ $f : -5 \longmapsto ...$ **2 a pour image ... 2 est l'image de ...**

7. **les 2 degrés sont atteints pour les mois ... ou ... ou** $x = ...$

   soit $f(x) = ...$ **pour** $x = ...$ **ou** $x = ...$ **ou** $x = ...$

   2 **a pour ... ... ,... et ... par la fonction ...**

   $f(x) = 4$ **pour** $x = ...$

   $f(x) = 0$ **pour** $x = ...$

8. **à l'aide du graphique, on peut compléter le tableau de ... ci dessous**

valeur de x	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
valeur de $f(x)$												

9. **pour le tableau de valeur d'une fonction** f **ci dessous**

   (a) **Quelle est l'image de 0 par la fonction** f **? : ...**

   (b) **Quel nombre a pour image 0 par la fonction** f **? : ...**

   (c) **Que vaut** $f(6)$ **? : ...**

   (d) **Quel nombre a pour image 6 par la fonction** f **? : ...**

Valeur de x	-18	-6	0	6	12
Valeur de f(x)	0	6	-32	34	52

10. **pour la fonction définie par la formule** $f(x) = 10 - 2x$

   (a) **calculer l'image de 0 par** f

   (b) **quel nombre a pour image 0 ?**

   (c) **calculer** $f(20)$ **et faire une phrase**

   (d) **trouver** x **pour que** $f(x) = 20$ **et faire une phrase**

11. **pour la fonction définie par la formule** $f(x) = 200 - 2x^2$

   (a) **calculer l'image de 0 par** f

   (b) **quels nombres ont pour image 0 ?**

   (c) **trouver** x **pour que** $f(x) = 28$ **et faire une phrase**

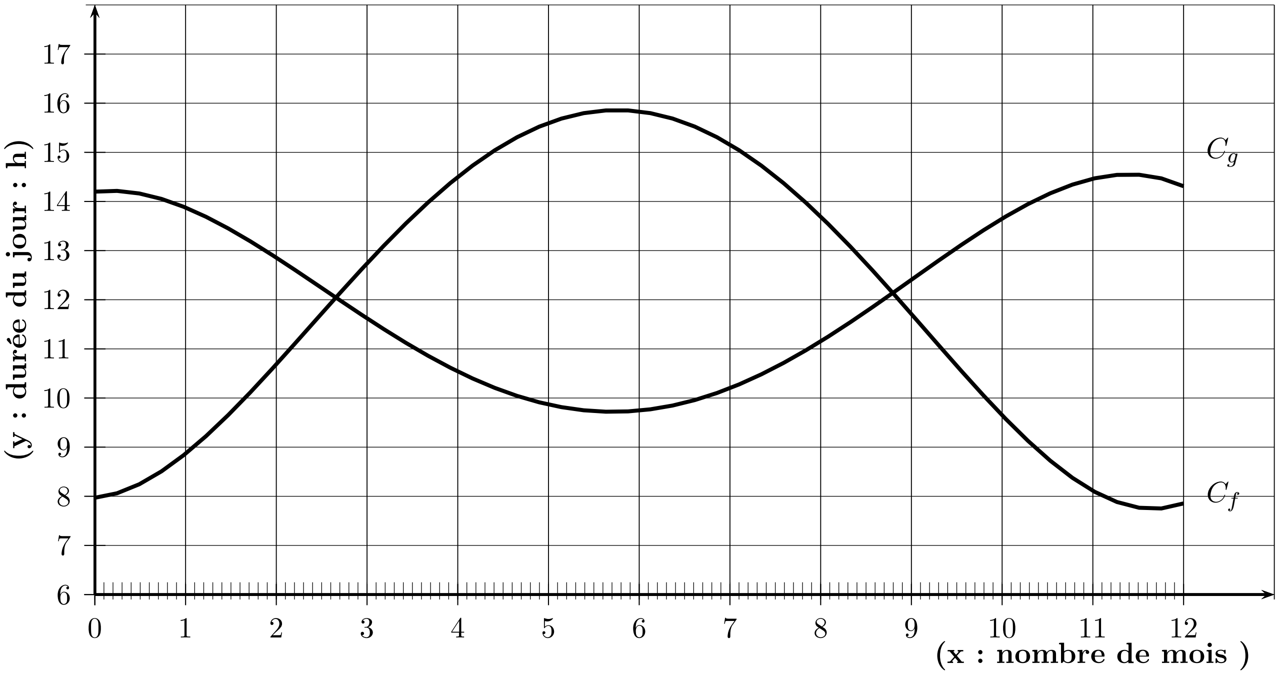
4.1.2 activité 1

I. Données :
Voici des informations concernant la durée du jour en heures en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour Lille et Buenos-Aires.

A. Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)

$x =$ nombre de mois depuis le 1er janvier	0	2,7	5,7	8,7	11,7	12
$f(x)$= durée du jour à Lille (h)	7,9	12	15,9	12	7,7	7,9
$g(x)$= durée du jour à Buenos-Aires	14,2	12	9,7	12	14,5	14,2

B. Courbes représentatives des fonctions f et g :



C. formules des fonctions f et g :
où x est le nombre de mois, $f(x)$ et $g(x)$ les durées en heures.

- **a. Lille :** $f(x) = 0,0067x^4 - 0,1548x^3 + 0,878x^2 + 0,168x + 7,97$
- **b. Buenos-Aires :** $g(x) = -0,0047x^4 + 0,1083x^3 - 0,6397x^2 + 0,212x + 14,2$

II. Questions

1. **déterminer l'image de 5,7 par la fonction f.**
   - i. **grâce au tableau de valeurs de f et donner une phrase : ... a pour image... par f.**
   - ii. **grâce à la courbe de f et donner la notation :**$f(...) = ...$
   - iii. **grâce à la formule de f et donner la notation :** $f : ... \longmapsto ...$
   - iv. **y a t-il cohérence entre tous ses résultats ?**
   - v. **interpréter le résultat dans le contexte.**
2. **déterminer g(11,7).**
   - i. **grâce au tableau de valeurs de g et donner une phrase : ... a pour image... par ....**
   - ii. **grâce à la courbe de g et donner une phrase : ... est l'image de ... par ....**
   - iii. **grâce à la formule de g et donner la notation :** $... : ... \longmapsto ...$
   - iv. **y a t-il cohérence entre tous ses résultats ?**
   - v. **interpréter le résultat dans le contexte.**
3. **déterminer l'ensemble de définition de la fonction f puis celui de la fonction g.**
   (c'est l'ensemble des nombres qui ont une image par f)
4. **déterminer graphiquement les antécédents de 13 par f puis les antécédents de 13 par g**
5. **compléter graphiquement le tableau de valeurs suivant :**

x	2	10
$f(x)$		

4.1.3 activité 2

soit la fonction f qui au nombre réel $x \in \mathbb{R}$ associe (s'il existe) le réel $\dfrac{\sqrt{-4x}}{x-1}$

i. **quelles sont les images respectives des nombres suivants f ? : $0;\ 1;\ 2;\ -1$**

ii. **proposer "le plus grand" domaine de définition D_f possible pour f**

iii. **pour déterminer tous les antécédents de 0 on résout une équation et on vérifie la solution comme suit :**
supposons qu'il existe $x \in D_f$ tel que $f(x) = 0$

$$\frac{\sqrt{-4x}}{x-1} = 0$$

$\sqrt{-4x} = 0$ *car : Quels que soient* $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$, $\boxed{\dfrac{A}{B} = 0 \Longrightarrow A = 0}$

$-4x = 0$ *car : Quel que soit* $A \in \mathbb{R}$, $\boxed{\sqrt{A} = 0 \Longrightarrow A = 0}$

$$x = \frac{0}{-4} = 0$$

$$x = 0$$

on vérifie : $f(0) = \dfrac{\sqrt{-4 \times 0}}{0-1} = 0$

conclusion : 0 **a pour unique antécédent** 0

A. **on souhaite de même déterminer tous les antécédents de 1**

1. **vérifier qu'il n'y a aucune erreur dans la suite de déductions suivantes**
   supposons qu'il existe $x \in D_f$ tel que $f(x) = 1$

$$\frac{\sqrt{-4x}}{x-1} = 1 = \frac{1}{1}$$

$1 \times \sqrt{-4x} = 1 \times (x-1)$ *car : Quels que soient* $A,\ B,\ C$ *et* D, $\boxed{\dfrac{A}{B} = \dfrac{C}{D} \Longrightarrow A \times D = B \times C}$

$$\sqrt{-4x} = (x-1)$$

$(\sqrt{-4x})^2 = (x-1)^2$ *car : Quels que soient* $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$, $\boxed{A = B \Longrightarrow A^2 = B^2}$

$-4x = (x-1)^2$ *car : Quel que soit* $A \in \mathbb{R}^+$, $\boxed{(\sqrt{A})^2 = A}$

$-4x = x^2 - 2x + 1$ *car : Quels que soient* $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$, $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

$0 = x^2 + 2x + 1$ *par calcul*

$0 = (x+1)^2$ *car : Quels que soient* $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$, $\boxed{(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2}$

$0 = x + 1$ *car : Quel que soit* $A \in \mathbb{R}$, $\boxed{A^2 = 0 \Longrightarrow A = 0}$

$$x = -1$$

2. **effectuer la vérification, c'est à dire, a t-on $f(-1) = 1$? et conclure**
4. **la suite de déduction précédente nous montre que : (compléter la phrase)**
   S'il existe un antécédent pour 1 alors il vaut nécessairement ...
   elle ne nous dit pas que l'antécédent de 1 est égal à ...
   c'est pour cela qu'il faut procéder à une ...

B. **déterminer tous les antécédents de -1 en résolvant une équation et en vérifiant**

4.2 corrigés activités

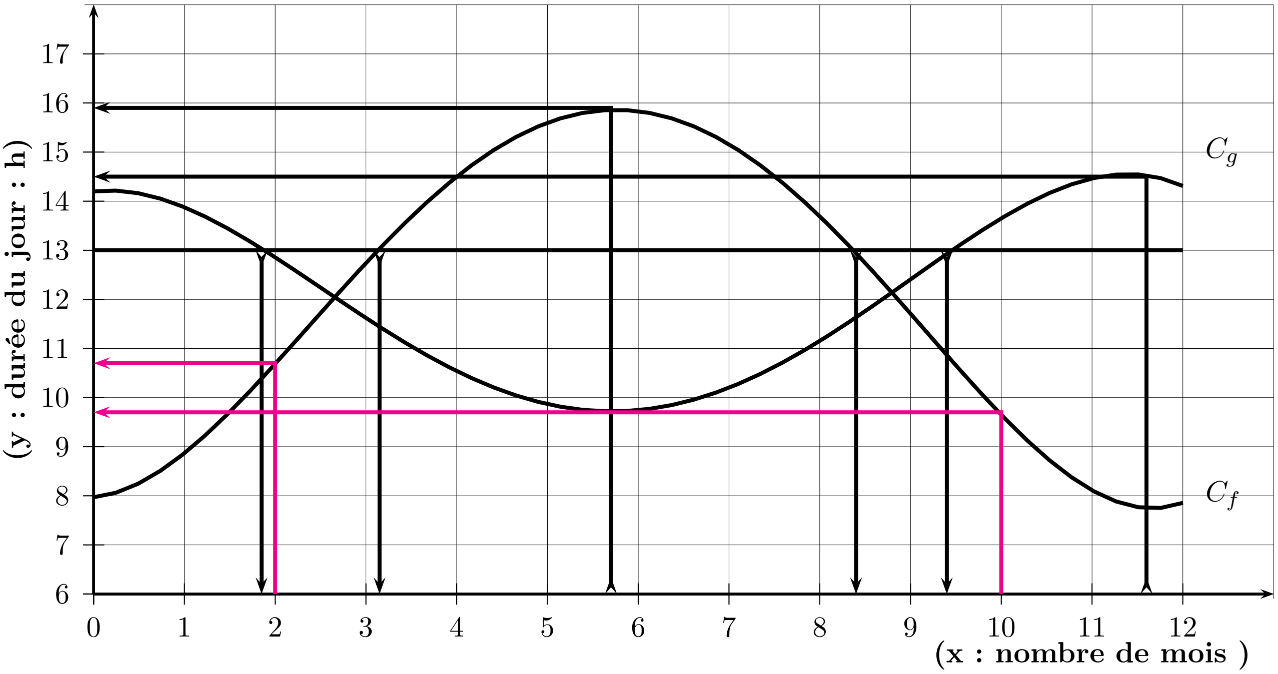
4.2.1 corrigé activité 1

I. Données :

A. Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)

x = nombre de mois depuis le 1er janvier	0	2,7	5,7	8,7	11,7	12
$f(x)$= durée du jour à Lille (h)	7,9	12	15,9	12	7,7	7,9
$g(x)$= durée du jour à Buenos-Aires	14,2	12	9,7	12	14,5	14,2

B. Courbes représentatives des fonctions f et g :



C. formules des fonctions f et g :

   a. **Lille :** $f(x) = 0,0067x^4 - 0,1548x^3 + 0,878x^2 + 0,168x + 7,97$

   b. **Buenos-Aires :** $g(x) = -0,0047x^4 + 0,1083x^3 - 0,6397x^2 + 0,212x + 14,2$

II. Questions

1. **image de 5,7 par la fonction f. (voir tableau)**
   - i. **grâce au tableau de valeurs de f : 5,7 a pour image 15,9 par f. (voir tracé)**
   - ii. **grâce à la courbe de f :** $f(5,7) \simeq 15,9$
   - iii. **grâce à la formule de f :**
     $f(5,7) = 0,0067 \times 5,7^4 - 0,1548 \times 5,7^3 + 0,878 \times 5,7^2 + 0,168 \times 5,7 + 7,97 \simeq 15,86 \simeq 15,9$
     $f : 5,7 \longmapsto 15,9$
   - iv. **il y a bien cohérence de tous ses résultats.**
   - v. **a Lille, 5,7 mois après le 1er janvier, la durée du jour est de 15,9 heures environs**
2. **déterminer g(11,7).**
   - i. **grâce au tableau de valeurs de g : 11,7 a pour image 14,5 par g.**
   - ii. **grâce à la courbe de g : 14,5 est l'image de 11,7 par g.**
   - iii. **grâce à la formule de g :**
     $g(11,7) = -0,0047\times11,7^4+0,1083\times11,7^3-0,6397\times11,7^2+0,212\times11,7+14,2 \simeq 14,49 \simeq 14,5$
     $g : 11,7 \longmapsto 14,5$
   - iv. **il y a bien cohérence de tous ses résultats**
   - v. **a Buenos-Aires, 11,7 mois après le premier Janvier la durée du jour est de 14,5 heures environs**
3. **ensemble de définition de la fonction f puis celui de la fonction g.**
   $D_f = [0; 12]$ **et** $D_g = [0; 12]$ **graphiquement .**

4. **graphiquement, les antécédents de 13 par** f **sont :**$\simeq 3,2$ **et** $\simeq 8,4$
graphiquement, les antécédents de 13 par g **sont :**$\simeq 1,8$ **et** $\simeq 9,4$

5. **graphiquement on a le tableau de valeurs suivant :**

x	**2**	**10**
$f(x)$	$\simeq 10,7$	$\simeq 9,7$

4.2.2 corrigé activité 2

soit la fonction f qui au nombre réel $x \in \mathbb{R}$ associe (s'il existe) le réel $\dfrac{\sqrt{-4x}}{x-1}$

i. $f(0) = \dfrac{\sqrt{-4 \times 0}}{0-1} = \dfrac{0}{-1} = 0$

ii. $f(1) = \dfrac{\sqrt{-4 \times 1}}{1-1} = \dfrac{\sqrt{-4}}{1-1}$ **n'existe pas**

iii. $f(2) = \dfrac{\sqrt{-4 \times 2}}{2-1} = \dfrac{\sqrt{-8}}{1}$ **n'existe pas**

iv. $f(-2) = \dfrac{\sqrt{-4 \times (-2)}}{-2-1} = \dfrac{\sqrt{8}}{-3} \simeq 0,94$

v. "le plus grand" domaine de définition D_f possible pour f : $D_f =]-\infty\ ;\ 0]$

vi. pour déterminer tous les antécédents de 0 on résout une équation et on vérifie la solution comme suit :
supposons qu'il existe $x \in D_f$ tel que $f(x) = 0$

$\dfrac{\sqrt{-4x}}{x-1} = 0$

$\sqrt{-4x} = 0$ ***car : Quels que soient*** $A \in \mathbb{R}$ ***et*** $B \in \mathbb{R}$, $\boxed{\dfrac{A}{B} = 0 \Longrightarrow A = 0}$

$-4x = 0$ ***car : Quel que soit*** $A \in \mathbb{R}$, $\boxed{\sqrt{A} = 0 \Longrightarrow A = 0}$

$x = \dfrac{0}{-4} = 0$

$x = 0$

on vérifie : $f(0) = \dfrac{\sqrt{-4 \times 0}}{0-1} = 0$

conclusion : 0 a pour unique antécédent 0

A. on souhaite de même déterminer tous les antécédents de 1

1. **vérifier qu'il n'y a aucune erreur dans la suite de déductions suivantes supposons qu'il existe $x \in D_f$ tel que $f(x) = 1$**

   $\dfrac{\sqrt{-4x}}{x-1} = 1 = \dfrac{1}{1}$

   $1 \times \sqrt{-4x} = 1 \times (x-1)$ ***car : Quels que soient*** $A,\ B,\ C$ ***et*** D, $\boxed{\dfrac{A}{B} = \dfrac{C}{D} \Longrightarrow A \times D = B \times C}$

   $\sqrt{-4x} = (x-1)$

   $(\sqrt{-4x})^2 = (x-1)^2$ ***car : Quels que soient*** $A \in \mathbb{R}$ ***et*** $B \in \mathbb{R}$, $\boxed{A = B \Longrightarrow A^2 = B^2}$

   $-4x = (x-1)^2$ ***car : Quel que soit*** $A \in \mathbb{R}^+$, $\boxed{(\sqrt{A})^2 = A}$

   $-4x = x^2 - 2x + 1$ ***car : Quels que soient*** $A \in \mathbb{R}$ ***et*** $B \in \mathbb{R}$, $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

   $0 = x^2 + 2x + 1$ ***par calcul***

   $0 = (x+1)^2$ ***car : Quels que soient*** $A \in \mathbb{R}$ ***et*** $B \in \mathbb{R}$, $\boxed{(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2}$

   $0 = x + 1$ ***car : Quel que soit*** $A \in \mathbb{R}$, $\boxed{A^2 = 0 \Longrightarrow A = 0}$

   $x = -1$

2. $f(-1) = \dfrac{\sqrt{-4 \times (-1)}}{-1-1} = \dfrac{\sqrt{4}}{-2} = \dfrac{2}{-2} = -1$

   donc $f(-1) \neq 1$
   donc il n'existe pas d'antécédent de 1 **par** f

4. **la suite de déduction précédente nous montre que :**
   <u>S'il existe</u> un antécédent pour 1 alors il vaut nécessairement -1
   elle ne nous dit pas que l'antécédent de 1 est égal à -1
   c'est pour cela qu'il faut procéder à une <u>vérification</u>

B. antécédents de -1 en résolvant une équation et en vérifiant :

1. supposons qu'il existe $x \in D_f$ tel que $f(x) = -1$

$\dfrac{\sqrt{-4x}}{x-1} = -1 = \dfrac{-1}{1}$

$1 \times \sqrt{-4x} = -1 \times (x-1)$

$\sqrt{-4x} = 1 - x$

$(\sqrt{-4x})^2 = (1-x)^2$

$-4x = (1-x)^2$

$-4x = 1 - 2x + x^2$

$0 = x^2 + 2x + 1$

$0 = (x+1)^2$

$0 = x + 1$

$x = -1$

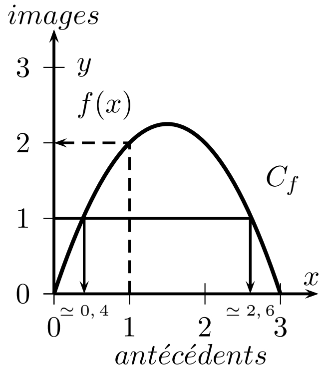
2. $f(-1) = \dfrac{\sqrt{-4 \times (-1)}}{-1-1} = \dfrac{\sqrt{4}}{-2} = \dfrac{2}{-2} = -1$

donc $f(-1) = -1$
par f, -1 a pour unique antécédent -1

4.3 a retenir

définition 1 : *(fonction, domaine de définition, image, antécédent)*

quelle que soit la partie D de $\mathbb{R}$,
f est une fonction définie sur D et à valeurs dans $\mathbb{R}$
équivaut à
quel que soit le nombre réel $x \in D$,
$\boxed{f \text{ associe à } x\text{, un et un seul nombre réel noté } y \text{ ou } f(x)}$
et appelé "image de x par f, *(x est un antécédent de $f(x)$)*
D est appelé "domaine de définition" de f



par exemple, sur la figure ci dessus :

$$\left\{\begin{array}{l}
\text{domaine de définition} = D = [0\ ;\ 3] \\
f(1) = 2 \text{ soit "}1\text{ a pour image }2\text{" on note aussi : } f : 1 \longmapsto 2 \\
f(x) = 1 \iff x = \simeq 0,4 \text{ ou } x \simeq 2,6 \text{ soit } 1 \text{ "a pour antécédents" } \simeq 0,4 \text{ et } \simeq 2,6 \\
\text{3 n'a pas d'antécédents par } f
\end{array}\right.$$

une fonction peut-être définie par une courbe, un tableau de valeurs, une formule, ...

4.4 exercices

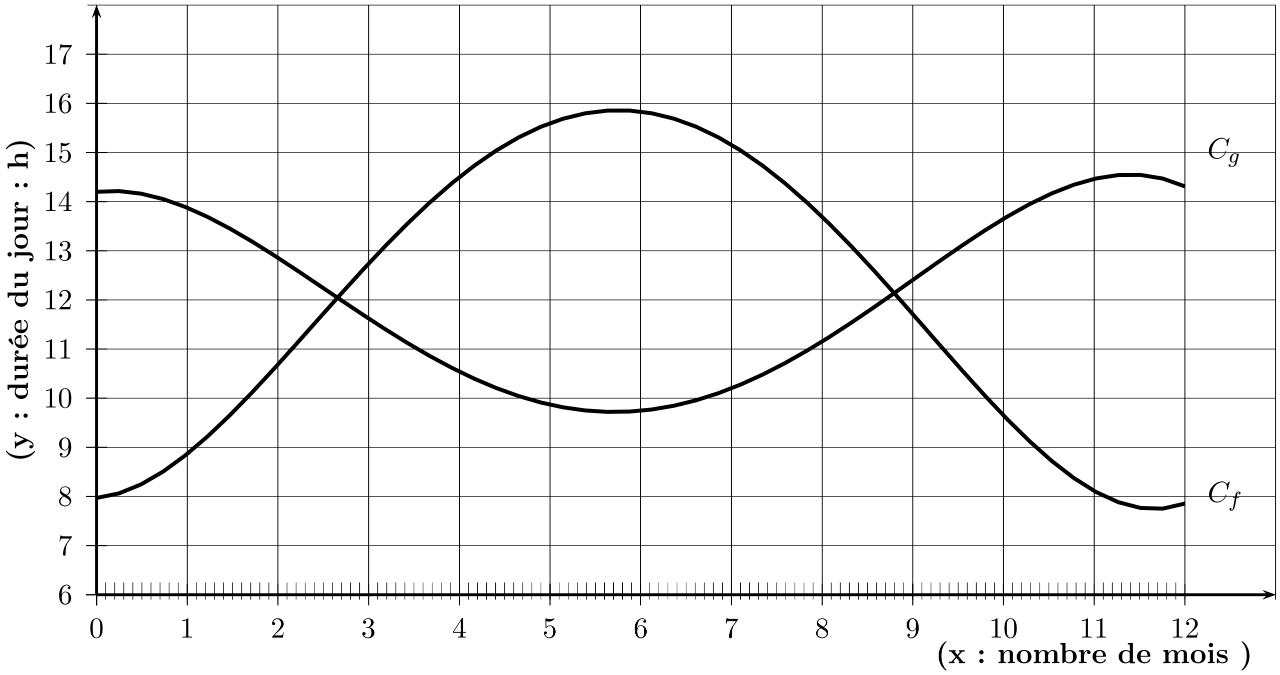
exercice 1 :

I. Données :
Voici des informations concernant la durée du jour en heures en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour Lille et Buenos-Aires.

A. Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)

$x =$ nombre de mois depuis le 1er janvier	0	2,7	5,7	8,7	11,7	12
$f(x)$= durée du jour à Lille (h)	7,9	12	15,9	12	7,7	7,9
$g(x)$= durée du jour à Buenos-Aires	14,2	12	9,7	12	14,5	14,2

B. Courbes représentatives des fonctions f et g :



C. formules des fonctions f et g :
où x est le nombre de mois, $f(x)$ et $g(x)$ les durées en heures.

- a. **Lille :** $f(x) = 0,0067x^4 - 0,1548x^3 + 0,878x^2 + 0,168x + 7,97$
- b. **Buenos-Aires :** $g(x) = -0,0047x^4 + 0,1083x^3 - 0,6397x^2 + 0,212x + 14,2$

II. Questions

1. **déterminer l'image de 5,7 par la fonction f.**
   - i. **grâce au tableau de valeurs de f et donner une phrase : ... a pour image... par f.**
   - ii. **grâce à la courbe de f et donner la notation :$f(...) = ...$**
   - iii. **grâce à la formule de f et donner la notation : $f : ... \longmapsto ...$**
   - iv. **y a t-il cohérence entre tous ses résultats ?**
   - v. **interpréter le résultat dans le contexte.**
2. **déterminer g(11,7).**
   - i. **grâce au tableau de valeurs de g et donner une phrase : ... a pour image... par ....**
   - ii. **grâce à la courbe de g et donner une phrase : ... est l'image de ... par ....**
   - iii. **grâce à la formule de g et donner la notation : $... : ... \longmapsto ...$**
   - iv. **y a t-il cohérence entre tous ses résultats ?**
   - v. **interpréter le résultat dans le contexte.**

3. **déterminer l'ensemble de définition de la fonction f puis celui de la fonction g.**
   (c'est l'ensemble des nombres qui ont une image par f)
4. **déterminer graphiquement les antécédents de 13 par f puis les antécédents de 13 par g**
5. **compléter graphiquement le tableau de valeurs suivant :**

x	**2**	**10**
$f(x)$		

exercice 2 :
soit la fonction f définie par la formule $f(x) = 2x - 10$

i. proposer "le plus grand" domaine de définition possible pour f

ii. calculer les images respectives de 0 et 5 par f

iii. calculer le(s) antécédent(s) respectif(s) de 0 et 5 par f

exercice 3 :
soit la fonction f définie par la formule $f(x) = 3x^2 + 6$ pour $x \in]-\infty\ ;\ +\infty[$

i. proposer "le plus grand" domaine de définition possible pour f

ii. calculer f(5) et f(-5)

iii. calculer le(s) antécédent(s) respectif(s) de 81 et 0 par f

exercice 4 :
soit la relation qui à x associe $\dfrac{1}{x}$

i. cette relation est-elle une fonction définie sur $]-1;1[$ à valeur dans $\mathbb{R}$? *(justifier)*

ii. proposer "le plus grand" domaine de définition (inclus dans $\mathbb{R}$) possible

exercice 5 :
soit la relation qui à x associe $\sqrt{x}$

i. cette relation est-elle une fonction définie sur $]-\infty;+\infty[$ à valeur dans $\mathbb{R}$? *(justifier)*

ii. proposer "le plus grand" domaine de définition (inclus dans $\mathbb{R}$) possible

exercice 6 :
donner le "le plus grand" domaine de définition (inclus dans $\mathbb{R}$) possible pour chacune des relations suivantes

i. $x \longmapsto \dfrac{2x-12}{5x-20}$ *(justifier)*

ii. $x \longmapsto \sqrt{10x+2}$ *(justifier)*

exercice 7 :
soit l'algorithme suivant :

```
début
  var $x$
  var $y$
    entrer $x$
    $x \longleftarrow x - 10$
    $x \longleftarrow x \times x$
    $x \longleftarrow x$ ^ 0.5
    $y \longleftarrow x$
    afficher $y$
fin
```

i. si on entre -6 comme valeur, quelle est la valeur sortie ?

ii. la relation qui au nombre entré associe le nombre affiché est-elle une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$?

exercice 8 : (image d'un nombre et tableau de valeurs)

(a) soit la fonction f telle que $f(x) = 2x + 3 + \dfrac{1}{x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$

  i. écrire un algorithme qui donne l'image d'un nombre quelconque
  (par exemple : $f(2) = 2 \times 1 + 3 + \dfrac{1}{2} = 5.5$)

  ii. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

iii. écrire un algorithme (et le programme *js*) qui écrit les valeurs de x et de $f(x)$ de la fonction précédente pour x allant de 1 à 10 avec un pas de 1
$1 \longmapsto 6$
$2 \longmapsto 5.5$
...

iv. modifier l'algorithme précédent pour obtenir les valeurs pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où deb et fin sont deux entiers choisis par l'utilisateur

(b) soit une fonction affine quelconque f telle que $f(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ où a et b sont deux réels fixés quelconques.

i. modifier l'algorithme précédent pour qu'il écrive les valeurs de x et de $f(x)$ pour x allant de deb à fin avec un pas de 1 où a, b, deb, fin sont choisis par l'utilisateur (deb et fin des entiers)

ii. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

exercice 9 : (placer des points dans un repère)
on utilisera la syntaxe suivante dans ce qui suit :
★ pour créer un repère avec $x_{min}, x_{max}, y_{min}$ et y_{max} pour valeurs extrêmes en x et en y on écrira :
creer_repere($x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}$ *)*
★ pour ajouter un point de coordonnées (x, y) dans le repère précédent, on écrira :
ajouter_point(x,y)

(a) soit la fonction f telle que $f(x) = 2x + 3 + \dfrac{100}{x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

i. écrire un algorithme qui :
crée un repère avec pour valeurs extrêmes $x_{min} = 1, x_{max} = 20, y_{min} = 0$ et $y_{max} = 120$ puis qui ajoute dans ce repère les points de la courbe de f pour x allant de 1 à 20

ii. écrire le programme correspondant en *javascript* et le tester

4.5 correction exercices

corrigé exercice 1 :

soit la fonction f définie par la formule $f(x) = 2x - 10$

i. $D_f =]-\infty\ ;\ +\infty[$

ii. calcul des images respectives de 0 et 5 par f
$f(0) = 2 \times 0 - 10 = -10$, **0 a pour image -10**
$f(5) = 2 \times 5 - 10 = 0$, **5 a pour image 0**

iii. calculons le(s) antécédent(s) respectif(s) de 0 et 5 par f
supposons que : il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = 0$
$2x - 10 = 0$
$2x = 10$
$x = \dfrac{10}{2} = 5$

vérifions :
$f(5) = 2 \times 5 - 10 = 0$
0 a pour antécédent 5

de même : $f(x) = 5$
$2x - 10 = 5$
$2x = 10 + 5$
$x = \dfrac{15}{2} = 7,5$

on vérifie :
$f(7,5) = 2 \times 7,5 - 10 = 5$
5 a pour antécédent 7,5

corrigé exercice 2 :

soit la fonction f définie par la formule $f(x) = 3x^2 + 6$ pour $x \in]-\infty\ ;\ +\infty[$

i. $D_f =]-\infty\ ;\ +\infty[$

ii. calcul de f(5) et f(-5) :
$f(5) = 3 \times 5^2 + 6 = 75 + 6 = 81$, **5 a pour image 81**
$f(-5) = 3 \times (-5)^2 + 6 = 75 + 6 = 81$, **-5 a pour image 81**

iii. calculons le(s) antécédent(s) respectif(s) de 81 et 0 par f
supposons que : il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = 81$
$3x^2 + 6 = 81$
$3x^2 = 75$

$x^2 = \dfrac{75}{3} = 25$

$x = \sqrt{25} = 5$ **ou** $x = -\sqrt{25} = -5$
vérifions : ceci a été fait ci dessus
81 a pour antécédents -5 et 5

de même $f(x) = 0$
$3x^2 + 6 = 0$
$3x^2 = -6$
$x^2 = \dfrac{-6}{3} = -2$ **ce qui est impossible**
donc 0 n'a pas d'antécédents par f

corrigé exercice 3 :

corrigé exercice 4 :

corrigé exercice 5 :

corrigé exercice 6 :

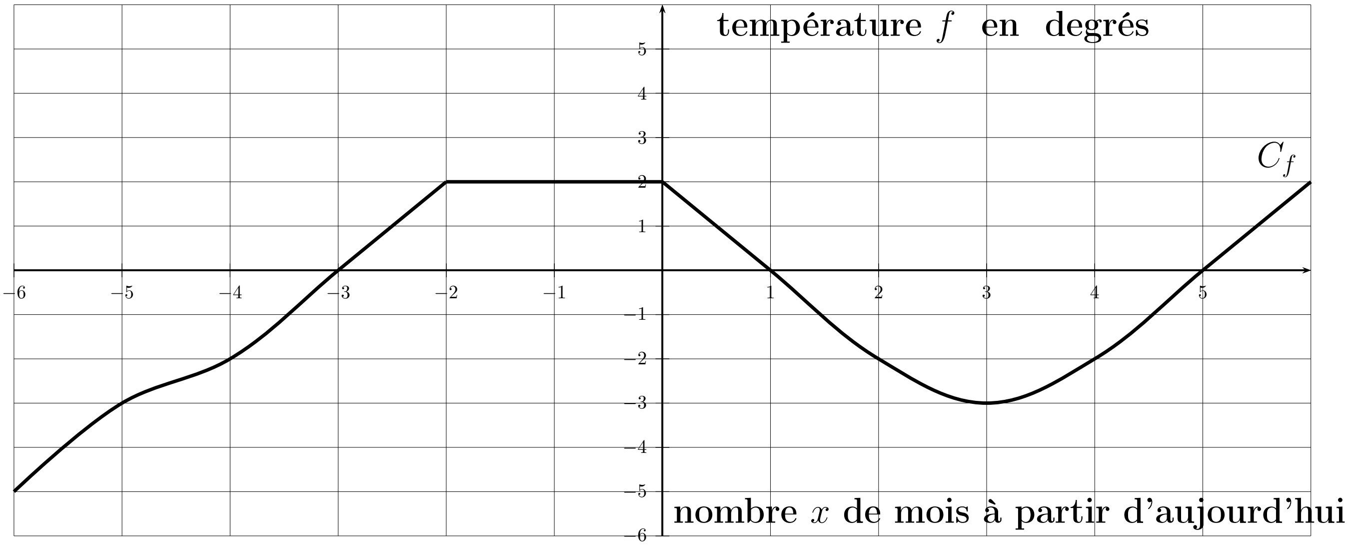
corrigé exercice 7 :

corrigé exercice 8 :

5 Sens de variation d'une fonction

5.1 activités

5.1.1 activité 0



1.

la température est croissante entre les mois ... et ... inclus

car la courbe ...

la température est ... entre les mois ... et ... inclus

car la courbe ...

la température ... entre les mois ... et ... inclus

car la courbe ...

la température est croissante entre les mois ... et ... inclus

car la courbe ...

2.

f **est ... pour** $x \in [... \; ; \; ...]$

f **est ... pour** $x \in ...$

f **est ... pour** $x \in ...$

f **est ... pour** $x \in ...$

3. on peut compléter le tableau de ... ci dessous

valeur de x	...		...		...		...		...
variations de $f(x)$			...	...	...				...
		...				...		...	
	...						...		

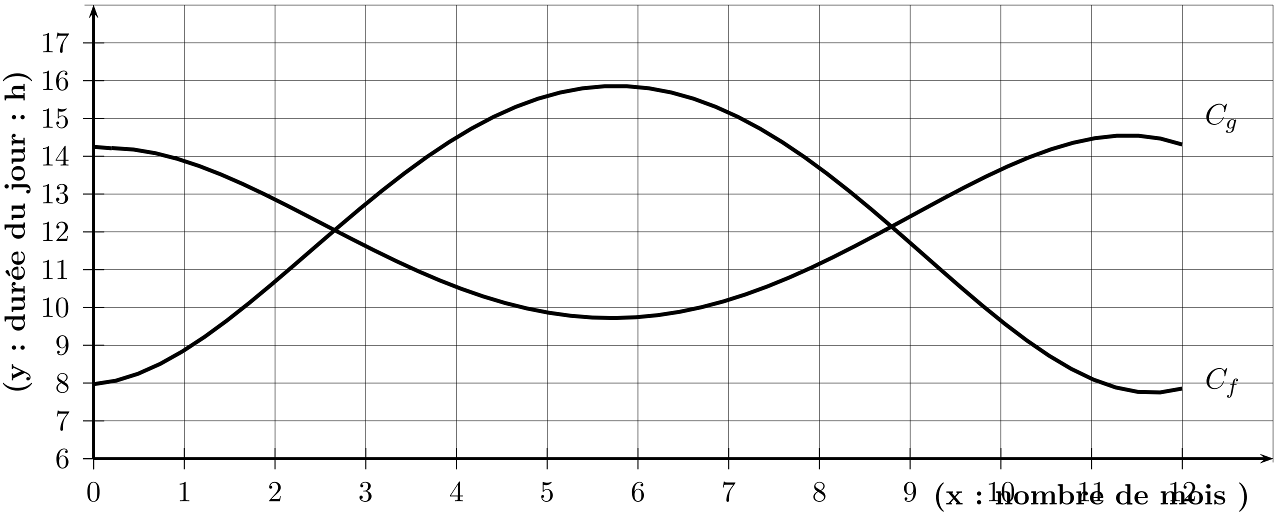
5.1.2 activité 1

1. **Voici des informations concernant la durée du jour en heures en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour Lille et Buenos-Aires.**

   Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)

x = nombre de mois depuis le 1er janvier	0	2,7	5,7	8,7	11,7	12
$f(x)$= durée du jour à Lille (h)	7,9	12	15,9	12	7,7	7,9
$g(x)$= durée du jour à Buenos-Aires	14,2	12	9,7	12	14,5	14,2

   Courbes représentatives des fonctions f et g :



   (a) **déterminer graphiquement le tableau de variations de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (b) **comparer les nombres suivants**

      i. $f(2)$ et $f(5)$ ii. $f(0)$ et $f(12)$ iii. $f(7)$ et $f(10)$

   (c) **déterminer graphiquement le tableau de variations de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (d) **comparer les nombres suivants**

      i. $g(2)$ et $g(5)$ ii. $g(0)$ et $g(12)$ iii. $g(7)$ et $g(10)$

5.1.3 activité 2

1. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -8x + 12$**
   on souhaite démontrer que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$
   pour cela, il suffit de montrer que la proposition P suivante est vraie
   P : quels que soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$

   (a) **soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$,**
   montrer que $f(a) > f(b)$

   (b) **conclure**

2. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 10$**
   on souhaite démontrer que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$
   pour cela, il suffit de montrer que la proposition P suivante est vraie
   P : quels que soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$

   (a) **soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$,**
   montrer que $f(a) < f(b)$

   (b) **conclure**

5.2 corrigé activités

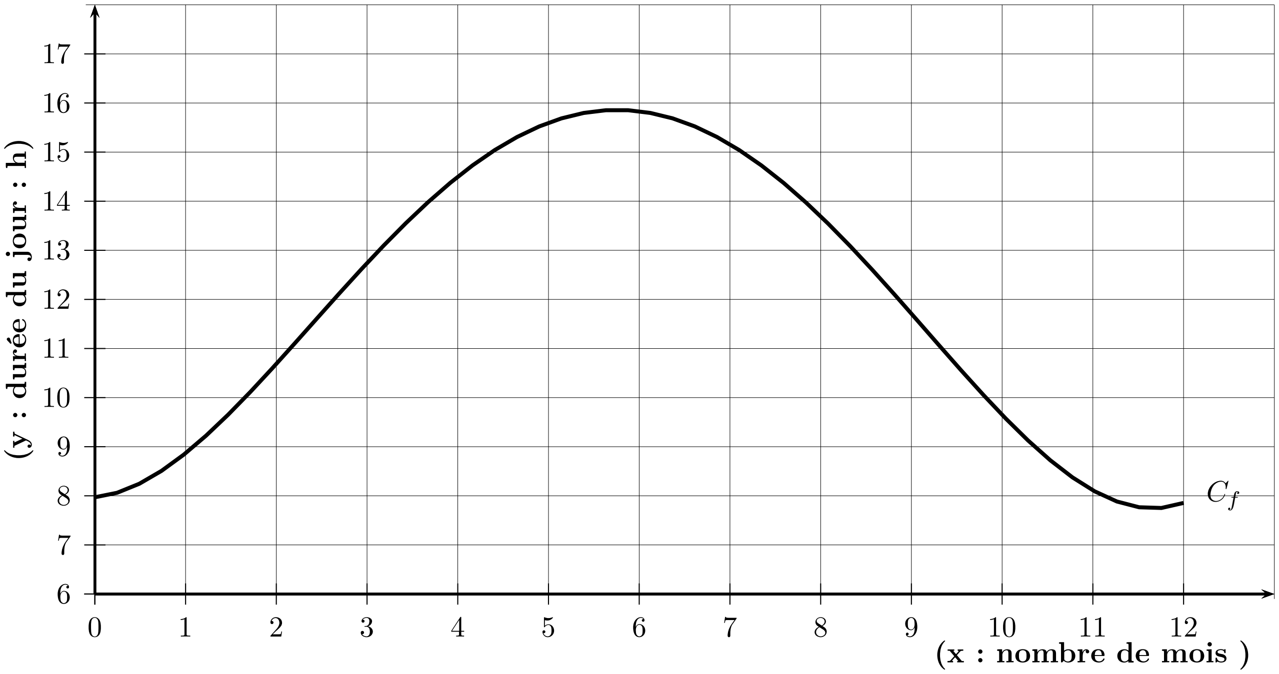
5.2.1 corrigé activité 1

1. **Données :**
   Voici des informations concernant la durée du jour en heures en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour Lille et Buenos-Aires.

   (a) **Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)**

x = **nombre de mois depuis le 1er janvier**	**0**	**2,7**	**5,7**	**8,7**	**11,7**	**12**
$f(x)$= **durée du jour à Lille (h)**	**7,9**	**12**	**15,9**	**12**	**7,7**	**7,9**
$g(x)$= **durée du jour à Buenos-Aires**	**14,2**	**12**	**9,7**	**12**	**14,5**	**14,2**

   (b) **Courbes représentatives de f :**



2. **Questions**

   (a) **on détermine graphiquement le tableau de variations de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

valeur de x	**0**	**5,7**	**11,7**	**12**
variations de $f(x)$	**7,9** ↗	**15,9** ↘	**7,7** ↗	**7,9**

   f **est croissante pour** $x \in [0\ ;\ 5.7]$

   f **est décroissante pour** $x \in [5,7\ ;\ 11,7]$

   f **est croissante pour** $x \in [11,7\ ;\ 12]$

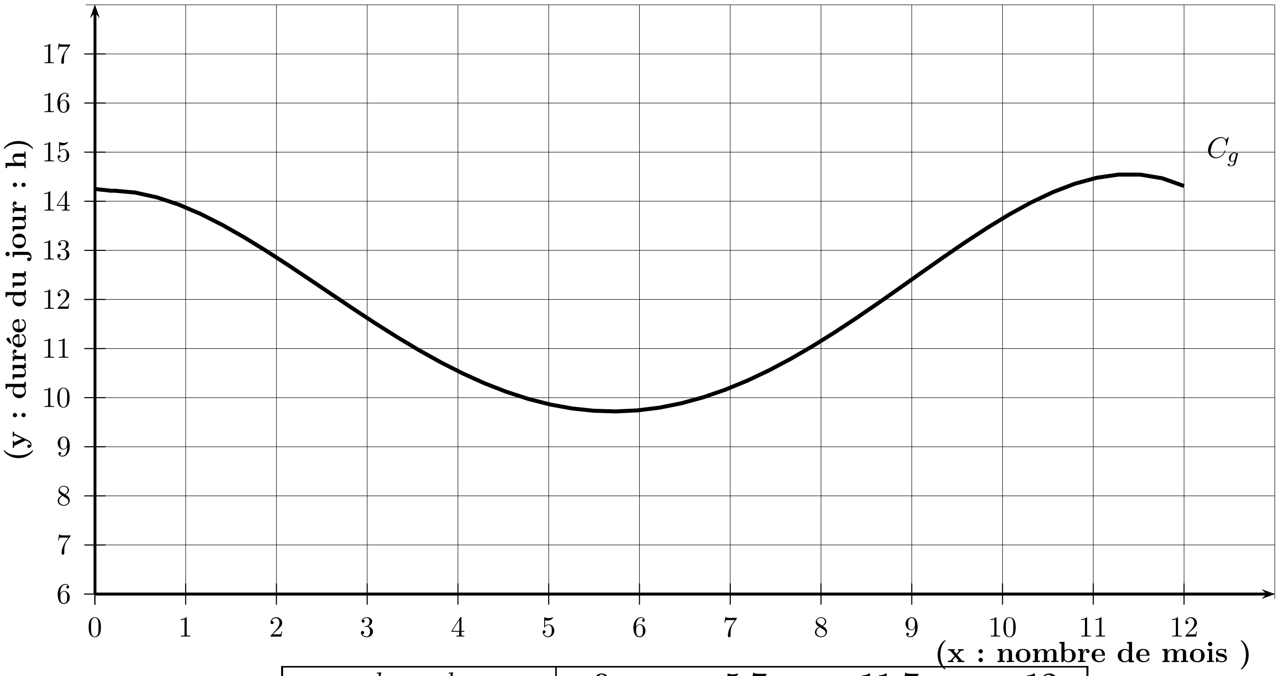
   (b) **comparaisons**

   i. $f(2) < f(5)$

   ii. $f(0) = f(12)$

   iii. $f(7) > f(10)$

(c) **déterminer graphiquement le tableau de variations de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**



valeur de x	**0**		**5,7**		**11,7**		**12**
variations de $g(x)$	**14,2**	↘	**9,7**	↗	**14,5**	↘	**14,2**

g **est décroissante pour** $x \in [0\ ;\ 5.7]$

g **est croissante pour** $x \in [5,7\ ;\ 11,7]$

g **est décroissante pour** $x \in [11,7\ ;\ 12]$

(d) **comparaisons**

i. $g(2) > g(5)$

ii. $g(0) = g(12)$

iii. $g(7) < g(10)$

5.2.2 corrigé activité 2

1. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -8x + 12$**
   on souhaite démontrer que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$
   pour cela, il suffit de montrer que la proposition P suivante est vraie
   P : quels que soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$
   (a) **soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$,**
   $-8a > -8b$
   $-8a + 12 > -8b + 12$
   $f(a) > f(b)$
   (b) **conclusion : la proposition P est vraie, f est donc décroissante sur $\mathbb{R}$**

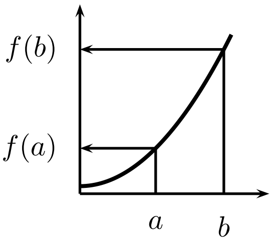
2. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 10$**
   on souhaite démontrer que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$
   pour cela, il suffit de montrer que la proposition P suivante est vraie
   P : quels que soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$
   (a) **soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$,**
   $5a < 5b$
   $5a - 10 < 5b - 10$
   $f(a) < f(b)$
   (b) **conclusion : la proposition P est vraie, f est donc croissante sur $\mathbb{R}$**

5.3 a retenir

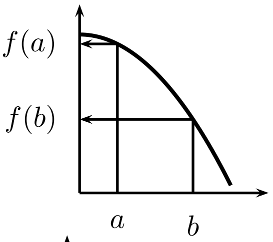
<u>définition 2</u> : *(sens de variation)*

quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,

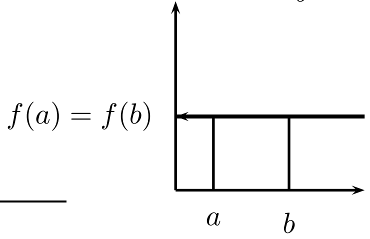
la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle I
équivaut à
quels que soient $a \in I$ et $b \in I$: $\boxed{\textbf{si } a < b \textbf{ alors } f(a) < f(b)}$
(une fonction croissante conserve l'ordre)



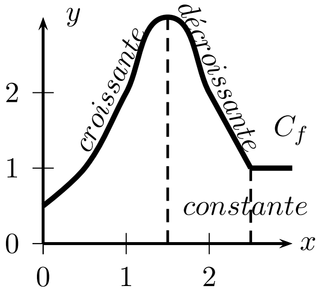
la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle I
équivaut à
quels que soient $a \in I$ et $b \in I$: $\boxed{\textbf{si } a < b \textbf{ alors } f(a) > f(b)}$
(une fonction décroissante change l'ordre)



la fonction f est constante sur l'intervalle I
équivaut à
quels que soient $a \in I$ et $b \in I$: $\boxed{f(a) = f(b)}$



par exemple, sur la figure ci dessous :



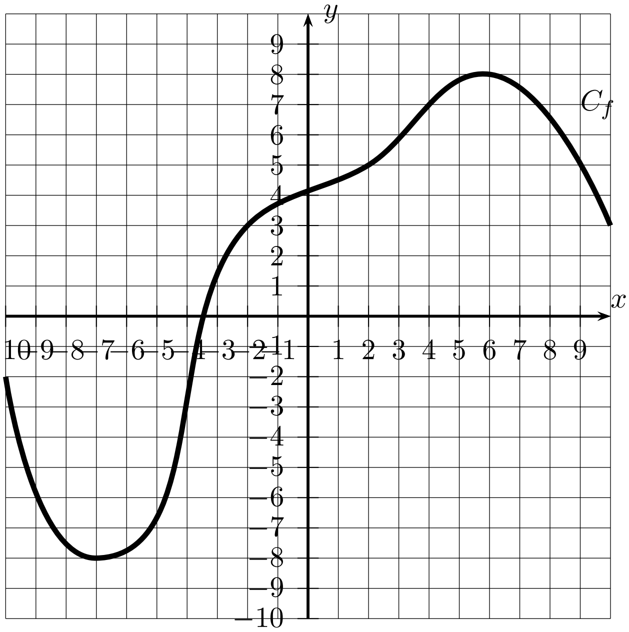
x	**0**		**1,5**		**2,5**		**3**
$f(x)$	**0,5**	$\nearrow$	**3**	$\searrow$	**1**	$\longrightarrow$	**1**

f **croît sur** $[0\ ;\ 1,5]$
f **décroît sur** $[1,5\ ;\ 2,5]$
f **est constante sur** $[2,5\ ;\ 3]$

Remarque : cette propriété peut permettre de déterminer le sens de variation d'une fonction algébriquement.

5.4 exercices

exercice 10 : **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**



(a) **donner le tableau de variations de f sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$ ainsi que les commentaires associés**

(b) **construire dans le repère ci contre la courbe C_g d'une fonction g telle que :**

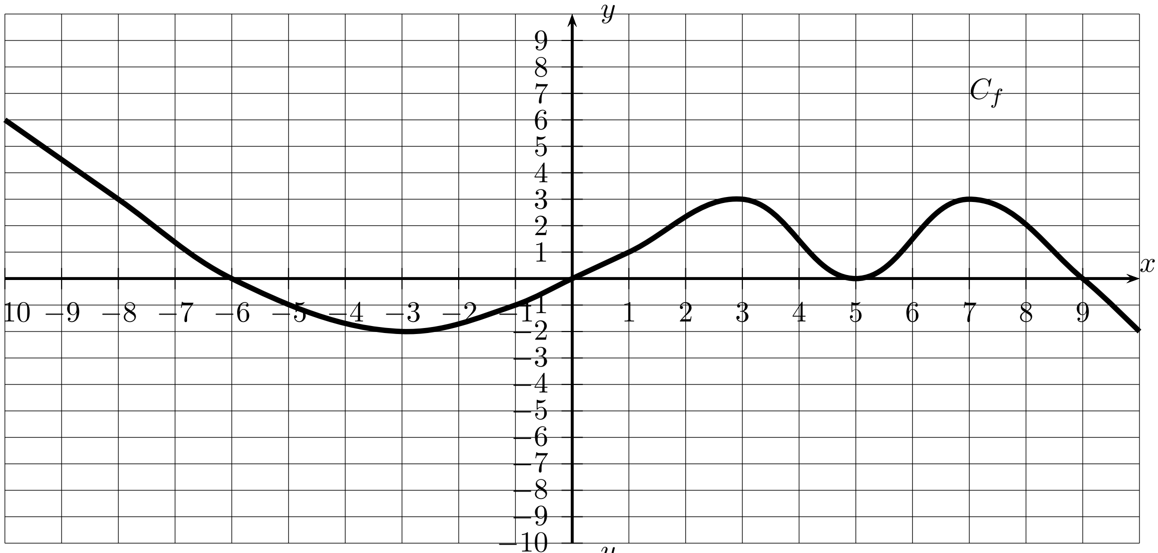
$$\begin{cases} g \text{ croît strictement sur } [\ -10\ ;\ -5\ ] \\ g \text{ est constante sur } [\ -5\ ;\ 0\ ] \\ g \text{ décroît strictement sur } [\ 0\ ;\ 4\ ] \\ g \text{ croît strictement sur } [\ 4\ ;\ 10\ ] \end{cases}$$

(c) **construire le tableau de variations de g sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$**

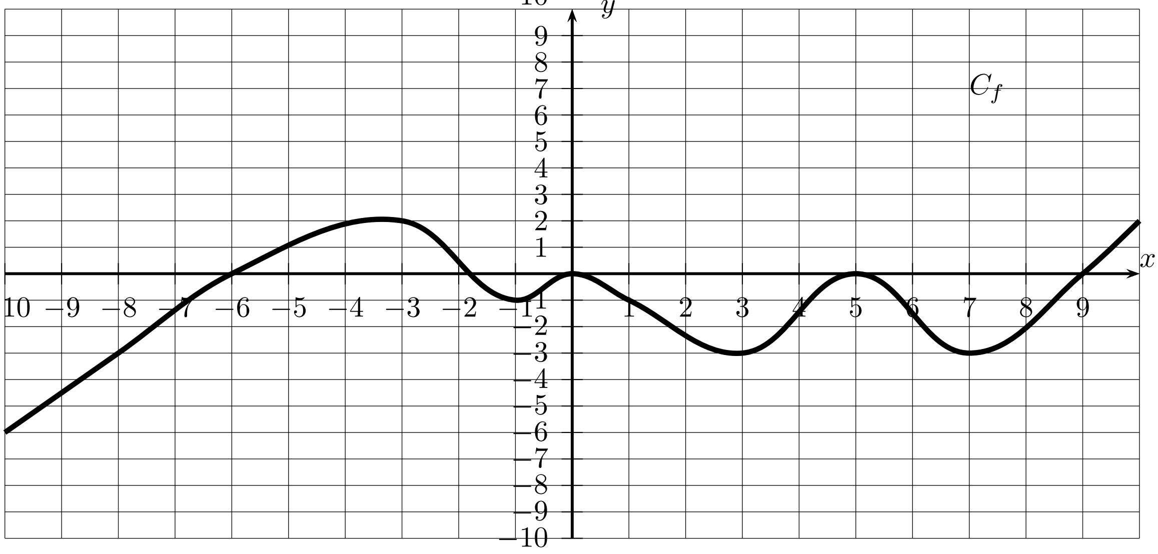
exercice 11 :

déterminer le tableau de variations commenté de f dont on dispose du graphique ci dessous

1.



2.



exercice 12 : (vrai ou faux)

1	f **est strictement croissante sur** $\mathbb{R}$ **donc** $f(1) > f(2)$	V	F
2	$f(1) > f(2)$ **donc** f **est strictement croissante sur** $\mathbb{R}$	V	F
3	f **est strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$ **donc** $f(-5) > f(10)$	V	F
4	$f(-5) > f(10)$ **donc** f **est strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$	V	F
5	f **est constante sur** $[\ 0\ ;\ 10\ ]$ **donc** $f(1) = f(11)$	V	F
6	$f(0) = f(10)$ **donc** f **est constante sur** $[\ 0\ ;\ 10\ ]$	V	F

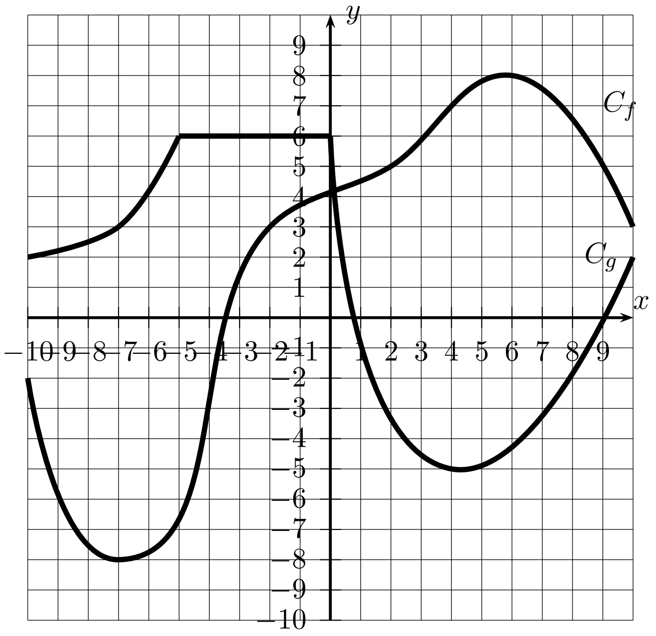
exercice 13 :

(a) **soit $f(x) = 2x - 10$ pour $x \in \mathbb{R}$, démontrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.**

(b) **soit $f(x) = -3x + 5$ pour $x \in \mathbb{R}$, démontrer que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.**

5.5 correction exercices

corrigé exercice 9 : **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**



(a) **donner le tableau de variations de f sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$ ainsi que les commentaires associés**

valeur de x	**-10**		**-7**		**6**		**10**
variations de $f(x)$	**-2**				**8**		
		↘		↗		↘	
			-8				**3**

(b) **construire dans le repère ci dessus la courbe C_g d'une fonction g telle que :**

$$\begin{cases} g \text{ croît strictement sur } [\ -10\ ;\ -5\ ] \\ g \text{ est constante sur } [\ -5\ ;\ 0\ ] \\ g \text{ décroît strictement sur } [\ 0\ ;\ 4\ ] \\ g \text{ croît strictement sur } [\ 4\ ;\ 10\ ] \end{cases}$$

(c) **construire le tableau de variations de g sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$**

valeur de x	**-10**		**-5**		**0**		**4**		
variations de $g(x)$			**6**	⟶	**6**				**2**
		↗				↘		↗	
	2						**-5**		

corrigé exercice 10 : (vrai ou faux)

1	f **est strictement croissante sur** $\mathbb{R}$ **donc** $f(1) > f(2)$		F
2	$f(1) > f(2)$ **donc** f **est strictement croissante sur** $\mathbb{R}$		F
3	f **est strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$ **donc** $f(-5) > f(10)$	V	
4	$f(-5) > f(10)$ **donc** f **est strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$		F
5	f **est constante sur** $[\ 0\ ;\ 10\ ]$ **donc** $f(1) = f(11)$		F
6	$f(0) = f(10)$ **donc** f **est constante sur** $[\ 0\ ;\ 10\ ]$		F

corrigé exercice 11 :

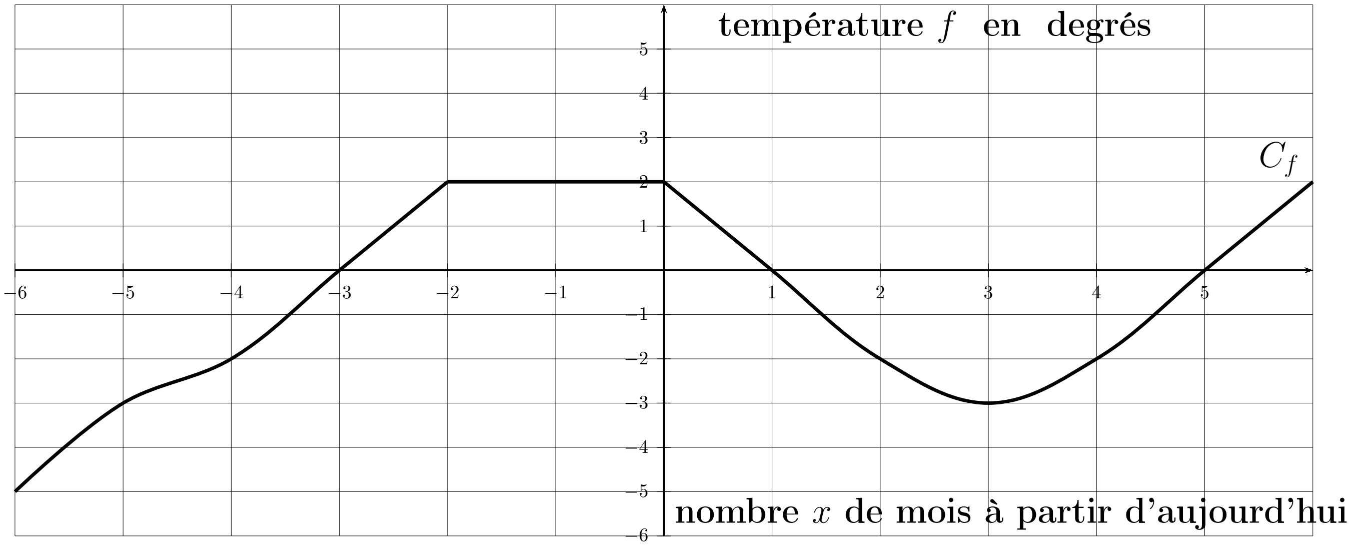
(a) **soit** $f(x) = 2x - 10$ **pour** $x \in \mathbb{R}$**, démontrer que** f **est strictement croissante sur** $\mathbb{R}$**.**

(b) **soit** $f(x) = -3x + 5$ **pour** $x \in \mathbb{R}$**, démontrer que** f **est strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$**.**

6 Extremums d'une fonction

6.1 activité

6.1.1 activité 0



1. à l'aide du graphique, on peut trouver les ... et les valeurs de x ...

   (a) entre les mois -6 et 0 :
   la température minimale vaut ... degrés pour le mois ...

   car ...

   la température maximale vaut ... degrés pour ...

   car ...

   sur l'intervalle [... ; ...],

   f admet un ... qui vaut ... pour x...

   f admet un ... qui vaut ... pour x...

   (b) entre les mois 0 et 6 :
   la température minimale vaut ... degrés pour le mois ...

   la température maximale vaut ... degrés pour ...

   sur l'intervalle [... ; ...],

   f admet un ... qui vaut ... pour x...

   f admet un ... qui vaut ... pour x...

   (c) entre les mois -6 et 6 :
   la température minimale vaut ... degrés pour le mois ...

   la température maximale vaut ... degrés pour ...

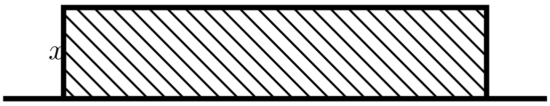
   sur l'intervalle [... ; ...],

f **admet un** ... **qui vaut** ... **pour** x...

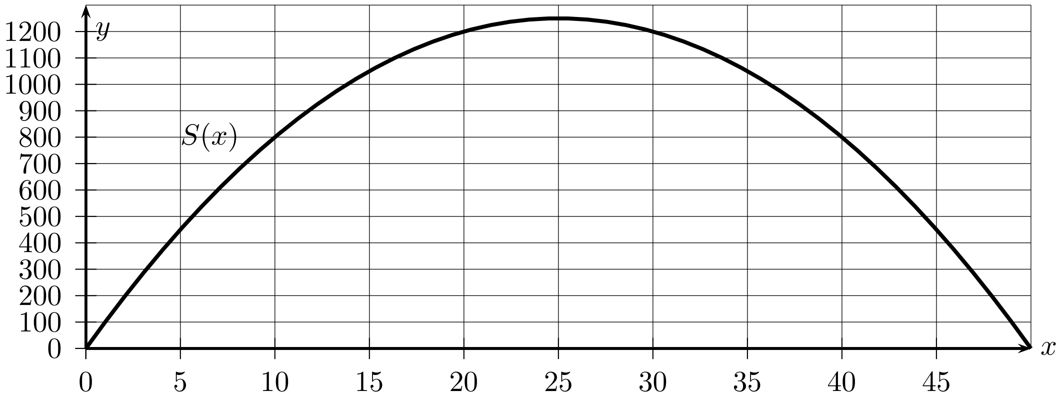
f **admet un** ... **qui vaut** ... **pour** x...

6.1.2 activité 1

on souhaite réaliser un enclos rectangulaire avec la totalité d'une corde de longueur 100 m, l'enclos est délimité par un mur sur un de ses cotés et par la totalité de la corde sur les trois autres cotés, on appelle x la longueur d'un des cotés perpendiculaire au mur



1. **montrer que la surface de l'enclos est donnée par :** $S(x) = x(100 - 2x)$ **pour** $x \in [0; 50]$
2. **la courbe de la fonction** S **pour** $x \in [0; 50]$ **est donnée ci dessous.**



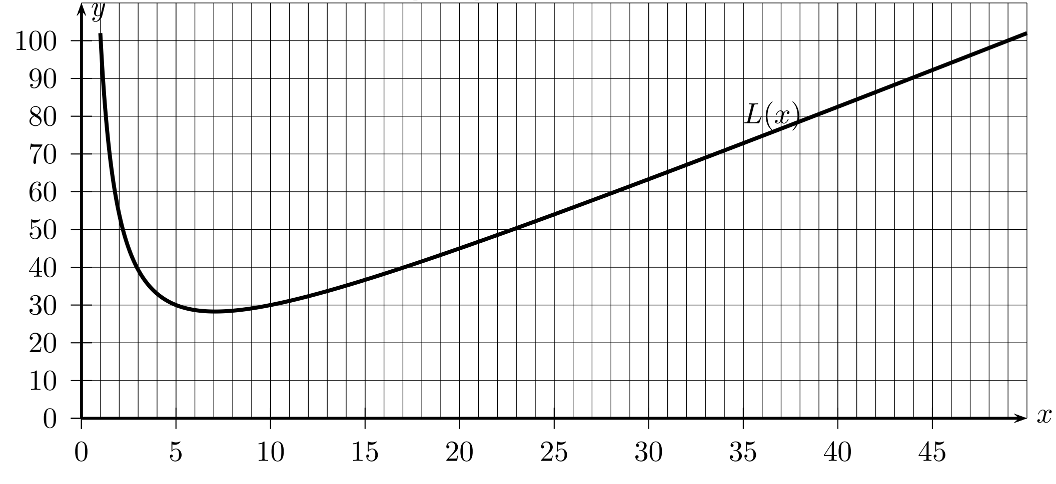
   (a) **estimer graphiquement les extrema de la fonction** S **pour** $x \in [0; 50]$ **ainsi que les valeurs de** x **associées**

   (b) **en déduire les dimensions de l'enclos de plus grande surface (à** $1m$ **près) et que vaut la plus grande surface ? (à** $1m^2$ **près)**

6.1.3 activité 2

on souhaite réaliser un enclos rectangulaire de 100 m^2 **avec une corde,**
l'enclos est délimité par un mur sur un de ses cotés et par la totalité de la corde sur les trois autres cotés, on appelle x la longueur d'un des cotés perpendiculaire au mur

1. **montrer que la longueur de la corde nécessaire et suffisante est donnée par :**
   $L(x) = \dfrac{2x^2 + 100}{x}$ **pour** $x \in]0; +\infty[$
2. **la courbe de la fonction** L **pour** $x \in [1; 50]$ **est donnée ci dessous.**



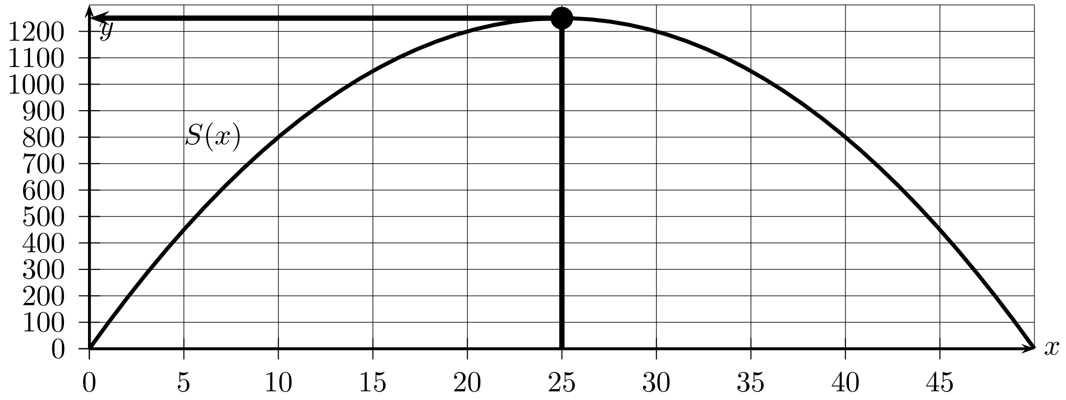
   (a) **estimer graphiquement les extrema de la fonction** L **pour** $x \in [1; 50]$ **ainsi que les valeurs de** x **associées**

   (b) **en déduire les dimensions de l'enclos nécessitant le moins de corde (à** $1cm$ **près) et que vaut la plus petite longueur de corde ? (à** $1cm$ **près)**

6.2 corrigé activité

corrigé activité 1

1. **surface de l'enclos :**
   pour $x \in [0;50]$ **car** $x > 0$ **et** $x < 50$ ***(pour*** $x > 50$ ***il n'y a plus de corde)***
   surface du rectangle $=$ **longueur** $\times$ **largeur**
   $S(x) = x(100 - 2x)$
2. **la courbe de la fonction** L **pour** $x \in [0;50]$ **est donnée ci dessous.**

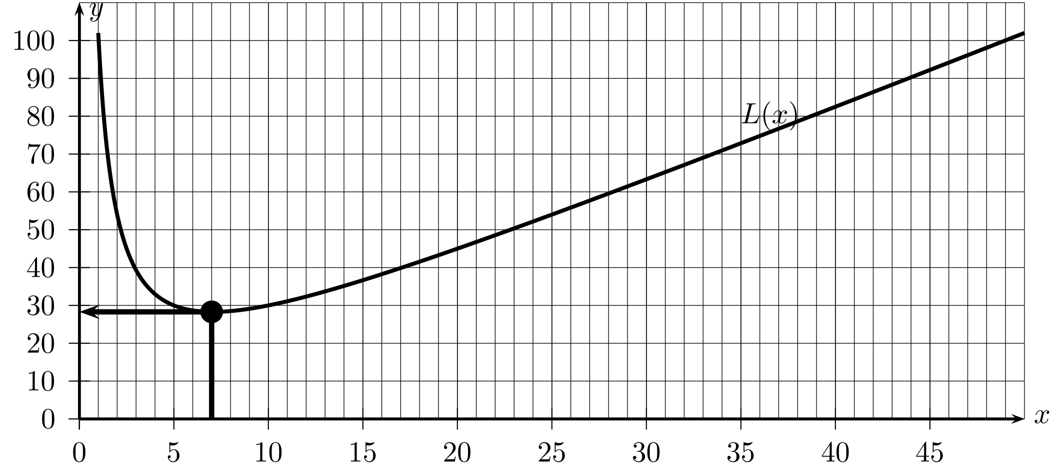


   (a) **graphiquement, pour** $x \in [0;50]$ **:**
   $\begin{cases} \text{le maximum de } S \text{ est atteint pour } x = 25 \text{ et il vaut } M = 25 \times (100 - 2 \times 25) = 1250 \\ \text{le minimum est atteint pour } x = 0 \text{ et } x = 50 \text{ et il vaut } m = 0 \end{cases}$

   (b) **les dimensions de l'enclos de plus grande surface sont :** $25m$ **sur** $50m$ **et la plus grande surface est** $1205m^2$ **(à** $1m^2$ **près)**

corrigé activité 2

1. **longueur de la corde nécessaire et suffisante :**
   aire rectangle $=$ **longueur rectangle**$\times$ **largeur rectangle**
   $100 =$ **longueur rectangle** $\times x$
   longueur rectangle $= \dfrac{100}{x}$
   longueur corde $= x + \dfrac{100}{x} + x = \dfrac{2x}{1} + \dfrac{100}{x} = \dfrac{2x^2 + 100}{x}$
   $L(x) = \dfrac{2x^2 + 100}{x}$ **pour** $x \in]0;+\infty[$
2. **la courbe de la fonction** S **pour** $x \in [1;50]$ **est donnée ci dessous.**



   (a) **graphiquement, pour** $x \in [1;50]$ **:**
   $\begin{cases} \text{le minimum de } L \text{ est atteint pour } x \simeq 7 \text{ et il vaut } m \simeq \dfrac{2 \times 7^2 + 100}{7} \simeq 28,29m \\ \text{le maximum est atteint pour } x = 1 \text{ et } x = 50 \text{ et il vaut } M = 102 \end{cases}$

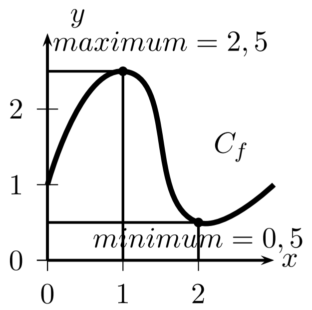
   (b) **les dimensions de l'enclos nécessitant le moins de corde sont** $7m$ **et** $\dfrac{100}{7} \simeq 14,29m$ **(à 1**cm **près) et la plus petite longueur de corde vaut** $\simeq 28,29m$ **(à 1**cm **près)**

6.3 a retenir

définition 1 : *(maximum et minimum)*

sur l'intervalle I, la fonction $\boxed{f \text{ admet } M \text{ pour maximum en } x = x_M}$
équivaut à : quel que soit $x \in I$, $\boxed{f(x) \leq M \text{ et } f(x_M) = M}$

sur l'intervalle I, la fonction $\boxed{f \text{ admet } m \text{ pour minimum en } x = x_m}$
équivaut à : quel que soit $x \in I$, $\boxed{f(x) \geq m \text{ et } f(x_m) = m}$



par exemple, sur la figure ci dessus :

$$\text{sur } [0\ ;\ 3] : \begin{cases} \text{le maximum de } f \text{ vaut } 2,5 \text{ pour } x = 1 \\ \text{le minimum de } f \text{ vaut } 0,5 \text{ pour } x = 2 \end{cases}$$

6.4 exercices

exercice 14 : **soit la fonction** f **dont on dispose du graphique ci dessous**

(a) **donner les extrema de** f **sur** $[\ -10\ ;\ 10\ ]$ **ainsi que les valeurs de** x **associées**

(b) **donner les extrema de** f **sur** $[\ -2\ ;\ 4\ ]$ **ainsi que les valeurs de** x **associées**

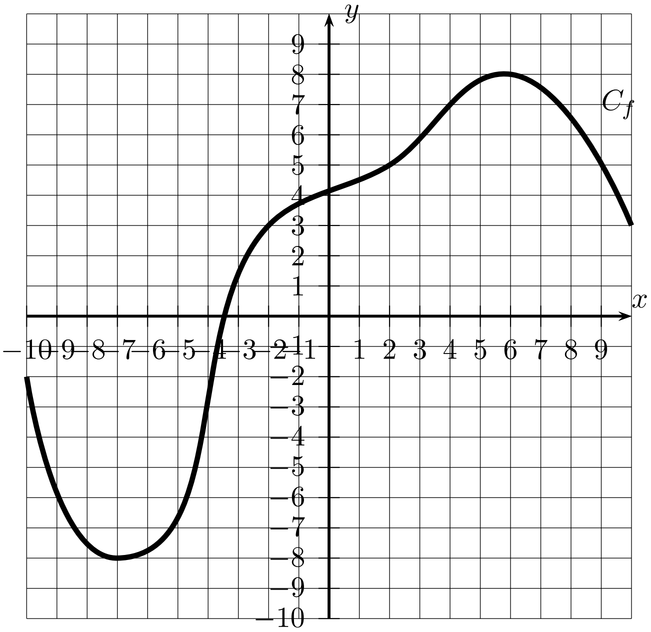
(c) **construire dans le repère ci contre la courbe** C_g **d'une fonction** g **telle que :**

sur $[\ -10\ ;\ 0\ ]$, g **admet :**

$$\begin{cases} \text{8 pour maximum en } x = -8 \\ \text{2 pour minimum en } x = -2 \end{cases}$$

sur $[\ 0\ ;\ 10\ ]$, g **admet :**

$$\begin{cases} \text{pour maximum 8 en } x = 7 \\ \text{-5 pour minimum en } x = 2 \end{cases}$$



exercice 15 : **(vrai ou faux)**

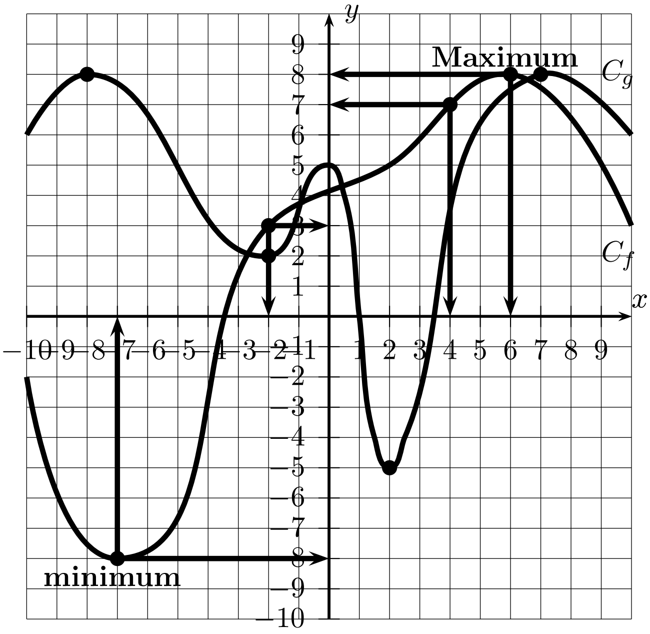
1	**sur** $\mathbb{R}$, f **admet 10 pour maximum en** $x = 1$ **donc** $f(1) = 10$	V	F
2	**sur** $\mathbb{R}$, f **admet 5 pour maximum en** $x = 6$ **donc** $f(5) = 6$	V	F
3	**sur** $\mathbb{R}$, f **admet 10 pour maximum donc** $f(1) \leq 10$	V	F
4	**sur** $\mathbb{R}$, **le maximum de** f **est 10 donc** $f(1) < 10$	V	F
5	**sur** $\mathbb{R}$, **10 est le minimum de** f **donc** $f(5) \geq 10$	V	F
6	**sur** $\mathbb{R}$, f **admet -5 pour minimum en** $x = 2$ **donc** $f(-5) > 2$	V	F

exercice 16 : (recherche d'extremum)

1. **soit la fonction f telle que $f(x) = 2x + 3 + \frac{100}{x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$**
   On cherche à déterminer à 0,01 près, la valeur de x qui minimise $f(x)$ pour x compris entre 1 et 20 ainsi que la valeur de ce minimum de $f(x)$
   (a) **écrire un algorithme qui utilise une "boucle pour" afin de calculer toutes les valeurs de $f(x)$ pour x allant de 1 à 20 au pas de 0.01**
   à chaque boucle on comparera la valeur trouvée à une valeur "min_de_f" initialement affectée de la valeur +infini
   on mémorisera les valeurs de x et de $f(x)$ dans le cas où la valeur de $f(x)$ est inférieure à min_de_f
   on affichera les valeurs de min_de_f et de x correspondante en fin de boucle
   (b) **traduire cet algorithme en javascript**
   (en javascript, la valeur +infini est notée : Number.POSITIVE_INFINITY)
2. **modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand l'utilisateur entre les valeurs de début de recherche *(1 ci dessus)*, de fin de recherche *(20 ci dessus)* ainsi que le pas *(0.01 ci dessus)***
3. **reprendre l'algorithme ci dessus et le modifier afin qu'il donne à 0,01 près, la valeur de x qui maximise $f(x)$ pour x compris entre 1 et 20 ainsi que la valeur de ce maximum de $f(x)$**
   (en javascript, la valeur -infini est notée : Number.NEGATIVE_INFINITY)

6.5 correction exercices

corrigé exercice 12 : **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**



(a) **sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$**
le maximum de f vaut 8 pour $x = 6$
le minimum de f vaut -8 pour $x = -7$

(b) **sur $[\ -2\ ;\ 4\ ]$**
le maximum de f vaut 3 pour $x = -2$
le minimum de f vaut 7 pour $x = 4$

(c) **construire dans le repère ci contre**
la courbe C_g d'une fonction g
telle que :
sur $[\ -10\ ;\ 0\ ]$, g admet :

$$\begin{cases} \textbf{8 pour maximum en } x = -8 \\ \textbf{2 pour minimum en } x = -2 \end{cases}$$

sur $[\ 0\ ;\ 10\ ]$, g admet :

$$\begin{cases} \textbf{pour maximum 8 en } x = 7 \\ \textbf{-5 pour minimum en } x = 2 \end{cases}$$

corrigé exercice 13 : **(vrai ou faux)**

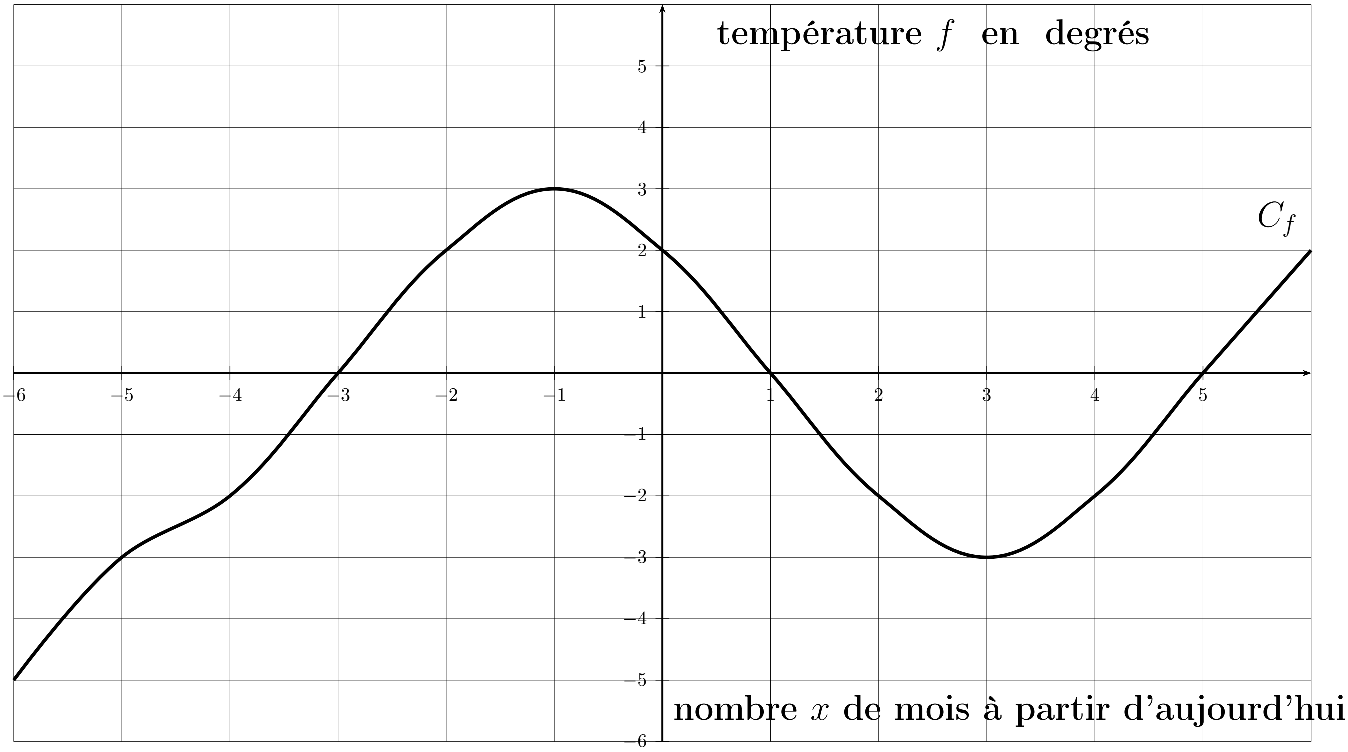
1	**sur $\mathbb{R}$, f admet 10 pour maximum en $x = 1$ donc $f(1) = 10$**	V	
2	**sur $\mathbb{R}$, f admet 5 pour maximum en $x = 6$ donc $f(5) = 6$**		F
3	**sur $\mathbb{R}$, f admet 10 pour maximum donc $f(1) \leq 10$**	V	
4	**sur $\mathbb{R}$, le maximum de f est 10 donc $f(1) < 10$**		F
5	**sur $\mathbb{R}$, 10 est le minimum de f donc $f(5) \geq 10$**	V	
6	**sur $\mathbb{R}$, f admet -5 pour minimum en $x = 2$ donc $f(-5) > 2$**		F

corrigé exercice 14 :

7 Signe d'une fonction

7.1 activités

7.1.1 activité 0



1.

(a)

• la température est nulle pour les mois ... ; ... et ...

car la courbe ... l'axe des ...

• la température est négative strict entre les mois ... inclu et ... exclu

ou entre les mois ... ... et ... ...

car la courbe ...

• la température est positive strict ... les mois ...

ou entre ...

car la courbe ...

(b)

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{... \quad ; \quad ... \quad ; \quad ...\}$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \ [... \quad ; ... \quad [\cup]... \quad ; ... \quad [$

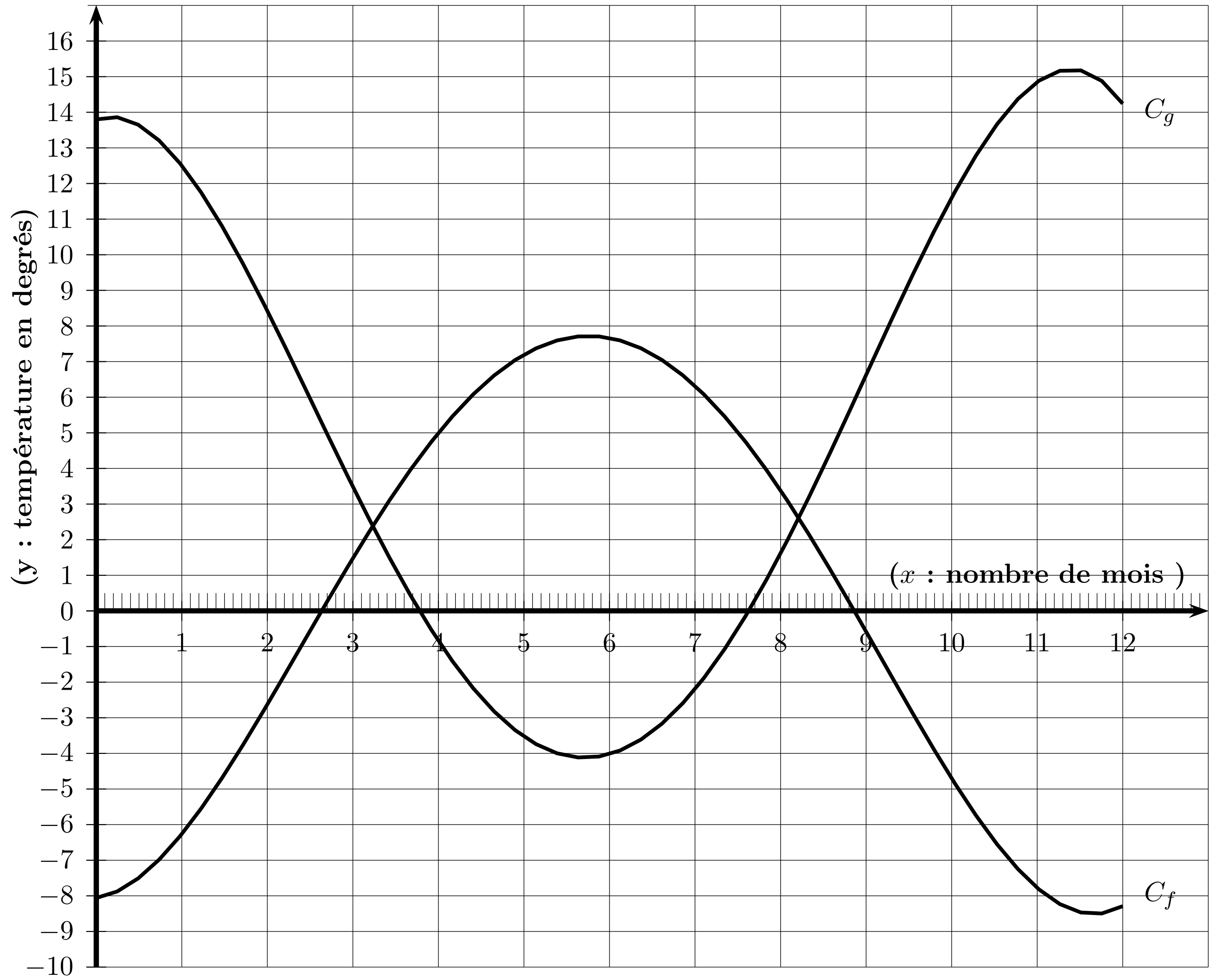
$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in ...$

(c) on peut compléter le tableau de ... ci dessous

valeur de x	...		...		...		...		...
signe de $f(x)$		...	...	...	...	...	...	...	

2. **Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B**

   Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



   (a) **déterminer graphiquement le tableau de signes de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (b) **déterminer graphiquement le tableau de signes de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

3. (a) **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 7$**
      - i. **résoudre l'équation $f(x) = 0$**
      - ii. **résoudre l'inéquation $f(x) > 0$**
      - iii. **résoudre l'inéquation $f(x) < 0$**
      - iv. **en déduire le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les commentaires associés**

   (b) **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -7x + 3$**
      - i. **résoudre l'équation $f(x) = 0$**
      - ii. **résoudre l'inéquation $f(x) > 0$**
      - iii. **résoudre l'inéquation $f(x) < 0$**
      - iv. **en déduire le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les commentaires associés**

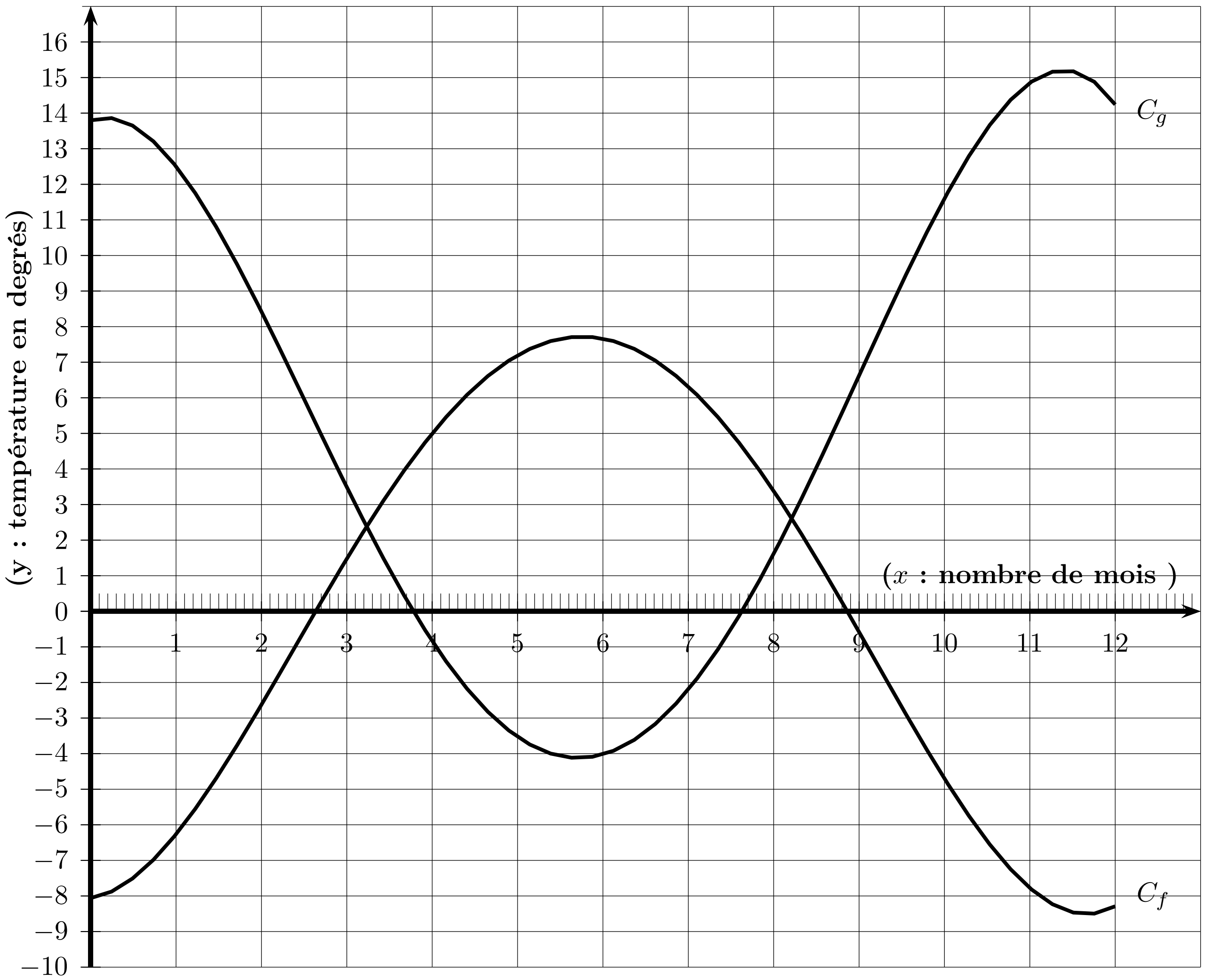
   (c) **déduire des deux questions précédentes le tableau de signes de $(3x - 7)(-7x + 3)$**

   (d) **déduire des deux questions précédentes le tableau de signes de $\dfrac{3x-7}{-7x+3}$**

7.1.2 activité : 1 ne pas confondre "signe" et "variations"

1. **Données :**
   Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

   Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



2. **Questions**
   (a) **déterminer graphiquement le tableau de signes de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (b) **déterminer graphiquement le tableau de variations de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (c) **donner les extremums de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et les valeurs de x associées**

   (d) **déterminer graphiquement le tableau de signes de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (e) **déterminer graphiquement le tableau de variations de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et donner les commentaires associés.**

   (f) **donner les extremums de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ et les valeurs de x associées**

7.1.3 activité 2

1. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 7$**
   (a) **résoudre l'équation $f(x) = 0$**
   (b) **résoudre l'inéquation $f(x) > 0$**
   (c) **résoudre l'inéquation $f(x) < 0$**
   (d) **en déduire le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les commentaires associés**

2. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -7x + 3$**
   (a) **résoudre l'équation $f(x) = 0$**
   (b) **résoudre l'inéquation $f(x) > 0$**
   (c) **résoudre l'inéquation $f(x) < 0$**
   (d) **en déduire le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les commentaires associés**

3. **déduire des deux questions précédentes le tableau de signes de $(3x - 7)(-7x + 3)$**

7.2 corrigé activités

7.2.1 corrigé activité 1

7.2.2 corrigé activité 2

1. **soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 7$**

   (a) $f(x) = 0$
   $3x - 7 = 0$
   $3x = 7$
   $x = \dfrac{7}{3}$

   (b) $f(x) > 0$
   $3x - 7 > 0$
   $3x > 7$
   $x > \dfrac{7}{3}$

   (c) $f(x) < 0$
   $3x - 7 < 0$
   $3x < 7$
   $x < \dfrac{7}{3}$

   (d) **on en déduit le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les commentaires associés**

valeur de x	$-\infty$ $\qquad \dfrac{7}{3} \qquad$ $+\infty$
signe de $3x - 7$	**-** **0** $+$

commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\dfrac{7}{3}\} \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty\ ;\ \dfrac{7}{3}[\\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in]\dfrac{7}{3}\ ;\ +\infty[\end{cases}$

2. soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -7x + 3$

(a) $f(x) = 0$

$-7x + 3 = 0$

$-7x = -3$

$x = \dfrac{-3}{-7} = \dfrac{3}{7}$

(b) $f(x) > 0$

$-7x + 3 > 0$

$-7x > -3$

$x < \dfrac{-3}{-7}$

$x < \dfrac{3}{7}$

(c) $f(x) < 0$

$-7x + 3 < 0$

$-7x < -3$

$x > \dfrac{-3}{-7}$

$x > \dfrac{3}{7}$

(d) on en déduit le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les commentaires associés

valeur de x	$-\infty$		$\frac{3}{7}$		$+\infty$
signe de $-7x+3$		$+$	**0**	**-**	

commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\frac{3}{7}\} \\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in \,]-\infty\ ;\ \frac{3}{7}[\\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in \,]\frac{3}{7}\ ;\ +\infty[\end{cases}$

3. on déduit des deux questions précédentes le tableau de signes de $(3x-7)(-7x+3)$

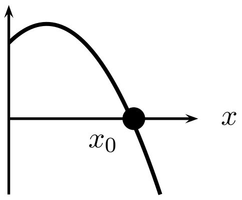
valeur de x	$-\infty$		$\frac{3}{7}$		$\frac{7}{3}$		$+\infty$
signe de $3x-7$		**-**	$\vert$	**-**	**0**	$+$	
signe de $-7x+3$		$+$	**0**	**-**	$\vert$	**-**	
signe de $(3x-7)(-7x+3)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	

commentaires : $\begin{cases} (3x-7)(-7x+3) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{\frac{3}{7}\ ;\ \frac{7}{3}\} \\ (3x-7)(-7x+3) > 0 \Longleftrightarrow x \in]\frac{3}{7}\ ;\ \frac{7}{3}[\\ (3x-7)(-7x+3) < 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty\ ;\ \frac{3}{7}[\, \cup\,]\frac{7}{3}\ ;\ +\infty[\end{cases}$

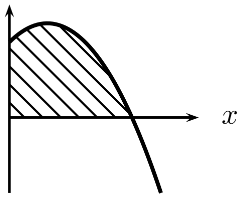
7.3 a retenir

définition 3 : *(signe d'une fonction)*

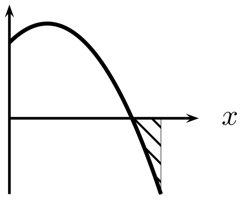
quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,



la fonction f est nulle en $x_0 \in I$
équivaut à
$\boxed{f(x_0) = 0}$



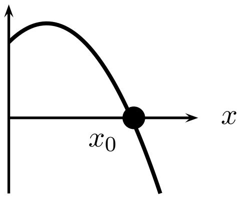
la fonction f est strictement positive sur I
équivaut à
quel que soit $x \in I$ $\boxed{f(x) > 0}$



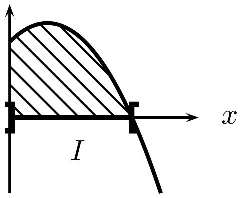
la fonction f est strictement négative sur I
équivaut à
quel que soit $x \in I$ $\boxed{f(x) < 0}$

propriété 1 : *(signe d'une fonction et graphique)*

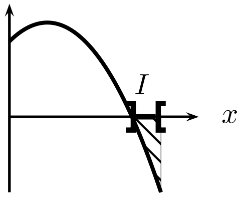
quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,



la fonction f est nulle en $x_0 \in I$
équivaut à
$\boxed{\text{la courbe } C_f \text{ de } f \text{ coupe l'axe des abscisses en } x_0}$



la fonction f est strictement positive sur I
équivaut à
$\boxed{C_f \text{ est strictement au dessus de l'axe des } x \text{ pour tout } x \in I}$



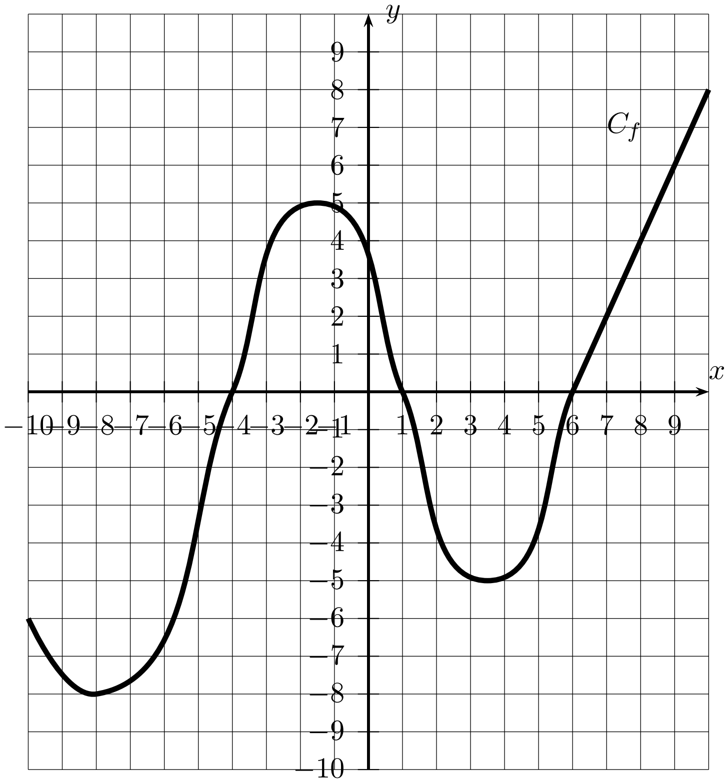
la fonction f est strictement négative sur I
équivaut à
$\boxed{C_f \text{ est strictement en dessous de l'axe des } x \text{ pour tout } x \in I}$

démonstration *(cette propriété est admise)*

Remarque :
cette propriété peut permettre de déterminer le signe d'une fonction graphiquement.

7.4 exercices

exercice 17 : **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**

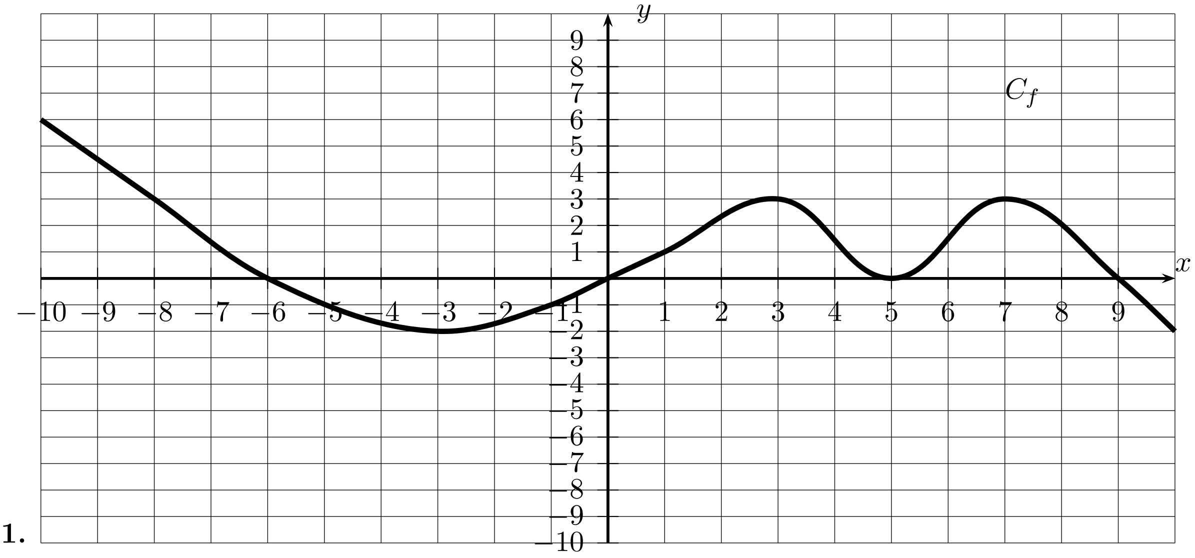


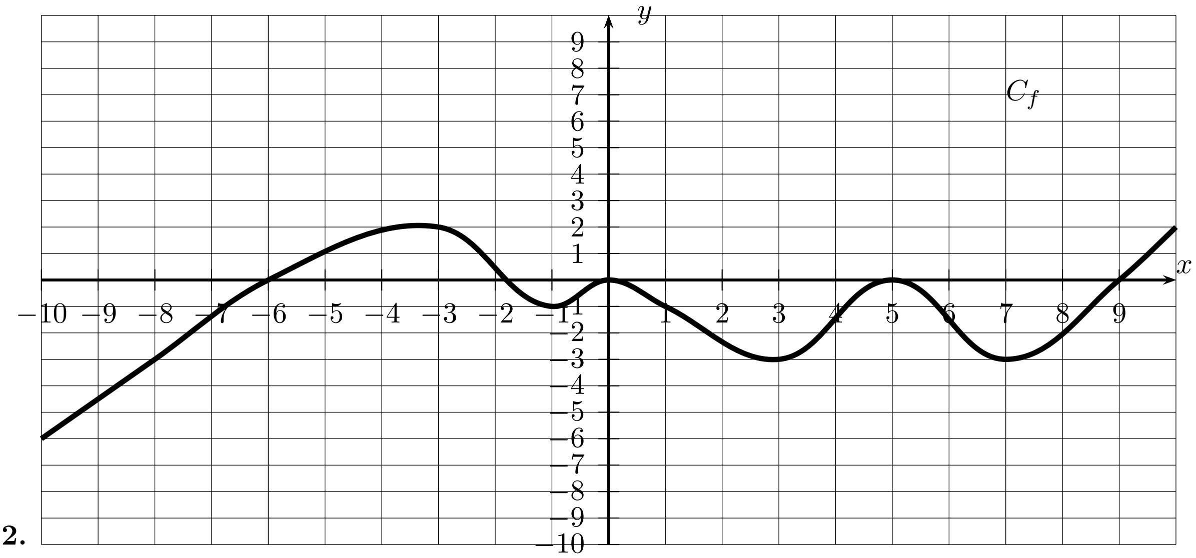
1. **donner le tableau de signes de f sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$ ainsi que les commentaires associées**
2. **construire dans le repère ci contre la courbe C_g d'une fonction g telle que :**

$$\begin{cases} g(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{-7;\ -2;\ 4;\ 7\} \\ g(x) > 0 \textbf{ sur }]\ -10\ ;\ -7\ [\\ g(x) > 0 \textbf{ sur }]\ -7\ ;\ -2\ [\\ g(x) < 0 \textbf{ sur }]\ -2\ ;\ 4\ [\\ g(x) > 0 \textbf{ sur }]\ 4\ ;\ 7\ [\\ g(x) < 0 \textbf{ sur }]\ 7\ ;\ 10\ [\end{cases}$$

3. **donner le tableau de signes de g**

exercice 18 :
déterminer le tableau de signes commenté de la f dont on dispose du graphique ci dessous

1. 

2. 

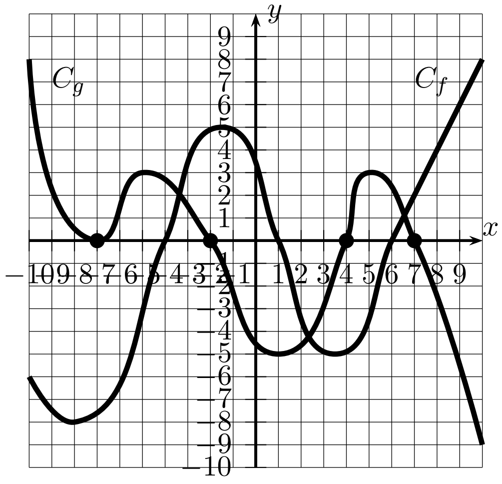
exercice 19 :

1. **soit** $f(x) = (2x - 10)(5x + 15)$ **pour** $x \in]-\infty\ ;\ +\infty[$,
   (a) **en résolvant les équations et inéquations nécessaires, déterminer les tableaux de signes de** $2x - 10$ **et** $5x + 15$
   (b) **en déduire le tableau de signes de** f **algébriquement et donner les commentaires associés.**

2. **soit** $g(x) = \dfrac{10x - 2}{15x - 5}$ **pour** $x \in]-\infty\ ;\ \dfrac{1}{3}[\cup]\dfrac{1}{3}\ ;\ +\infty[$,
   (a) **en résolvant les équations et inéquations nécessaires, déterminer les tableaux de signes de** $10x - 2$ **et** $15x - 5$
   (b) **en déduire le tableau de signes de** g **algébriquement et donner les commentaires associés.**

7.5 corrigés exercices

<u>corrigé exercice 15 :</u> **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**



(a) **tableau de signes de f sur $[\ -10\ ;\ 10\ ]$**
et commentaires associées

valeur de x	-10		-4		1		6		10
signe de $f(x)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

commentaires : $\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{-4\ ;\ 1\ ;\ 6;\} \\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in]\ -4\ ;\ -1\ [\ \cup\ ]\ 6\ ;\ 10\ ] \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in [\ -10\ ;\ -4\ [\ \cup\ ]\ 1\ ;\ 6\ [\end{cases}$

(b) **courbe C_g d'une fonction g**
telle que :

$$\begin{cases} g(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{-7;\ -2;\ 4;\ 7\} \\ g(x) > 0 \textbf{ sur }]\ -10\ ;\ -7\ [\\ g(x) > 0 \textbf{ sur }]\ -7\ ;\ -2\ [\\ g(x) < 0 \textbf{ sur }]\ -2\ ;\ 4\ [\\ g(x) > 0 \textbf{ sur }]\ 4\ ;\ 7\ [\\ g(x) < 0 \textbf{ sur }]\ 7\ ;\ 10\ [\end{cases}$$

(c) **tableau de signes de g**

valeur de x	-10		7		-1		4		7		10
signe de $g(x)$		$+$	**0**	$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	

<u>corrigé exercice 16 :</u>

(a) **soit $f(x) = (2x - 10)(5x + 15)$ pour $x \in]-\infty\ ;\ +\infty[$,**

- **i. en résolvant les équations et inéquations nécessaires, déterminer les tableaux de signes de $2x - 10$ et $5x + 15$**
- **ii. en déduire le tableau de signes de f algébriquement et donner les commentaires associés.**

(b) **soit $g(x) = \dfrac{10x - 2}{15x - 5}$ pour $x \in]-\infty\ ;\ \dfrac{1}{3}[\ \cup\ ]\dfrac{1}{3}\ ;\ +\infty[$,**

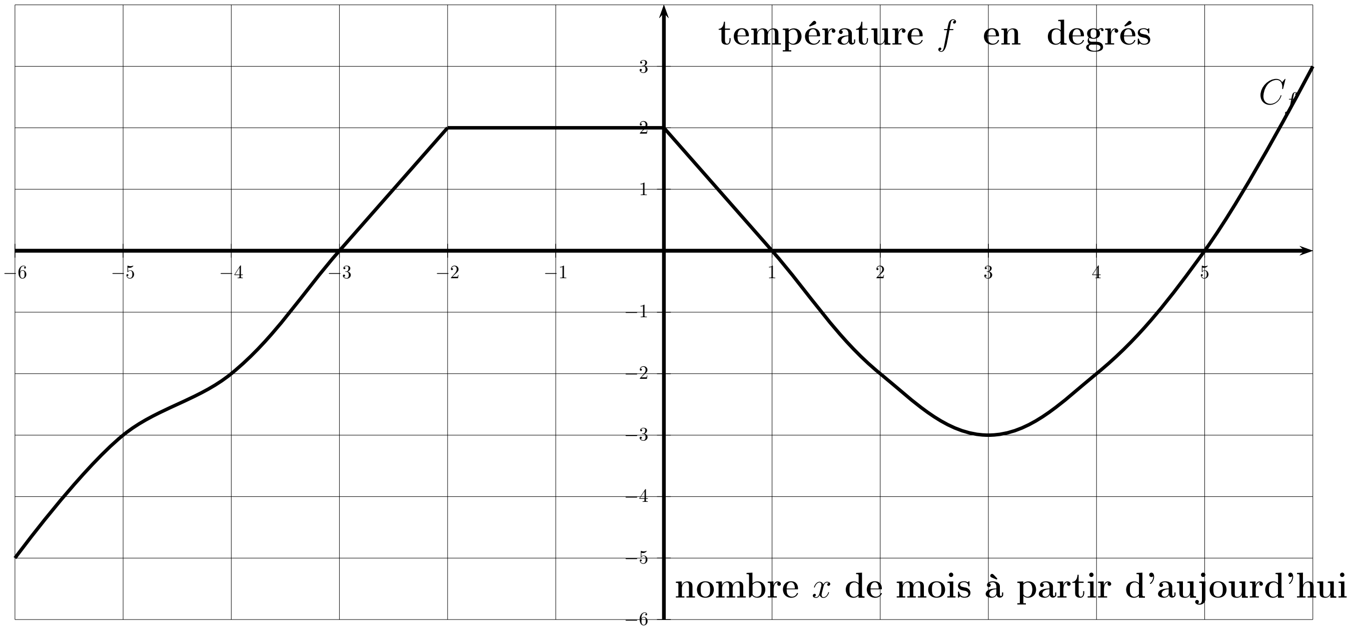
- **i. en résolvant les équations et inéquations nécessaires, déterminer les tableaux de signes de $10x - 2$ et $15x - 5$**
- **ii. en déduire le tableau de signes de g algébriquement et donner les commentaires associés.**

8 Equations avec une ou des fonctions

8.1 activités

8.1.1 activité 0

1\.



• la température est égale à -2 pour les mois ... , ... et ...

car la courbe de f ... la droite d'équation $y =$ ... en $x =$ ... ou $x =$ ... ou $x =$ ...

l'équation $f(x) = -2$ admet pour ensemble de solutions $S = \{... \quad ; \quad ... \quad ; \quad ... \quad \}$

• la température est égale à 3 pour ...

car la courbe de f ...

l'équation $f(x) = 3$ a pour ensemble de solutions $S =$ ...

• la température est égale à 4 pour ...

car la courbe de f ...

l'équation $f(x) =$ .. a pour ensemble de solutions $S =$ ...

• la température est égale à 2 pour ...

car la courbe de f ...

l'équation $f(x) =$ ... a pour ensemble de solutions $S =$ ...

• la température est nulle pour ...

car la courbe de f ...

l'équation ... a pour ensemble de solutions ...

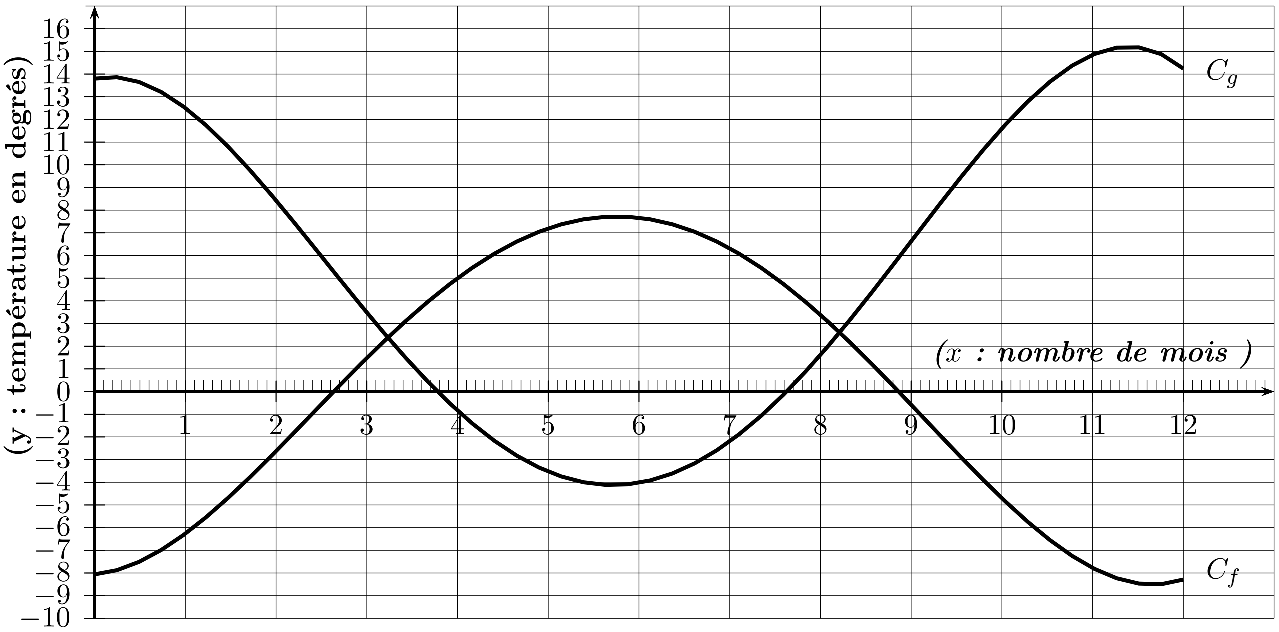
• la température ...

car la courbe de f ...

l'équation $f(x) = -3$ a pour ensemble de solutions ...

2. Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



(a) **Il fait la même température dans les villes A et B**

pour les nombres de mois ...

car les courbes de f et ...

l'équation $f(x) = g(x)$ admet pour ensemble de solutions $S = ...$

3. soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 10$ et $g(x) = 8x - 12$ résoudre chacune des équations suivantes

(a) $f(x) = 50$

(b) $g(x) = 50$

(c) $f(x) = g(x)$

4. soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x^2 + 10$ et $g(x) = 8x^2 - 12$ résoudre chacune des équations suivantes

(a) $f(x) = -10$

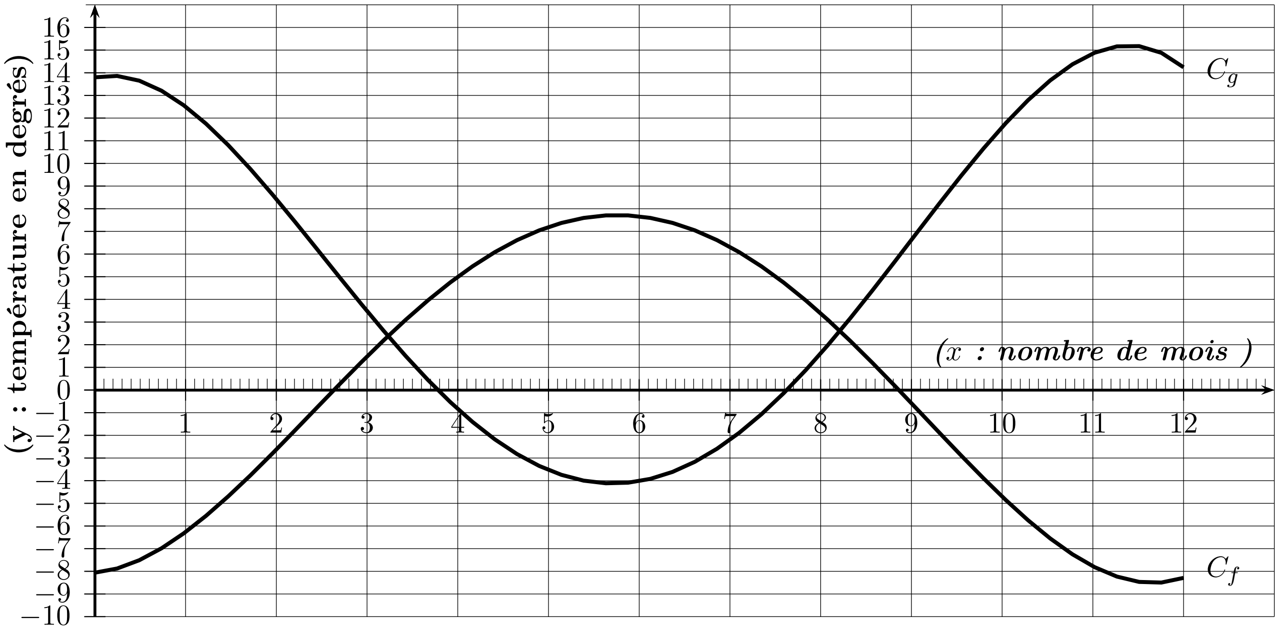
(b) $g(x) = 60$

(c) $f(x) = g(x)$

8.1.2 activité 1

I. Données :
Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



II. Questions

1. **résoudre graphiquement les équations suivantes pour $x \in [0\ ;\ 12]$**
   - **a.** $g(x) = 10$
   - **b.** $f(x) = 10$
   - **c.** $g(x) = -6$
   - **d.** $f(x) = -6$
   - **e.** $f(x) = g(x)$
2. **résoudre graphiquement les inéquations suivantes pour pour $x \in [0\ ;\ 12]$**
   - **a.** $g(x) > 10$
   - **b.** $g(x) \leq 10$
   - **c.** $f(x) < -6$
   - **d.** $f(x) \geq -6$
   - **e.** $f(x) > g(x)$
   - **f.** $f(x) \leq g(x)$

8.1.3 activité 2

soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 10$ et $g(x) = 8x - 12$

(a) résoudre chacune des équations suivantes
   - **i.** $f(x) = 50$
   - **ii.** $g(x) = 50$
   - **iii.** $f(x) = g(x)$

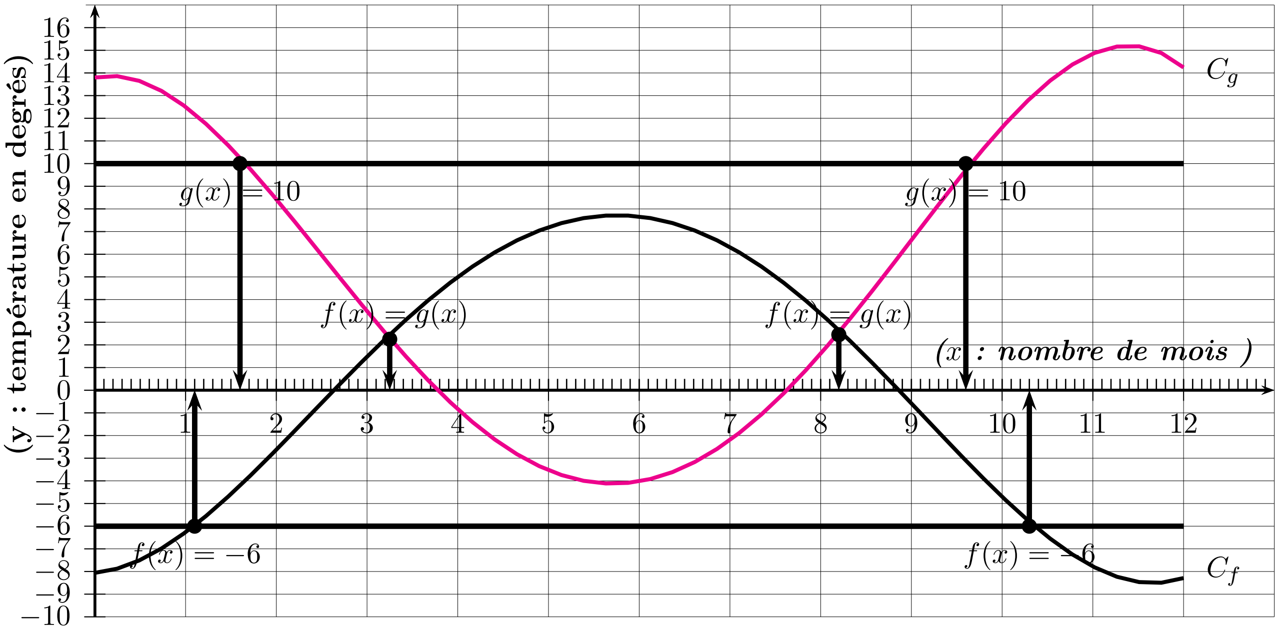
(b) résoudre chacune des inéquations suivantes
   - **i.** $f(x) > 60$
   - **ii.** $g(x) < 60$
   - **iii.** $f(x) > g(x)$

8.2 corrigé activités

8.2.1 corrigé activité 1

I. Données :
Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



II. Questions

1. **résoudre graphiquement les équations suivantes pour $x \in [0 \ ; \ 12]$**

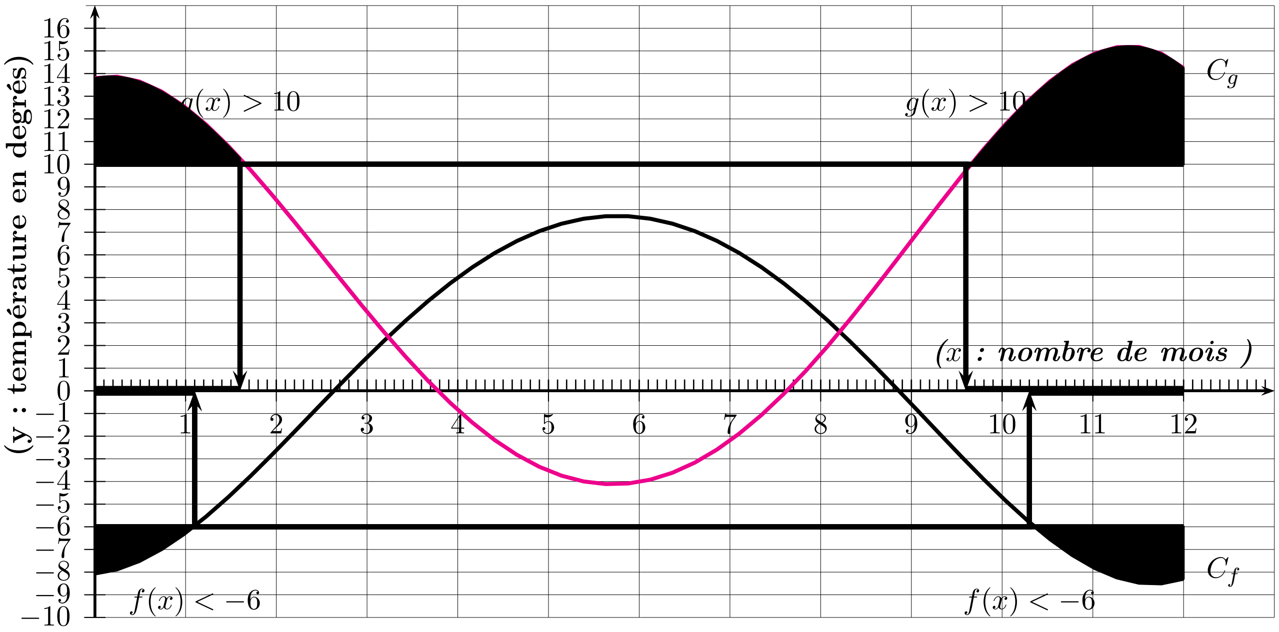
   a. $g(x) = 10 \iff x \in \{ \ 1,6 \ ; \ 9,6 \ \}$ **on note** $\boxed{S = \{ \ 1,6 \ ; \ 9,6 \ \}}$

   b. $f(x) = 10$ **pour aucune valeur de** x **on note** $S = \{\}$ **ou** $\boxed{S = \phi}$

   c. $g(x) = -6$ **pour aucune valeur de** x **on note** $S = \{\}$ **ou** $\boxed{S = \phi}$

   d. $f(x) = -6 \iff x \in \{ \ 1,1 \ ; \ 10,3 \ \}$ **on note** $\boxed{S = \{ \ 1,1 \ ; \ 10,3 \ \}}$

   e. $f(x) = g(x) \iff x \in \{ \ 3,3 \ ; \ 8,2 \ \}$ **on note** $\boxed{S = \{ \ 3,3 \ ; \ 8,2 \ \}}$



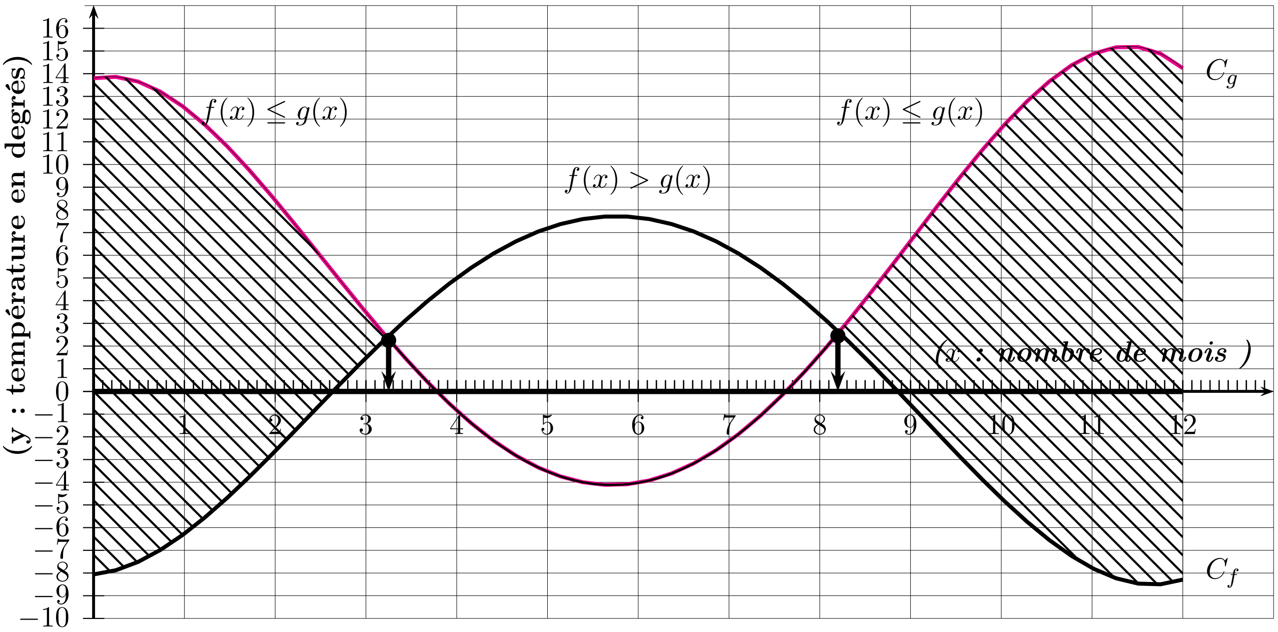
2. résoudre graphiquement les inéquations suivantes pour pour $x \in [0\ ;\ 12]$

a. $g(x) > 10 \iff x \in [0\ ;\ \simeq 1,6[\cup] \simeq 9,6\ ;\ 12]$ **soit** $\boxed{S = [0\ ;\ \simeq 1,6[\cup] \simeq 9,6\ ;\ 12]}$

b. $g(x) \leq 10 \iff x \in [\ 1,6\ ;\ 9,6\ ]$ **soit** $\boxed{S = [\ 1,6\ ;\ 9,6\ ]}$

c. $f(x) < -6 \iff x \in [0\ ;\ \simeq 1,1[\cup] \simeq 10,3\ ;\ 12]$ **soit** $\boxed{S = [0\ ;\ \simeq 1,1[\cup] \simeq 10,3\ ;\ 12]}$

d. $f(x) \geq -6 \iff x \in [\ 1,1\ ;\ 10,3\ ]$ **soit** $\boxed{S = [\ 1,1\ ;\ 10,3\ ]}$



e. $f(x) > g(x) \Longleftrightarrow x \in]\ 3,3\ ;\ 8,2\ [$ **on note** $\boxed{S =]\ 3,3\ ;\ 8,2\ [}$

f. $f(x) \leq g(x) \Longleftrightarrow x \in [0\ ;\ \simeq 3,3]\ \cup\ [\simeq 8,2\ ;\ 12]$ **soit** $\boxed{S = [0\ ;\ \simeq 3,3]\ \cup\ [\simeq 8,2\ ;\ 12]}$

8.2.2 corrigé activité 2

soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 10$ et $g(x) = 8x - 12$

(a) **résoudre chacune des équations suivantes**

i. $f(x) = 50$

$-5x + 10 = 0$

$-5x = -10$

$x = \dfrac{-10}{-5}$

$x = 2$

vérifions : $f(2) = -5 \times 2 + 10 = 0$

$\boxed{S = \{2\}}$

ii. $g(x) = 50$

$8x - 12 = 0$

$8x = 12$

$x = \dfrac{12}{8}$

$x = 1,5$

vérifions : $f(1,5) = 8 \times 1,5 - 12 = 0$

$\boxed{S = \{1,5\}}$

iii. $f(x) = g(x)$

$-5x + 10 = 8x - 12$

$-5x - 8x = -12 - 10$

$-13x = -22$

$x = \dfrac{-22}{-13}$

$x = \dfrac{22}{13}$

vérifions :

$f(\dfrac{22}{13}) = -5 \times \dfrac{22}{13} + 10 = \dfrac{20}{13}$

$g(\dfrac{22}{13}) = 8 \times \dfrac{22}{13} - 12 = \dfrac{20}{13}$

$\boxed{S = \{\dfrac{22}{13}\}}$

(b) résoudre chacune des inéquations suivantes

i. $f(x) > 60$

$\iff -5x + 10 > 60$

$\iff -5x > 50$

$\iff x < \dfrac{50}{-5}$

$\iff x < -10$

$\boxed{S =]-\infty\ ;\ -10\ [}$

ii. $g(x) < 60$

$\iff 8x - 12 > 60$

$\iff 8x > 72$

$\iff x > \dfrac{72}{8}$

$\iff x > 9$

$\boxed{S =]\ 9\ ;\ +\infty\ [}$

iii. $f(x) > g(x)$

$\iff -5x + 10 > 8x - 12$

$\iff -5x - 8x > -12 - 10$

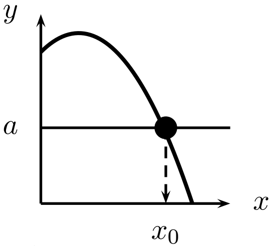
$\iff -13x > -22$

$\iff x < \dfrac{-22}{-13}$

$\iff x < \dfrac{22}{13}$

$\boxed{S =]-\infty\ ;\ \dfrac{22}{13}\ [}$

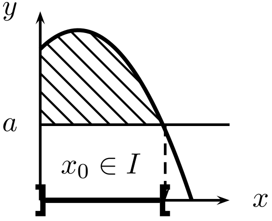
8.3 a retenir



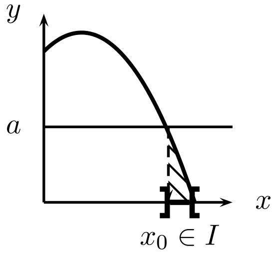
propriété 2 : *(équations, inéquations, fonctions et graphique)*

quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,

$f(x_0) = a$
équivaut à
la courbe C_f de f coupe la droite d'équation $y = a$ en x_0



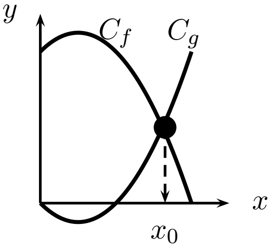
$f(x_0) > a$
équivaut à
C_f est strictement au dessus de la droite d'équation $y = a$ en x_0



$f(x_0) < a$
équivaut à
C_f est strictement en dessous de la droite d'équation $y = a$ en x_0

démonstration *(cette propriété est admise)*

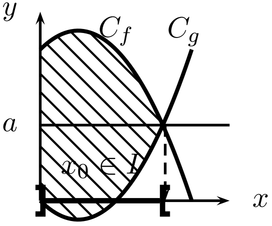
Remarque :
cette propriété peut permettre de résoudre des équations et inéquations graphiquement.



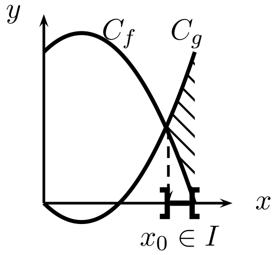
propriété 3 : *(équations, inéquations, fonctions et graphique)*

quelles que soient les fonctions f et g définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,

$f(x_0) = g(x_0)$
équivaut à
la courbe C_f de f coupe la courbe C_g de g en x_0



$f(x_0) > g(x_0)$
équivaut à
C_f est strictement au dessus C_g en x_0



$f(x_0) < g(x_0)$
équivaut à
C_f est strictement en dessous C_g en x_0

démonstration *(cette propriété est admise)*

Remarque :
cette propriété peut permettre de résoudre des équations et inéquations graphiquement.

8.4 exercices

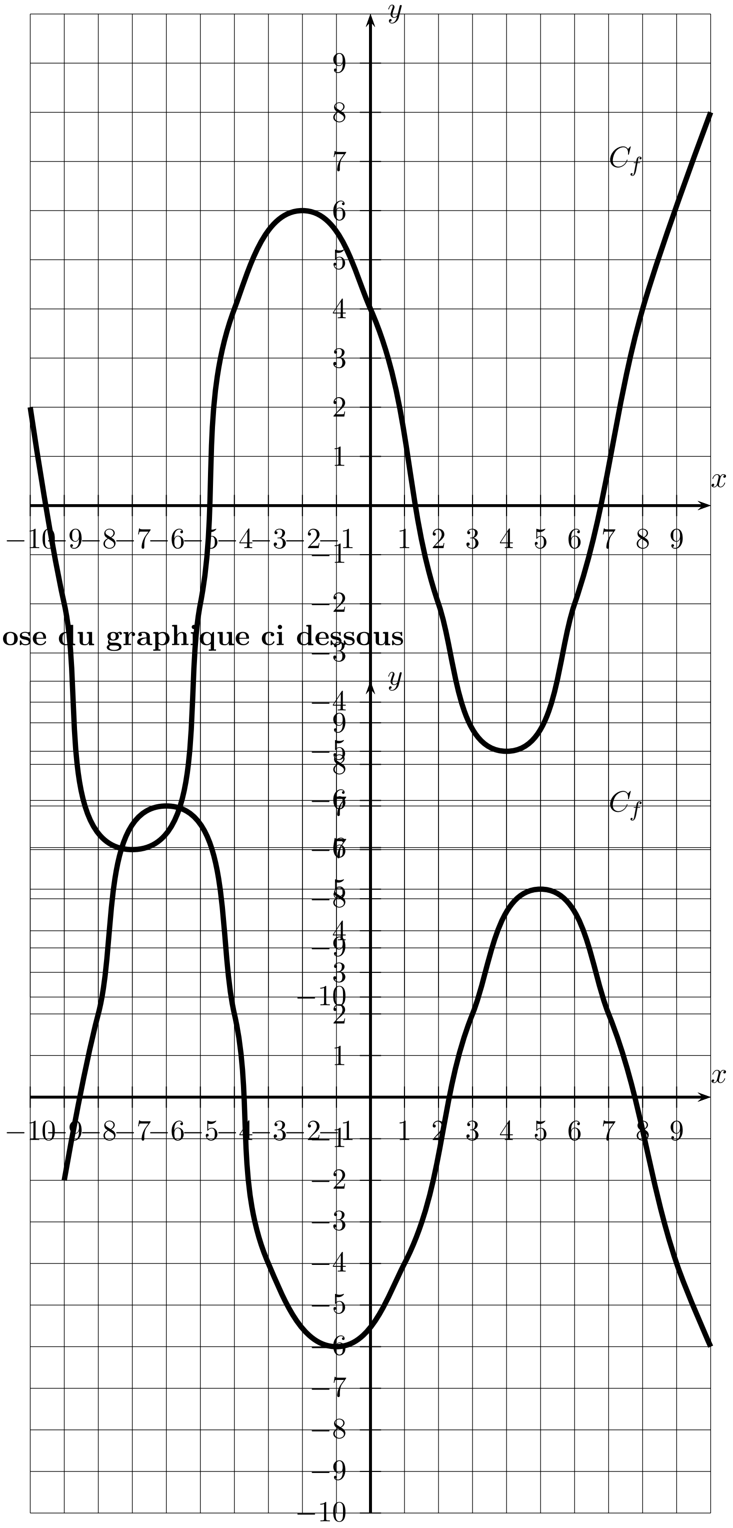
<u>exercice 20 :</u> **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**

- **(a) résoudre graphiquement**
  - **i.** $f(x) = 9$
  - **ii.** $f(x) = 6$
  - **iii.** $f(x) = 4$
  - **iv.** $f(x) = -2$
  - **v.** $f(x) = -7$
  - **vi.** $f(x) = -8$
- **(b) construire dans le repère ci contre la courbe C_g d'une fonction g telle que :**

$$\begin{cases} g(x) = 8 \Longleftrightarrow x \in \{-7;\ 5\} \\ \end{cases}$$

<u>exercice 21 :</u> **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**

- **(a) résoudre graphiquement**
  - **i.** $f(x) = -8$
  - **ii.** $f(x) = -6$
  - **iii.** $f(x) = -4$
  - **iv.** $f(x) = 2$
  - **v.** $f(x) = 7$
  - **vi.** $f(x) = 8$



exercice 22 :

soient $f(x) = 2x - 10$ **et** $g(x) = 5x + 15$ **définies sur** $\mathbb{R}$,
résoudre algébriquement :

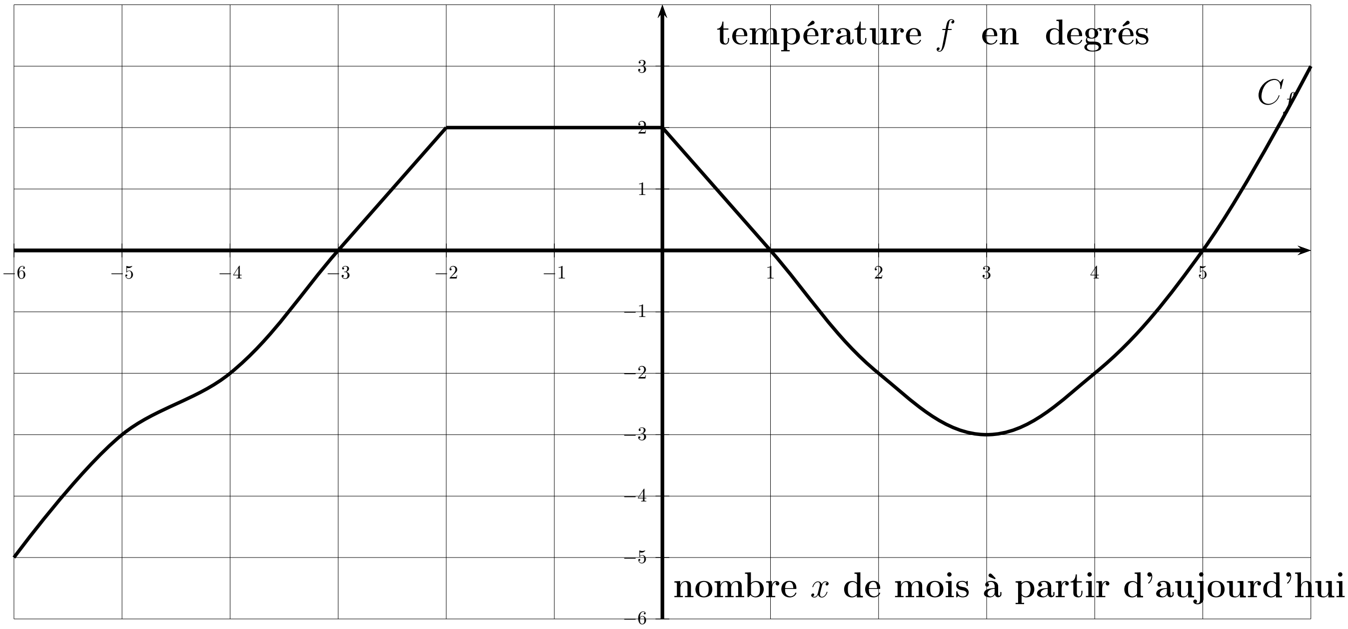
i. $f(x) = 100$
ii. $g(x) = 100$
iii. $f(x) = g(x)$
iv. $f(x) > 60$
v. $g(x) < 60$
vi. $f(x) < g(x)$

9 Inéquations avec une ou des fonctions

9.1 activités

9.1.1 activité 0

1.



• **la température est inférieure stricte à -3 pour les mois ...**

car la courbe de f est ... de la droite d'équation $y = ...$ pour x

l'inéquation $f(x) < -3$ admet pour ensemble de solutions $S = ...$

• **la température est supérieure stricte à -3 pour ...**

car la courbe de f ...

l'inéquation $f(x) > -3$ a pour ensemble de solutions $S = ...$

• **la température est supérieure ou égale à 2 pour ...**

car la courbe de f ...

l'inéquation $f(x) \geq ..$ a pour ensemble de solutions $S = ...$

• **la température est inférieure ou égale à 2 pour ...**

car la courbe de f ...

l'inéquation $f(x)...$ a pour ensemble de solutions $S = ...$

• **la température est strictement supérieure à 2 pour ...**

car la courbe de f ...

l'inéquation ... a pour ensemble de solutions ...

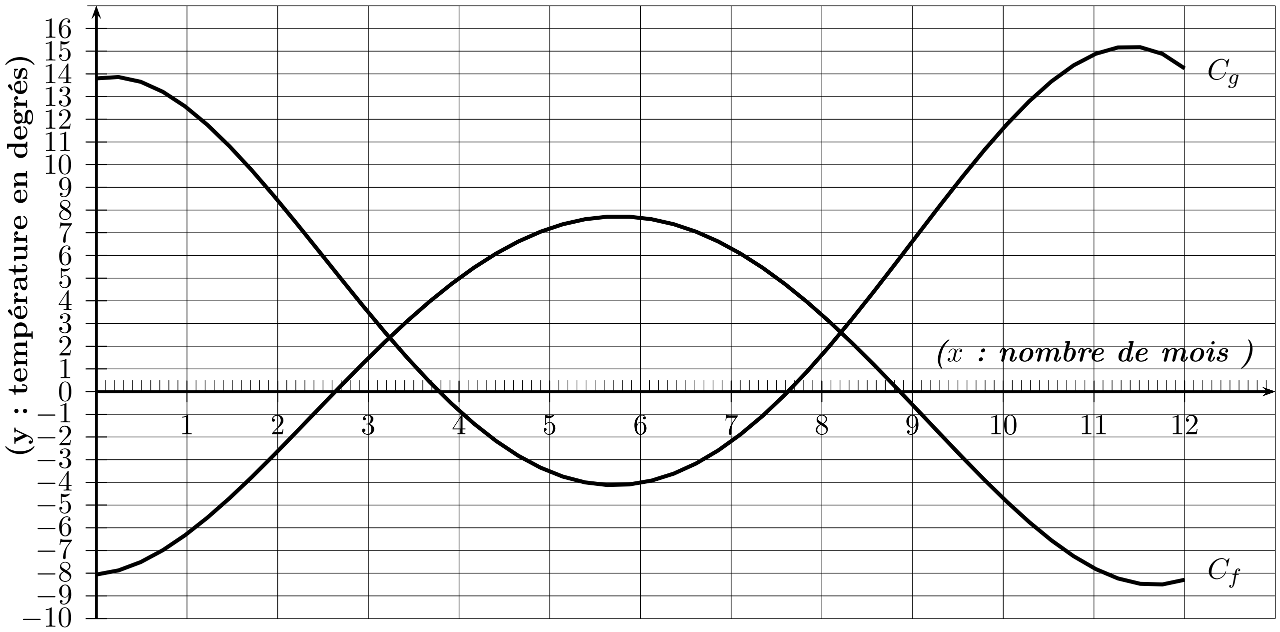
• **la température ...**

car la courbe de f ...

l'inéquation $f(x) > 3$ a pour ensemble de solutions ...

2. Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



(a) **Il fait strictement plus chaud dans la ville A que dans la ville B**

pour les nombres de mois ...

car la courbes de f est ...

l'inéquation $f(x) > g(x)$ admet pour ensemble de solutions $S = ...$

(b) **Il fait la même température ou plus froid dans la ville A que dans la ville B**

pour les nombres de mois ...

car la courbes de f est ...

l'inéquation $f(x)...\quad g(x)$ admet pour ensemble de solutions $S = ...$

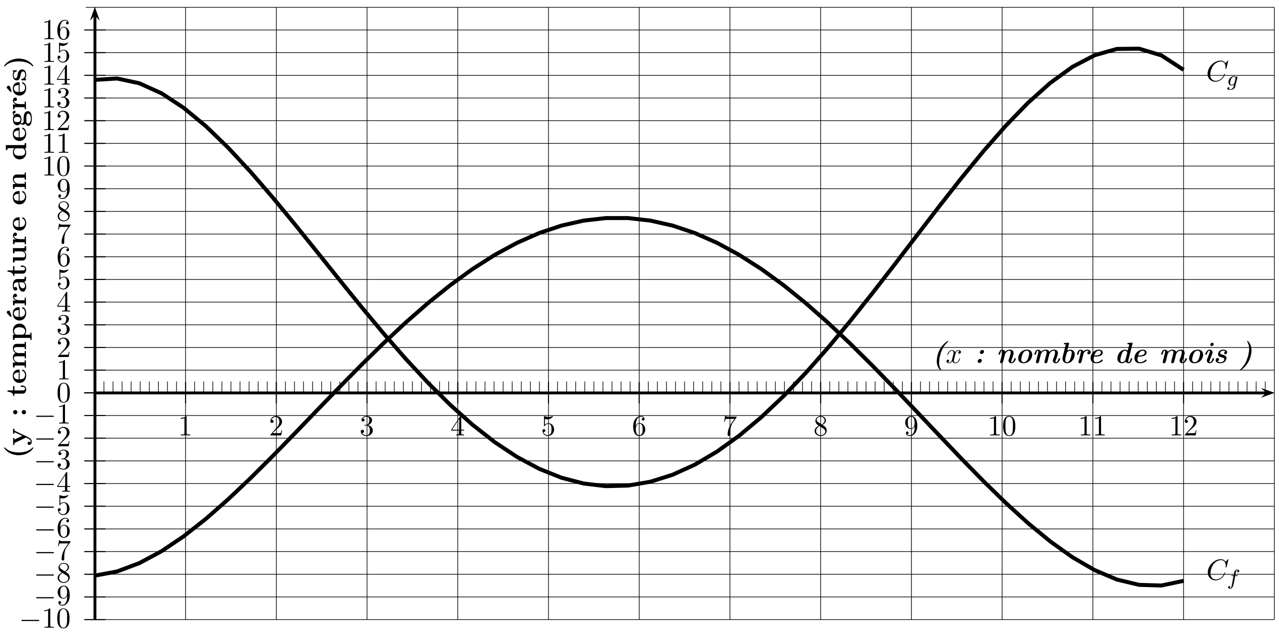
3. soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 10$ et $g(x) = 8x - 12$ résoudre chacune des inéquations suivantes

(a) $f(x) > 50$ **(b)** $g(x) < 50$ **(c)** $f(x) \geq g(x)$

9.1.2 activité 1

I. Données :
Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



II. Questions

1. **résoudre graphiquement les équations suivantes pour $x \in [0\ ;\ 12]$**
   - **a.** $g(x) = 10$
   - **b.** $f(x) = 10$
   - **c.** $g(x) = -6$
   - **d.** $f(x) = -6$
   - **e.** $f(x) = g(x)$
2. **résoudre graphiquement les inéquations suivantes pour pour $x \in [0\ ;\ 12]$**
   - **a.** $g(x) > 10$
   - **b.** $g(x) \leq 10$
   - **c.** $f(x) < -6$
   - **d.** $f(x) \geq -6$
   - **e.** $f(x) > g(x)$
   - **f.** $f(x) \leq g(x)$

9.1.3 activité 2

soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 10$ et $g(x) = 8x - 12$

(a) résoudre chacune des équations suivantes
- **i.** $f(x) = 50$
- **ii.** $g(x) = 50$
- **iii.** $f(x) = g(x)$

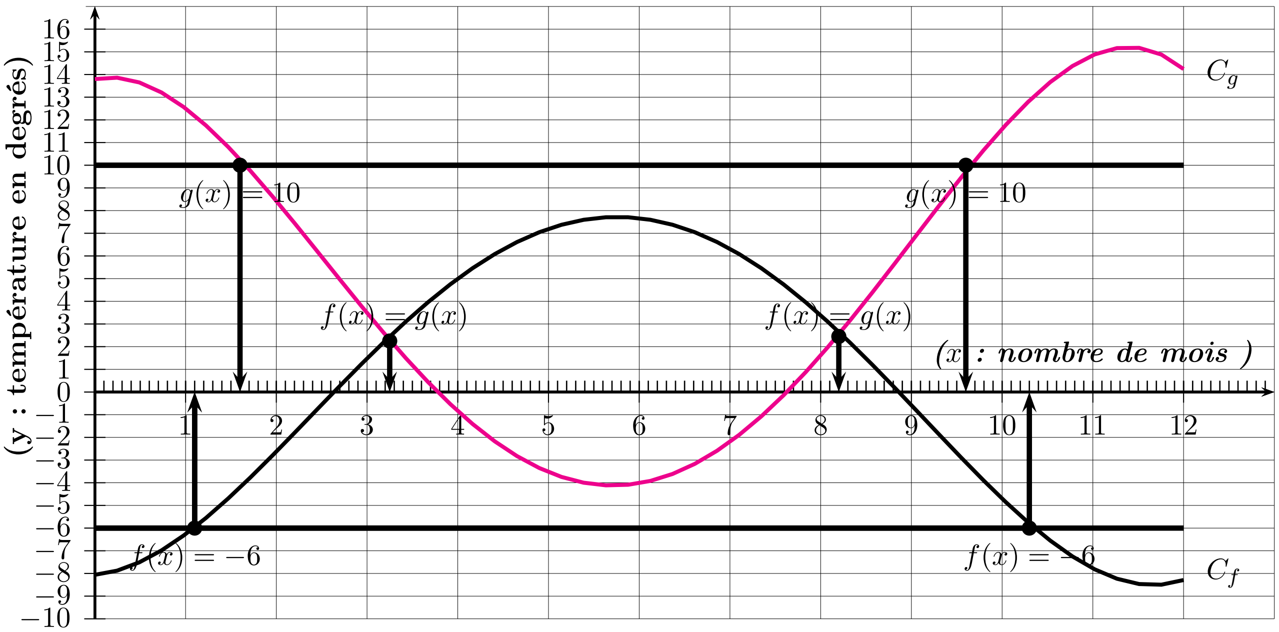
(b) résoudre chacune des inéquations suivantes
- **i.** $f(x) > 60$
- **ii.** $g(x) < 60$
- **iii.** $f(x) > g(x)$

9.2 corrigé activités

9.2.1 corrigé activité 1

I. Données :
Voici des informations concernant la température en degrés en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour deux villes A et B

Courbes représentatives des fonctions f et g : (f pour la ville A)



II. Questions

1. **résoudre graphiquement les équations suivantes pour** $x \in [0\ ;\ 12]$

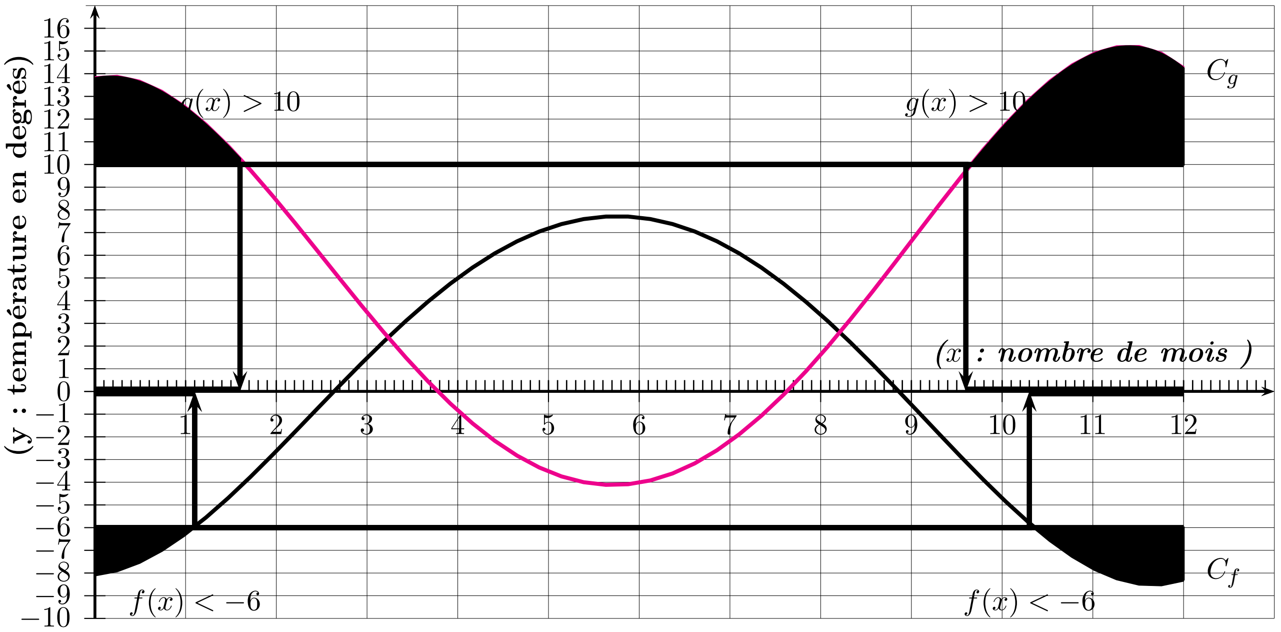
   a. $g(x) = 10 \Longleftrightarrow x \in \{\ 1,6\ ;\ 9,6\ \}$ **on note** $\boxed{S = \{\ 1,6\ ;\ 9,6\ \}}$

   b. $f(x) = 10$ **pour aucune valeur de** x **on note** $S = \{\}$ **ou** $\boxed{S = \phi}$

   c. $g(x) = -6$ **pour aucune valeur de** x **on note** $S = \{\}$ **ou** $\boxed{S = \phi}$

   d. $f(x) = -6 \Longleftrightarrow x \in \{\ 1,1\ ;\ 10,3\ \}$ **on note** $\boxed{S = \{\ 1,1\ ;\ 10,3\ \}}$

   e. $f(x) = g(x) \Longleftrightarrow x \in \{\ 3,3\ ;\ 8,2\ \}$ **on note** $\boxed{S = \{\ 3,3\ ;\ 8,2\ \}}$



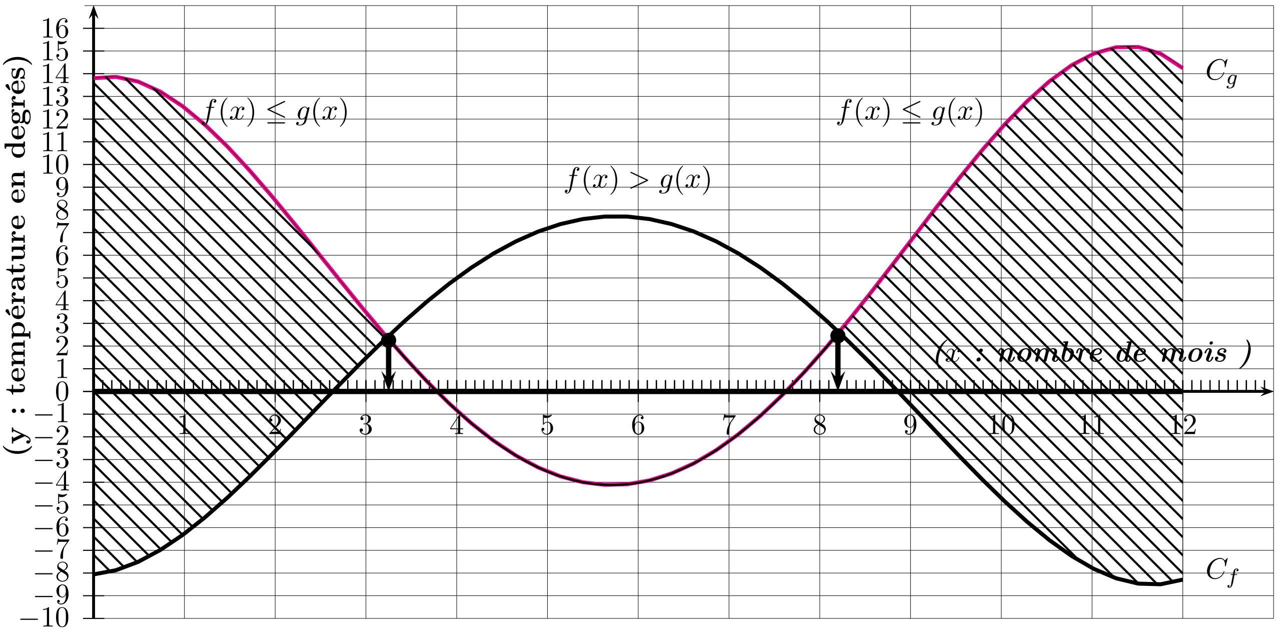
2. **résoudre graphiquement les inéquations suivantes pour pour** $x \in [0\ ;\ 12]$

   a. $g(x) > 10 \iff x \in [0\ ;\ \simeq 1{,}6[\ \cup\ ]\simeq 9{,}6\ ;\ 12]$ **soit** $\boxed{S = [0\ ;\ \simeq 1{,}6[\ \cup\ ]\simeq 9{,}6\ ;\ 12]}$

   b. $g(x) \leq 10 \iff x \in [\ 1{,}6\ ;\ 9{,}6\ ]$ **soit** $\boxed{S = [\ 1{,}6\ ;\ 9{,}6\ ]}$

   c. $f(x) < -6 \iff x \in [0\ ;\ \simeq 1{,}1[\ \cup\ ]\simeq 10{,}3\ ;\ 12]$ **soit** $\boxed{S = [0\ ;\ \simeq 1{,}1[\ \cup\ ]\simeq 10{,}3\ ;\ 12]}$

   d. $f(x) \geq -6 \iff x \in [\ 1{,}1\ ;\ 10{,}3\ ]$ **soit** $\boxed{S = [\ 1{,}1\ ;\ 10{,}3\ ]}$



e. $f(x) > g(x) \Longleftrightarrow x \in]\ 3,3\ ;\ 8,2\ [$ **on note** $\boxed{S =]\ 3,3\ ;\ 8,2\ [}$

f. $f(x) \leq g(x) \Longleftrightarrow x \in [0\ ;\ \simeq 3,3]\ \cup\ [\simeq 8,2\ ;\ 12]$ **soit** $\boxed{S = [0\ ;\ \simeq 3,3]\ \cup\ [\simeq 8,2\ ;\ 12]}$

9.2.2 corrigé activité 2

soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 10$ et $g(x) = 8x - 12$

(a) **résoudre chacune des équations suivantes**

i. $f(x) = 50$

$-5x + 10 = 0$

$-5x = -10$

$x = \dfrac{-10}{-5}$

$x = 2$

vérifions : $f(2) = -5 \times 2 + 10 = 0$

$\boxed{S = \{2\}}$

ii. $g(x) = 50$

$8x - 12 = 0$

$8x = 12$

$x = \dfrac{12}{8}$

$x = 1,5$

vérifions : $f(1,5) = 8 \times 1,5 - 12 = 0$

$\boxed{S = \{1,5\}}$

iii. $f(x) = g(x)$

$-5x + 10 = 8x - 12$

$-5x - 8x = -12 - 10$

$-13x = -22$

$x = \dfrac{-22}{-13}$

$x = \dfrac{22}{13}$

vérifions :

$f(\dfrac{22}{13}) = -5 \times \dfrac{22}{13} + 10 = \dfrac{20}{13}$

$g(\dfrac{22}{13}) = 8 \times \dfrac{22}{13} - 12 = \dfrac{20}{13}$

$\boxed{S = \{\dfrac{22}{13}\}}$

(b) résoudre chacune des inéquations suivantes

i. $f(x) > 60$

$\iff -5x + 10 > 60$

$\iff -5x > 50$

$\iff x < \dfrac{50}{-5}$

$\iff x < -10$

$\boxed{S =]-\infty\ ;\ -10\ [}$

ii. $g(x) < 60$

$\iff 8x - 12 > 60$

$\iff 8x > 72$

$\iff x > \dfrac{72}{8}$

$\iff x > 9$

$\boxed{S =]\ 9\ ;\ +\infty\ [}$

iii. $f(x) > g(x)$

$\iff -5x + 10 > 8x - 12$

$\iff -5x - 8x > -12 - 10$

$\iff -13x > -22$

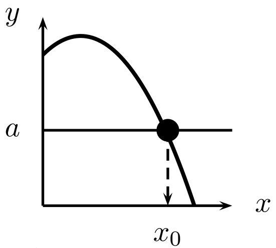
$\iff x < \dfrac{-22}{-13}$

$\iff x < \dfrac{22}{13}$

$\boxed{S =]-\infty\ ;\ \dfrac{22}{13}\ [}$

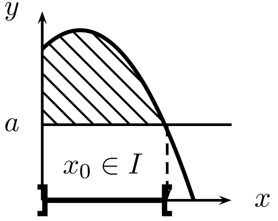
9.3 a retenir

propriété 4 : *(équations, inéquations, fonctions et graphique)*

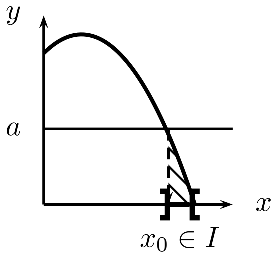


quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,

$f(x_0) = a$
équivaut à
la courbe C_f de f coupe la droite d'équation $y = a$ en x_0



$f(x_0) > a$
équivaut à
C_f est strictement au dessus de la droite d'équation $y = a$ en x_0

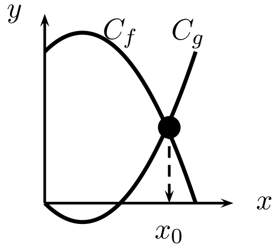


$f(x_0) < a$
équivaut à
C_f est strictement en dessous de la droite d'équation $y = a$ en x_0

démonstration *(cette propriété est admise)*

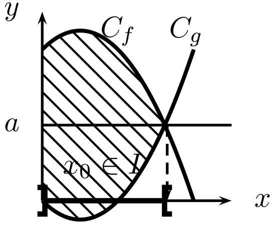
Remarque :
cette propriété peut permettre de résoudre des équations et inéquations graphiquement.

propriété 5 : *(équations, inéquations, fonctions et graphique)*

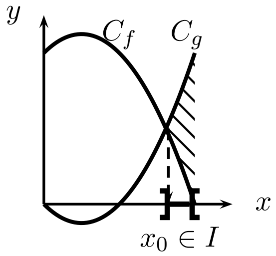


quelles que soient les fonctions f et g définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,

$f(x_0) = g(x_0)$
équivaut à
la courbe C_f de f coupe la courbe C_g de g en x_0



$f(x_0) > g(x_0)$
équivaut à
C_f est strictement au dessus C_g en x_0



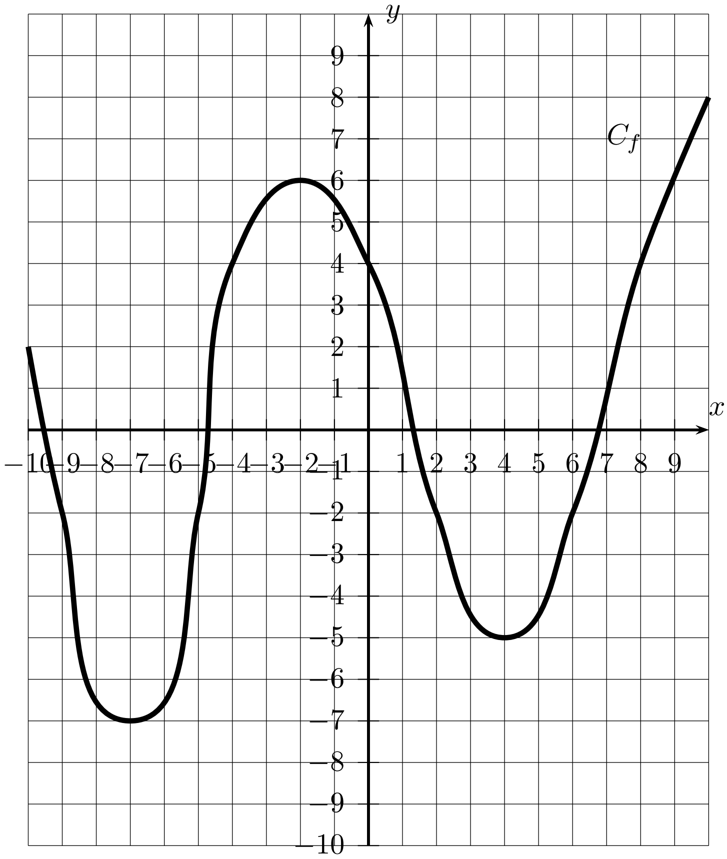
$f(x_0) < g(x_0)$
équivaut à
C_f est strictement en dessous C_g en x_0

démonstration *(cette propriété est admise)*

Remarque :
cette propriété peut permettre de résoudre des équations et inéquations graphiquement.

9.4 exercices

exercice 23 : **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**



(a) **résoudre graphiquement**

  i. $f(x) \geq 8$

  ii. $f(x) < 4$

  iii. $f(x) > 4$

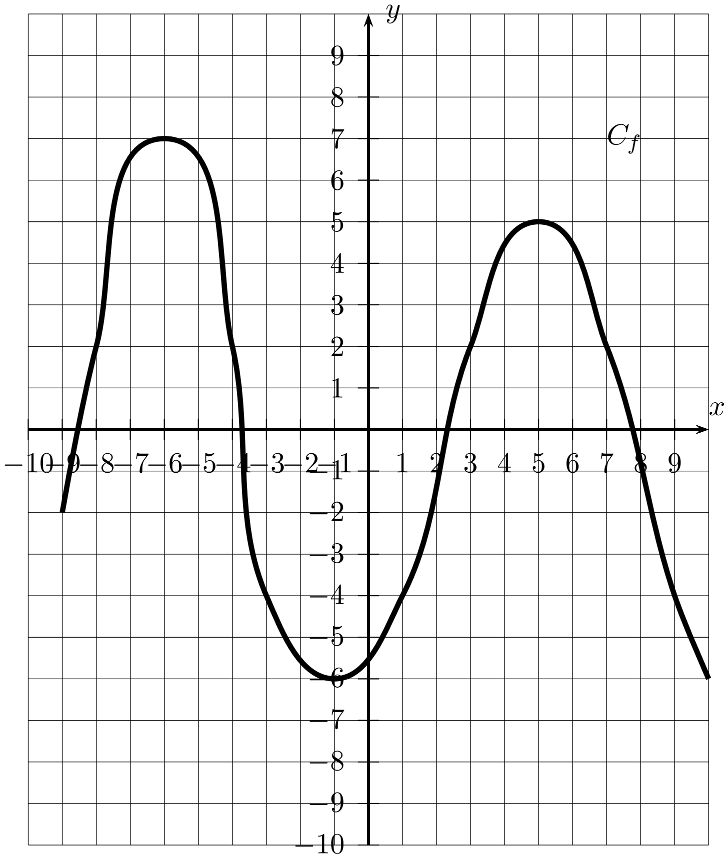
  iv. $f(x) < -2$

  v. $f(x) > -2$

(b) **construire dans le repère ci contre la courbe C_g d'une fonction g telle que :**

$$\begin{cases} g(x) = 8 \Longleftrightarrow x \in \{-7;\ 5\} \\ g(x) > 8 \textbf{ sur }]\ -7\ ;\ 5\ [\\ g(x) < 8 \textbf{ sur }]\ -10\ ;\ -7\ [\ \cup\ ]\ 5\ ;\ 10\ [\end{cases}$$

exercice 24 : **soit la fonction f dont on dispose du graphique ci dessous**



(a) **résoudre graphiquement**

  i. $f(x) \geq -8$

  ii. $f(x) < -4$

  iii. $f(x) > -4$

  iv. $f(x) < 2$

  v. $f(x) > 2$

exercice 25 :

soient $f(x) = 2x - 10$ **et** $g(x) = 5x + 15$ **définies sur** $\mathbb{R}$,
résoudre algébriquement :

i. $f(x) = 100$

ii. $g(x) = 100$

iii. $f(x) = g(x)$

iv. $f(x) > 60$

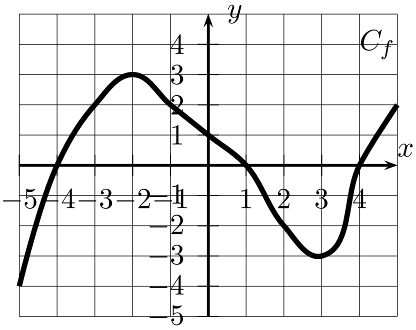
v. $g(x) < 60$

vi. $f(x) < g(x)$

10 Evaluations

10.1 test formatif

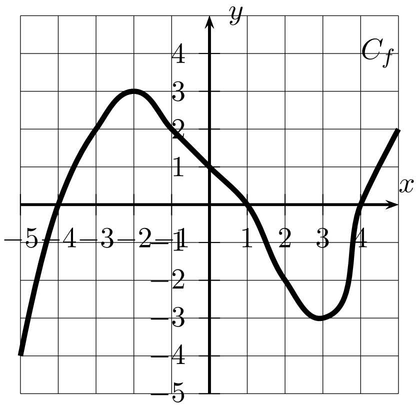
image d'un nombre



- $D_f = ...$
- **l'image de -3 par f est :** ...
- **par f, 0 a pour image :** ...
- ... **est l'image de 1 par f**
- $f : 2 \longmapsto ...$
- $f(-3) = ...$
- $f(0) = ...$
- $f(1) = ...$
- $f(2) = ...$

x	**-3**	**0**	**1**	**2**
$f(x)$				

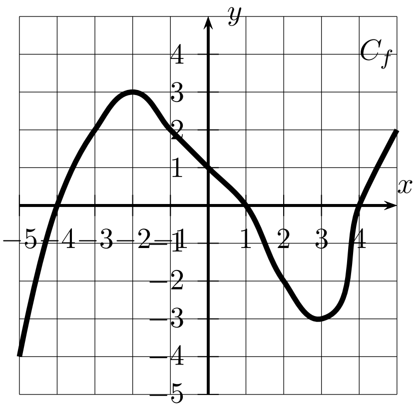
antécédent(s) d'un nombre



- **antécédent(s) de 2 par f :** ...
- **antécédent(s) de 4 par f :** ...
- $f(x) = 4 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = 3 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = 0 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = -3 \Longrightarrow x = ...$

x						
$f(x)$	**0**	**0**	**0**	**3**	**-3**	**-3**

Maximum, Minimum



sur $[-5; 5]$:

$\left\{\begin{array}{l}\textbf{le maximum de } f \textbf{ vaut } ...\\ \textbf{pour } x = ...\end{array}\right.$

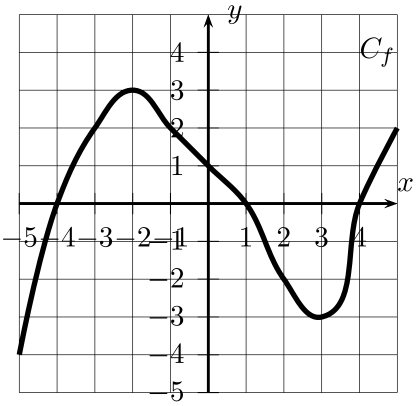
$\left\{\begin{array}{l}\textbf{le minimum de } f \textbf{ vaut } ...\\ \textbf{pour } x = ...\end{array}\right.$

sur $[0; 5]$:

$\left\{\begin{array}{l}\textbf{le maximum de } f \textbf{ vaut } ...\\ \textbf{pour } x = ...\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l}\textbf{le minimum de } f \textbf{ vaut } ...\\ \textbf{pour } x = ...\end{array}\right.$

variations et tableau



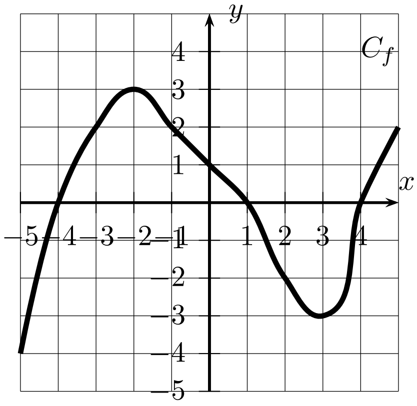
x	
$f(x)$	

f **est** ... **pour** x...

f **est** ... **pour** x...

f **est** ... **pour** x...

signe et tableau



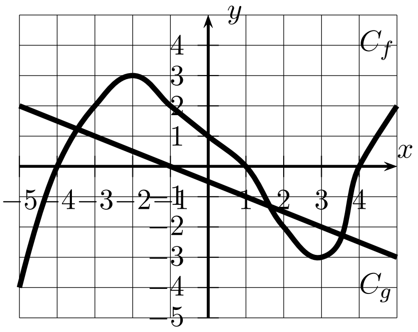
x	
$f(x)$	

$f(x)$ ... **pour** x...

$f(x)$ ... **pour** x...

$f(x)$ ... **pour**x...

équations, inéquations



$f(x) = 1 \Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) > 1$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) < 1$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

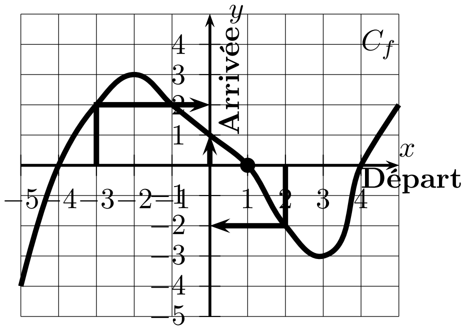
$f(x) = g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) > g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) < g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

10.2 corrigé test formatif

image d'un nombre



l'image de -3 **par** f **est :** 2

par f**,** 0 **a pour image :** 1

0 **est l'image de 1 par** f

$f : 2 \longmapsto -2$

$f(-3) = 2$

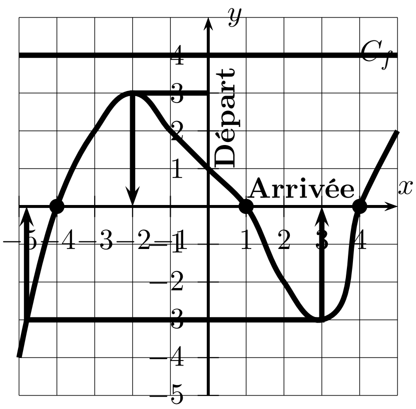
$f(0) = 1$

$f(1) = 0$

$f(2) = -2$

x	**-3**	**0**	**1**	**2**
$f(x)$	**2**	**1**	**0**	**-2**

antécédent(s) d'un nombre



antécédent(s) de 3 **par** f **:** -2

$f(x) = 4$ **impossible**

$f(x) = 3 \Longrightarrow x = -2$

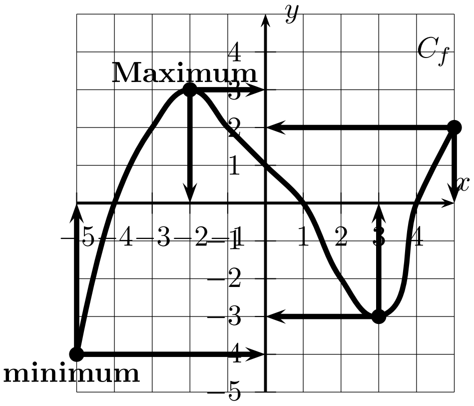
$f(x) = 0 \Longrightarrow x = -4$ **ou** 1 **ou** 4

$f(x) = -3 \Longrightarrow x \simeq -4,8$ **ou** 3

x	**-4**	**1**	**4**
$f(x)$	**0**	**0**	**0**

x	**-2**	$-4,8$	**3**
$f(x)$	**3**	**-3**	**-3**

Maximum, Minimum



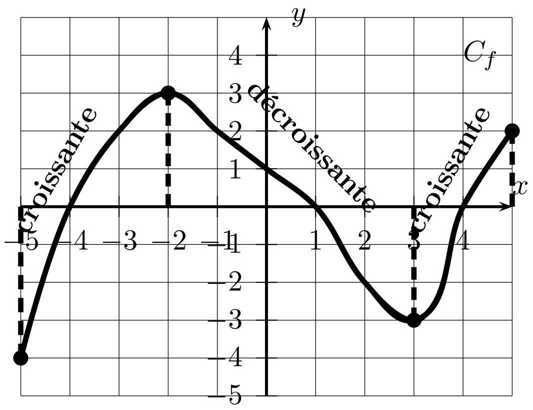
sur $[-5; 5]$ **:**
le maximum de f **vaut 3**
pour $x = -2$

le minimum de f **vaut** -4
pour $x = -5$

sur $[0; 5]$ **:**
le maximum de f **vaut 2**
pour $x = 5$

le minimum de f **vaut -3**
pour $x = 3$

variations et tableau de variations



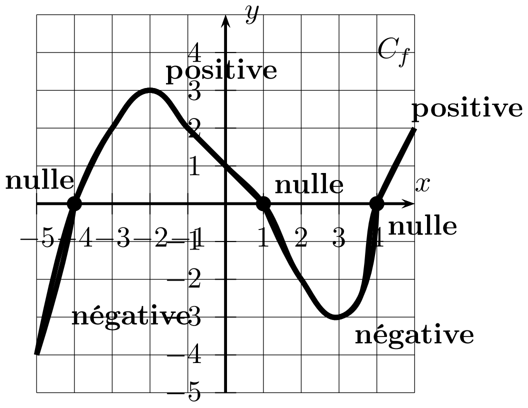
x	**-5**		**-2**		**3**		**5**
			3				**2**
$f(x)$		↗		↘		↗	
	-4				**-3**		

f **est croissante pour** $x \in [-5;-2]$

f **est décroissante pour** $x \in [-2;3]$

f **est croissante pour** $x \in [3;5]$

signe et tableau de signes



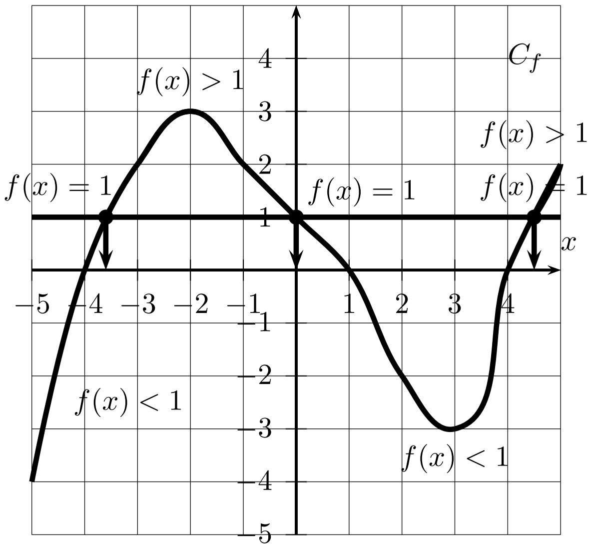
x	**-5**		**-4**		**1**		**4**		**5**
$f(x)$		**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

$f(x) = 0$ **pour** $x \in \{-4\ ;\ 1\ ;\ 4\}$

$f(x) > 0$ **pour** $x \in]-4\ ;\ 1[\ \cup\ ]4\ ;\ 5]$

$f(x) < 0$ **pour** $x \in [-5\ ;\ -4[\ \cup\ ]1\ ;\ 4[$

équations, inéquations à une courbe

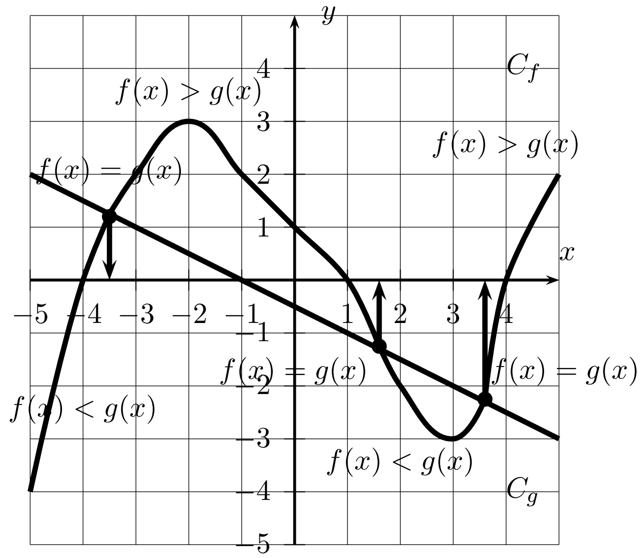


$f(x) = 1 \iff x \in \{-3,6\ ;\ 0\ ;\ 4,5\}$

$f(x) > 1 \quad \iff x \in]-3,6\ ;\ 0[\ \cup\ ]4,5\ ;\ 5]$

$f(x) < 1 \quad \iff x \in [-5\ ;\ -3,6[\ \cup\ ]0\ ;\ 4,5[$

équations, inéquations à deux courbes



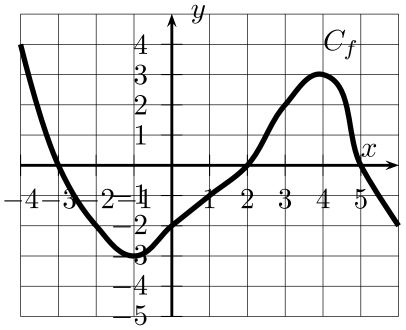
$f(x) = g(x) \quad \iff x \in \{-3,6\ ;\ 1,5\ ;\ 3,6\}$

$f(x) > g(x) \quad \iff x \in]-3,6\ ;\ 1,5[\ \cup\ ]3,6\ ;\ 5]$

$f(x) < g(x) \quad \iff x \in [-5\ ;\ -3,6[\ \cup\ ]1,5\ ;\ 3,6[$

10.3 test formatif 2

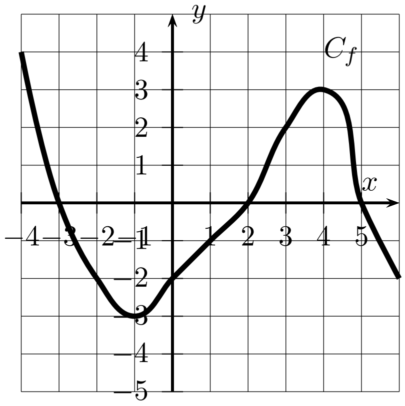
image d'un nombre



- **l'image de** -2 **par** f **est : ...**
- **par** f**,** 1 **a pour image : ...**
- **... est l'image de 2 par** f
- $f : 3 \longmapsto ...$
- $f(-2) = ...$
- $f(1) = ...$
- $f(2) = ...$
- $f(3) = ...$

x	**-2**	**1**	**2**	**3**
$f(x)$				

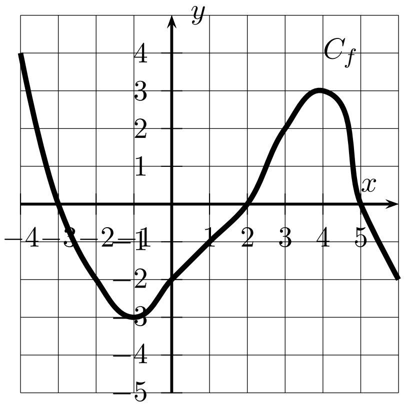
antécédent(s) d'un nombre



- **antécédent(s) de** 3 **par** f **:** ...
- $f(x) = -4 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = -3 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = 0 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = 3 \Longrightarrow x = ...$

x						
$f(x)$	**0**	**0**	**0**	**3**	**3**	**-3**

Maximum, Minimum



sur $[-4;6]$ **:**

$\begin{cases} \textbf{le maximum de } f \textbf{ vaut ...} \\ \textbf{pour } x = ... \end{cases}$

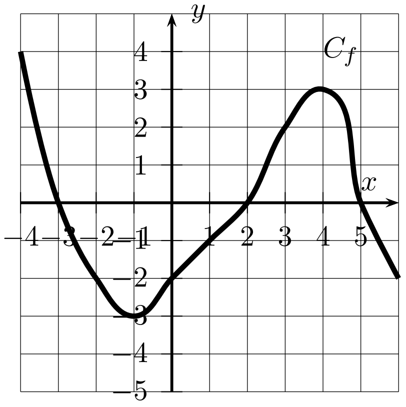
$\begin{cases} \textbf{le minimum de } f \textbf{ vaut ...} \\ \textbf{pour } x = ... \end{cases}$

sur $[0;6]$ **:**

$\begin{cases} \textbf{le maximum de } f \textbf{ vaut ...} \\ \textbf{pour } x = ... \end{cases}$

$\begin{cases} \textbf{le minimum de } f \textbf{ vaut ...} \\ \textbf{pour } x = ... \end{cases}$

variations et tableau



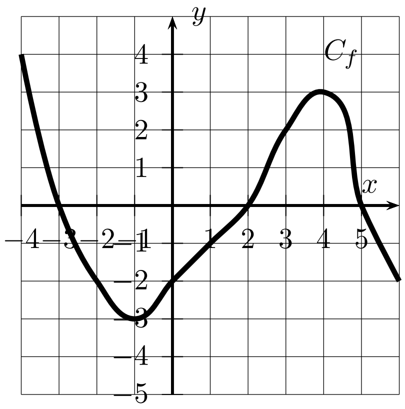
x	
$f(x)$	

f **est** ... **pour** x...

f **est** ... **pour** x...

f **est** ... **pour** x...

signe et tableau



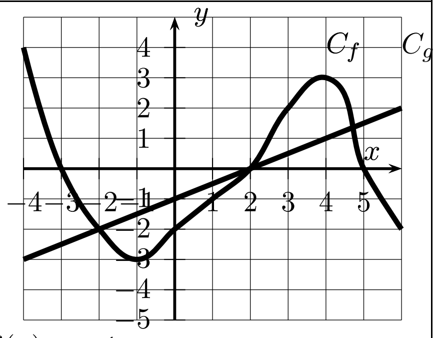
x	
$f(x)$	

$f(x)$ ... **pour** x...

$f(x)$ ... **pour** x...

$f(x)$ ... **pour**x...

équations, inéquations



$f(x) = -1 \Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) > -1$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

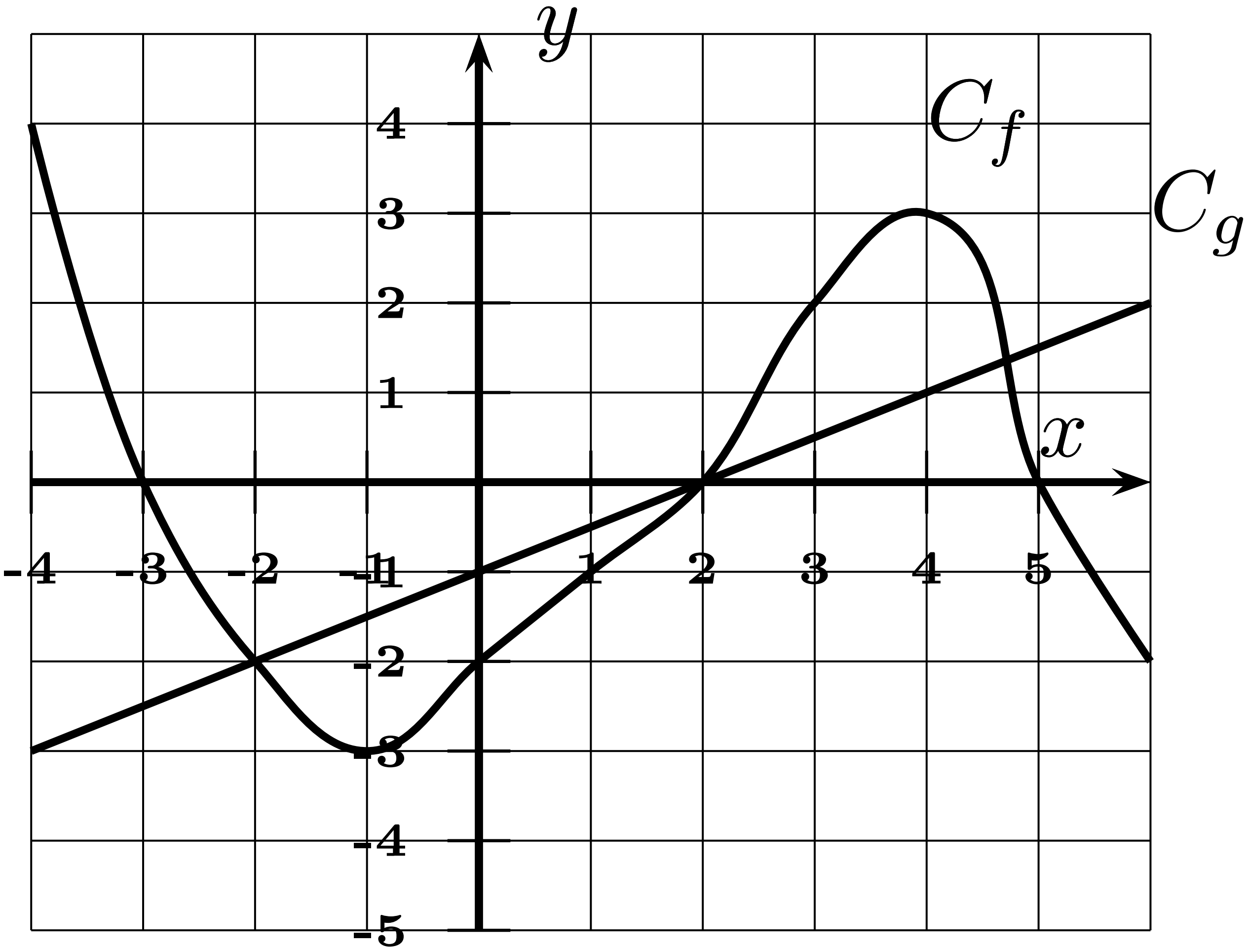
$f(x) < -1$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

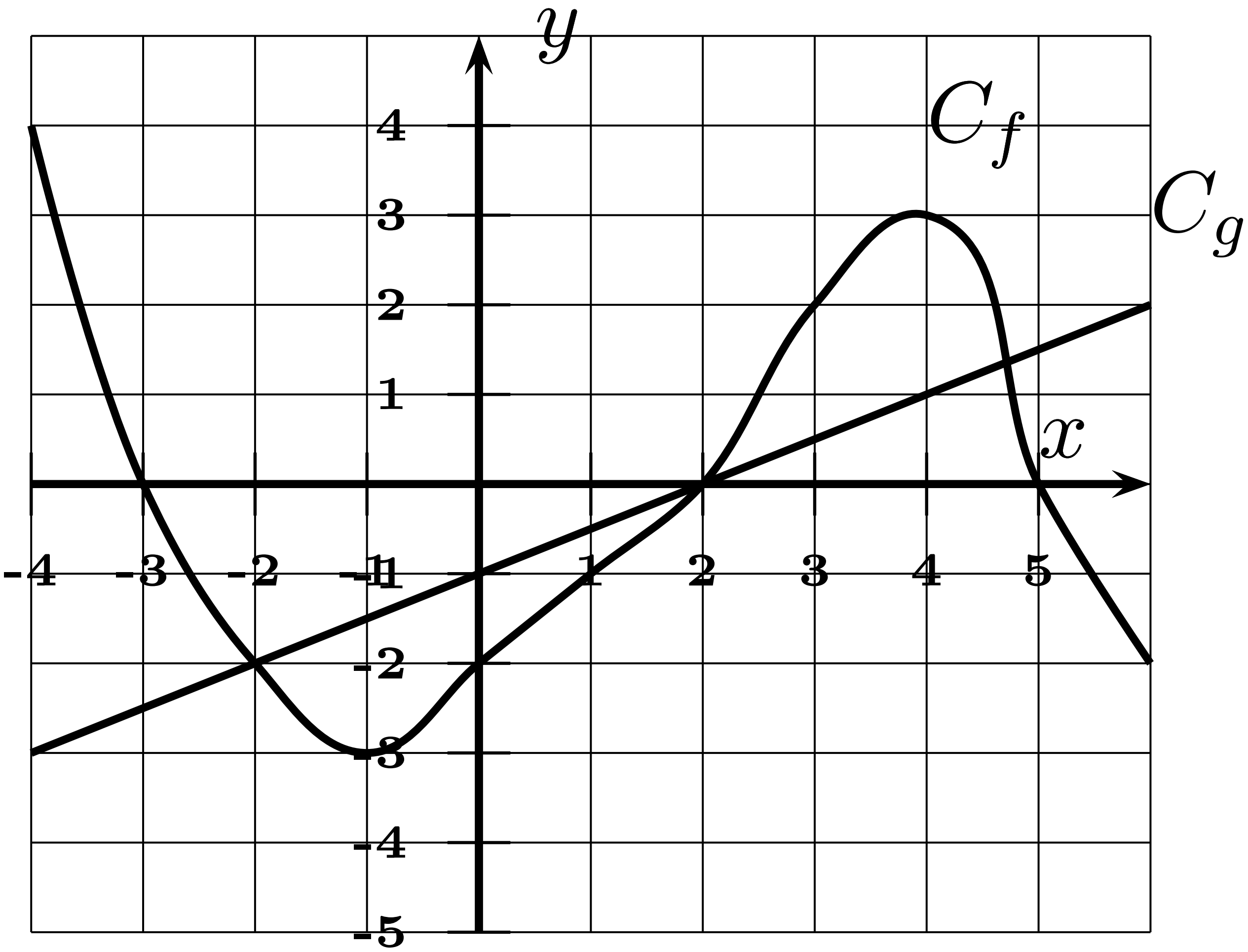
$f(x) = g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) > g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) < g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

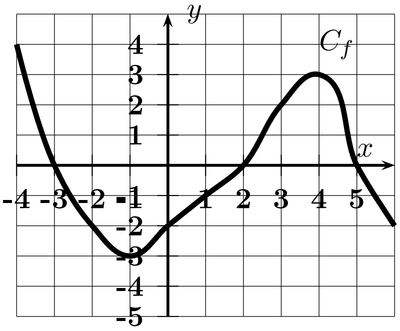
figure agrandie





10.4 corrigé test formatif 2

image d'un nombre



l'image de -2 **par** f **est :** -2

par f**,** 1 **a pour image :** -1

0 **est l'image de 2 par** f

$f : 3 \longmapsto 2$

$f(-2) = -2$

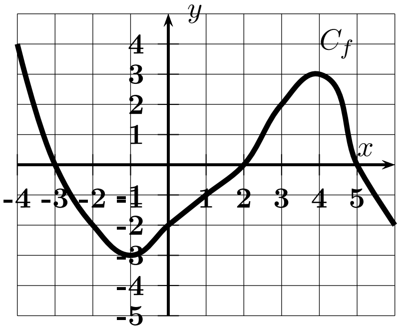
$f(1) = -1$

$f(2) = 0$

$f(3) = 2$

x	**-2**	**1**	**2**	**3**
$f(x)$	**-2**	**-1**	**0**	**2**

antécédent(s) d'un nombre



antécédent(s) de 3 **par** f **:**
$\simeq -3,8$ **et** 4

$f(x) = -4$ **impossible**

$f(x) = -3 \Longrightarrow x = -1$

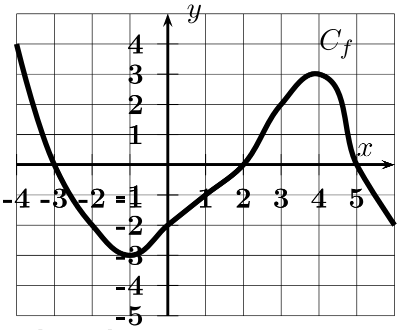
$f(x) = 0 \Longrightarrow x = -3$ **ou** 2 **ou** 5

$f(x) = 3 \Longrightarrow x \simeq -3,8$ **ou** 4

x	**-3**	**2**	**5**
$f(x)$	**0**	**0**	**0**

x	$-3,8$	3	-1
$f(x)$	**3**	**3**	**-3**

Maximum, Minimum



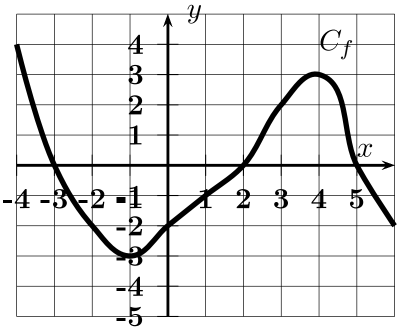
sur $[-4; 6]$ **:**
le maximum de f **vaut 4**
pour $x = -4$

le minimum de f **vaut** -3
pour $x = -1$

sur $[0; 6]$ **:**
le maximum de f **vaut 3**
pour $x = 4$

le minimum de f **vaut -2**
pour $x = 0$ **ou** $x = 6$

variations et tableau de variations



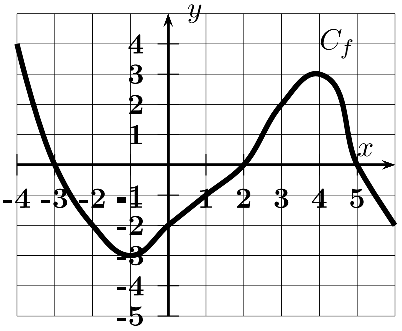
x	**-4**		**-1**		**4**		**6**
$f(x)$	**4**	↘	**-3**	↗	**3**	↘	**-2**

f **est décroissante pour** $x \in [-5; -1]$

f **est croissante pour** $x \in [-1; 4]$

f **est décroissante pour** $x \in [4; 6]$

signe et tableau de signes

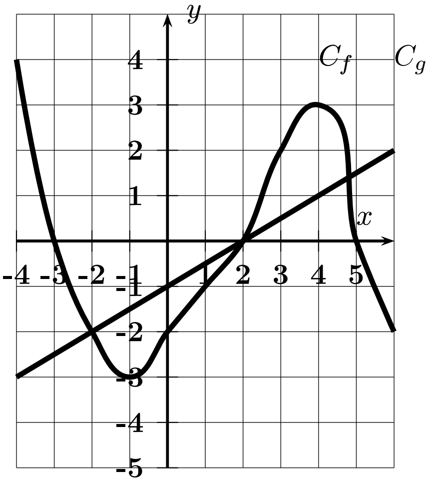
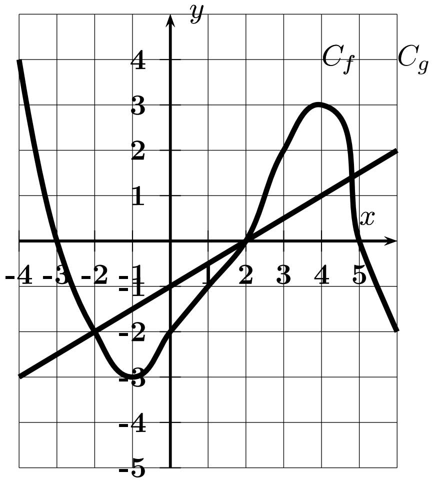


x	**-4**		**-3**		**2**		**5**		**6**
$f(x)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	**0**	**-**	

$f(x) = 0$ **pour** $x \in \{-3\ ;\ 2\ ;\ 5\}$

$f(x) > 0$ **pour** $x \in [-4\ ;\ -3[\ \cup\ ]2\ ;\ 5[$

$f(x) < 0$ **pour** $x \in]-3\ ;\ 2[\ \cup\ ]5\ ;\ 6]$

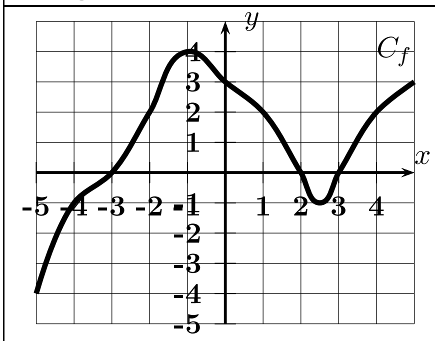
équations, inéquations à une courbe	**équations, inéquations à deux courbes**
	
$f(x) = 1 \iff x \in \{-3,4\ ;\ 2,5\ ;\ 4,8\}$	$f(x) = g(x) \quad \iff x \in \{-2\ ;\ 2\ ;\ 4,8\}$
$f(x) > 1 \quad \iff x \in [-4\ ;\ -3,4[\ \cup\ ]2,5\ ;\ 4,8[$	$f(x) > g(x) \quad \iff x \in [-4\ ;\ -2[\ \cup\ ]2\ ;\ 4,8[$
$f(x) < 1 \quad \iff x \in]-4,8\ ;\ 2,5[\ \cup\ ]4,8\ ;\ 6[$	$f(x) < g(x) \quad \iff x \in]-2\ ;\ 2[\ \cup\ ]4,8\ ;\ 6]$

10.5 évaluation 1

évaluation : lecture graphique

nom, prénom :

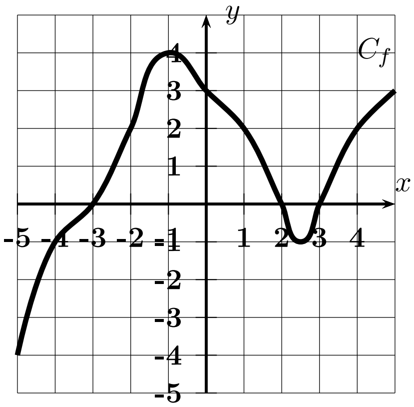
image d'un nombre



- l'image de -3 par f est : ...
- par f, 0 a pour image : ...
- ... est l'image de **1** par f
- $f : 2 \longmapsto ...$
- $f(-3) = ...$
- $f(0) = ...$
- $f(1) = ...$
- $f(2) = ...$

x	**-3**	**0**	**1**	**2**
$f(x)$				

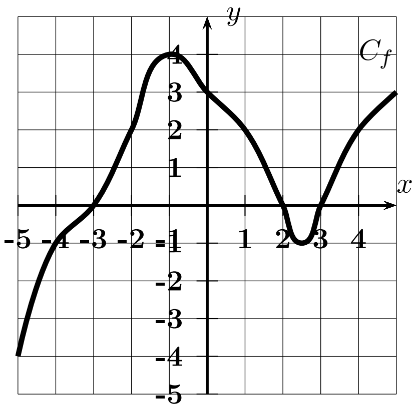
antécédent(s) d'un nombre



- antécédent(s) de 3 par f : ...
- $f(x) = 4 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = 2 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = 0 \Longrightarrow x = ...$
- $f(x) = -1 \Longrightarrow x = ...$

x						
$f(x)$	**0**	**0**	**0**	**4**	**-1**	**-1**

Maximum, Minimum



sur $[-5;5]$:

$\left\{\begin{array}{l}\text{le maximum de } f \text{ vaut ...}\\ \text{pour } x = ...\end{array}\right.$

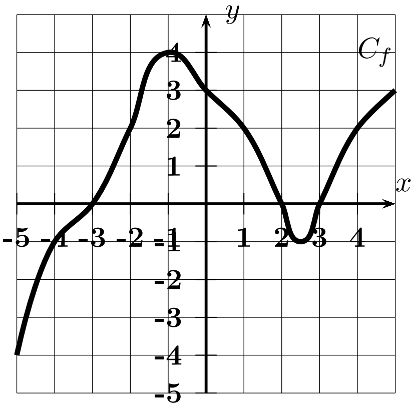
$\left\{\begin{array}{l}\text{le minimum de } f \text{ vaut ...}\\ \text{pour } x = ...\end{array}\right.$

sur $[1;5]$:

$\left\{\begin{array}{l}\text{le maximum de } f \text{ vaut ...}\\ \text{pour } x = ...\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l}\text{le minimum de } f \text{ vaut ...}\\ \text{pour } x = ...\end{array}\right.$

variations et tableau



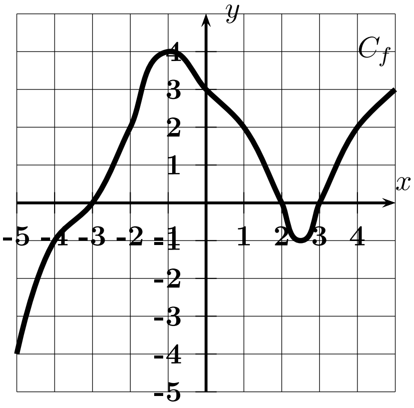
x	
$f(x)$	

f est *croissante* pour $x \in ...$

f est ... pour x...

f est ... pour x...

signe et tableau



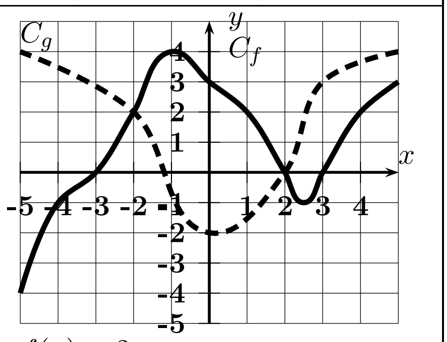
x	
$f(x)$	

$f(x) = 0$ pour $x \in$

$f(x) > 0$ pour x...

$f(x) < 0$ pour$x$...

équations, inéquations



$f(x) = 2 \Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) > 2$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) < 2$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

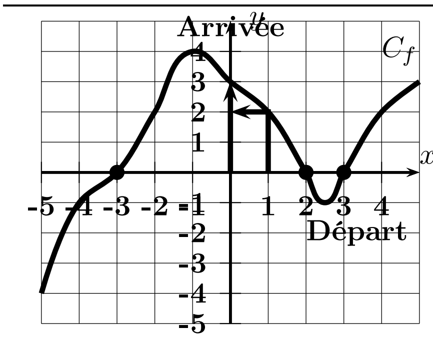
$f(x) = g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) > g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

$f(x) < g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in ...$

10.6 corrigé évaluation 1

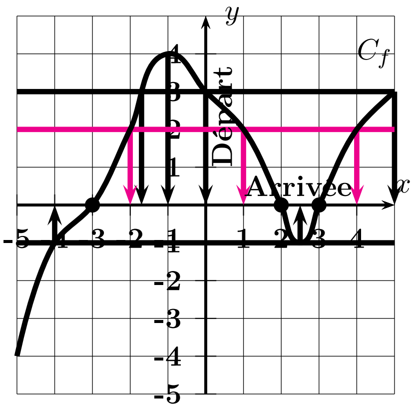
image d'un nombre



- l'image de -3 par f est : $\boxed{0}$
- par f, 0 a pour image : $\boxed{3}$
- $\boxed{2}$ est l'image de 1 par f
- $f : 2 \longmapsto \boxed{0}$
- $f(-3) = \boxed{0}$
- $f(0) = \boxed{3}$
- $f(1) = \boxed{2}$
- $f(2) = \boxed{0}$

x	-3	0	1	2
$f(x)$	$\boxed{0}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$	$\boxed{0}$

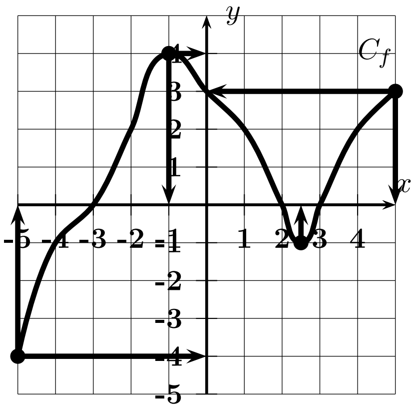
antécédent(s) d'un nombre



- antécédent(s) de 3 par f :
  $\boxed{\simeq -1,7}$ ou $\boxed{0}$ ou $\boxed{5}$
- $f(x) = 4 \Longrightarrow \boxed{x = -1}$
- $f(x) = 2$
  $\boxed{\Longrightarrow x = -2}$ ou $\boxed{x = 1}$ ou $\boxed{x = 4}$
- $f(x) = 0$
  $\boxed{\Longrightarrow x = -3}$ ou $\boxed{x = 2}$ ou $\boxed{x = 3}$
- $f(x) = -1 \Longrightarrow$
  $\boxed{x = -4}$ ou $\boxed{x \simeq 2,5}$

x	$\boxed{-3}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{-1}$	$\boxed{-4}$	$\boxed{2,5}$
$f(x)$	0	0	0	4	-1	-1

Maximum, Minimum



sur $[-5; 5]$:

le maximum de f vaut $\boxed{4}$
pour $\boxed{x = -1}$

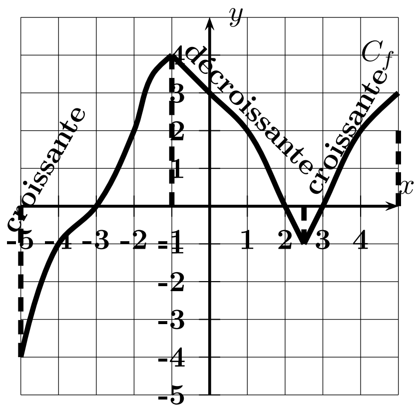
le minimum de f vaut $\boxed{-4}$
pour $\boxed{x = -5}$

sur $[1; 5]$:

le maximum de f vaut $\boxed{3}$
pour $\boxed{x = 5}$

le minimum de f vaut $\boxed{-1}$
pour $\boxed{x = 2,5}$

variations et tableau de variations



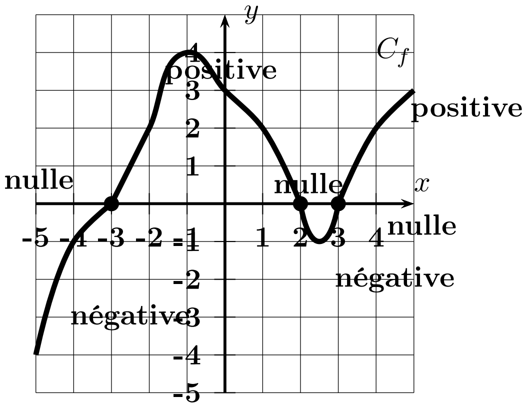
x	-5		-1		2,5		5
$f(x)$			4				3
		↗		↘		↗	
	-4				-1		

f **est *croissante* pour** $x \in [-5\ ;\ -1]$

f **est décroissante pour** $x \in [-1\ ;\ 2,5]$

f **est croissante pour** $x \in [2,5\ ;\ 5]$

signe et tableau de signes



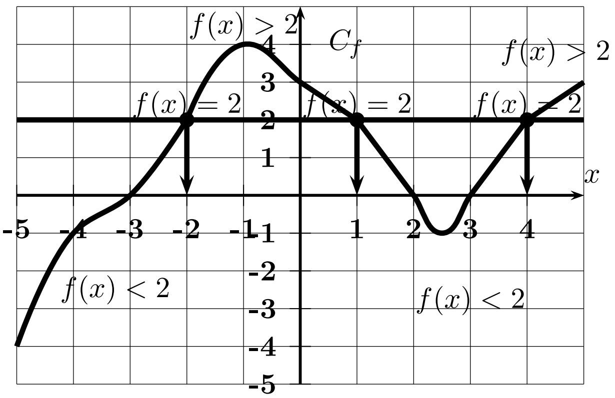
x	-5		-3		2		3		5
$f(x)$		-	0	$+$	0	-	0	$+$	

$f(x) = 0$ **pour** $x \in \{-3\ ;\ 2\ ;\ 3\ \}$

$f(x) > 0$ **pour** $x \in]-3\ ;\ 2[\ \cup\ ]3\ ;\ 5]$

$f(x) < 0$ **pour** $x \in [-5\ ;\ -3[\ \cup\ ]2\ ;\ 3[$

équations et inéquations à une courbe

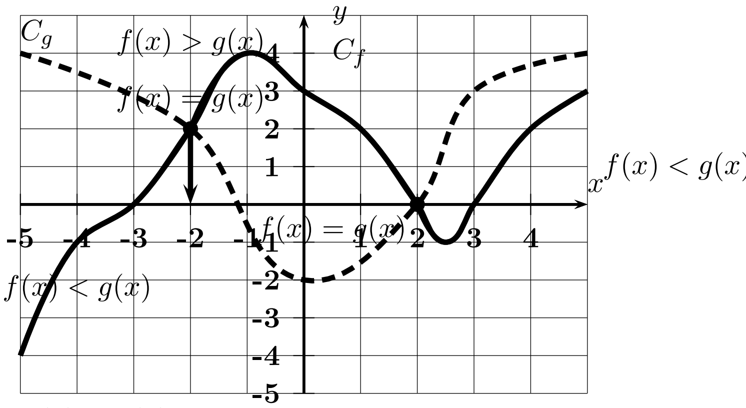


$f(x) = 2 \Longleftrightarrow x \in \{-2\ ;\ 1\ ;\ 4\}$

$f(x) > 2$
$\Longleftrightarrow x \in]-2\ ;\ 1[\ \cup\ ]4\ ;\ 5]$

$f(x) < 2$
$\Longleftrightarrow x \in [-5\ ;\ -2[\ \cup\ ]1\ ;\ 4[$

équations et inéquations à deux courbes



$f(x) = g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in \{-2\ ;\ 2\}$

$f(x) > g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in]-2\ ;\ 2[$

$f(x) < g(x)$
$\Longleftrightarrow x \in [-5\ ;\ -2[\ \cup\ ]2\ ;\ 5]$

10.7 évaluation 2

Evaluation

Partie 1 : Rédiger directement sur le polycopié l'évaluation de STATISTIQUES.

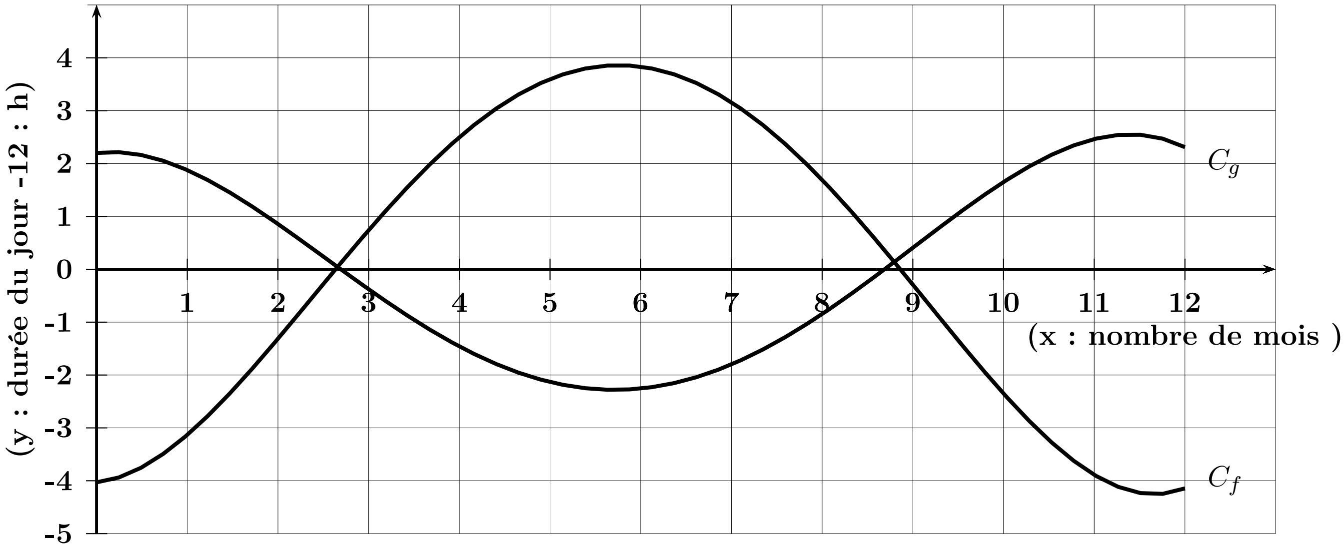
Partie 2 : Rédiger soigneusement sur une copie l'exercice sur les FONCTIONS suivant.

I. Données :
Voici des informations concernant la durée du jour en heures en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour Lille et Buenos-Aires.
On a retranché 12 heures à la durée du jour.

A. Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)

x = nombre de mois depuis le 1er janvier	0	2,7	5,7	8,7	11,7	12
$f(x)$= durée du jour à Lille -12 (h)	-4,1	0	3,9	0	-4,3	-4,1
$g(x)$= durée du jour à Buenos-Aires -12 (h)	2,2	0	-2,3	0	2,5	2,2

B. Courbes représentatives des fonctions f et g :



C. formules des fonctions f et g :
où x est le nombre de mois, $f(x)$ et $g(x)$ les durées en heures.

a. Lille : $f(x) = 0,0067x^4 - 0,1548x^3 + 0,878x^2 + 0,168x - 4,03$

b. Buenos-Aires : $g(x) = -0,0047x^4 + 0,1083x^3 - 0,6397x^2 + 0,212x + 2,2$

II. Questions

1. déterminer $f(5,7)$ grâce au tableau de valeurs, puis grâce à la courbe puis grâce à la formule. les trois résultats sont-ils cohérents ?
   Donner une phrase d'interprétation du résultat dans le contexte.
2. déterminer graphiquement le domaine de définition de f sous la forme d'un intervalle.
3. déterminer graphiquement les antécédents de 1 par f. (tracés aparents)
4. donner le tableau de variations de f et les commentaires associés. (f est ... pour x ...)
5. donner le tableau de signes de f et les commentaires associés. (f est ... pour x ...)
6. déterminer les extremums de f (le maximum de f vaut ... pour x ... ; le minimum ...)
7. résoudre graphiquement les équations suivantes
   (tracés apparents et ensemble des solutions S= ...)
   a. $f(x) = 3$ b. $f(x) = 3$ c. $f(x) = -4,3$ d. $f(x) = g(x)$
8. résoudre les inéquations suivantes
   (tracés apparents et ensemble des solutions S= ... avec des intervalles)
   a. $f(x) > 3$ b. $f(x) \leq 3$ c. $f(x) < g(x)$ d. $f(x) \geq g(x)$

10.8 corrigé évaluation 2

I. Données :

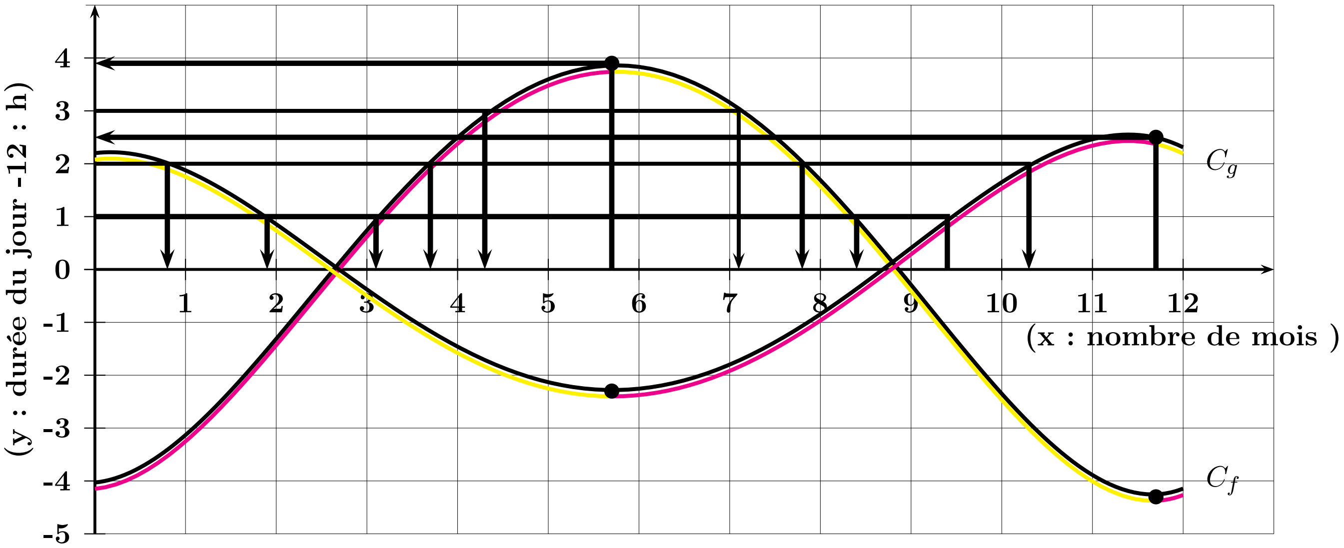
Voici des informations concernant la durée du jour en heures en fonction du nombre de mois depuis le début de l'année pour Lille et Buenos-Aires.

On a retranché 12 heures à la durée du jour en heures.

A. Tableaux de valeurs partiels des fonctions f et g : (durées approximatives à 0,1 près)

$x =$ nombre de mois depuis le 1er janvier	0	2,7	5,7	8,7	11,7	12
$f(x)=$ durée du jour à Lille -12 (h)	-4,1	0	3,9	0	-4,3	-4,1
$g(x)=$ durée du jour à Buenos-Aires -12	2,2	0	-2,3	0	2,5	2,2

B. Courbes représentatives des fonctions f et g :



C. formules des fonctions f et g :
où x est le nombre de mois, $f(x)$ et $g(x)$ les durées en heures.

- **a. Lille :** $f(x) = 0,0067x^4 - 0,1548x^3 + 0,878x^2 + 0,168x - 4,03$
- **b. Buenos-Aires :** $g(x) = -0,0047x^4 + 0,1083x^3 - 0,6397x^2 + 0,212x + 2,2$

II. Questions

1. image de 5,7 par la fonction f.

- **a. grâce au tableau de valeurs de f : 5,7 a pour image 3,9 par f. (voir tableau)**
- **b. grâce à la courbe de f : $f(5,7) \simeq 3,9$ (voir tracé)**
- **c. grâce à la formule de f :**
  $f(5,7) = 0,0067 \times 5,7^4 - 0,1548 \times 5,7^3 + 0,878 \times 5,7^2 + 0,168 \times 5,7 - 4,03 \simeq 3,9$
  $f : 5,7 \longmapsto 3,9$
- **d. il y a bien cohérence de tous les résultats.**
- **e. a Lille, 5,7 mois après le 1er janvier, la durée du jour est de 12+3,9 = 15,9 heures environs**

1.bis déterminer g(11,7).

- **a. grâce au tableau de valeurs de g : 11,7 a pour image 2,5 par g.**
- **b. grâce à la courbe de g : 2,5 est l'image de 11,7 par g.**
- **c. grâce à la formule de g :**
  $g(11,7) = -0,0047 \times 11,7^4 + 0,1083 \times 11,7^3 - 0,6397 \times 11,7^2 + 0,212 \times 11,7 + 2,2 \simeq 2,5$
  $g : 11,7 \longmapsto 2,5$
- **d. il y a bien cohérence de tous les résultats**
- **e. a Buenos-Aires, 11,7 mois après le premier Janvier la durée du jour est de 12+2,5 = 14,5 heures environs**

2. ensemble de définition de la fonction f puis celui de la fonction g.
$D_f = [0;12]$ et $D_g = [0;12]$ graphiquement .

3. graphiquement, les antécédents de 1 par f sont :$\simeq 3,2$ et $\simeq 8,4$
à Lille, la durée du jour est de 12h + 1h = 13 h après 3,2 ou 8,4 mois.

graphiquement, les antécédents de 1 par g sont :$\simeq 1,8$ et $\simeq 9,4$
à Buenos-Aires, la durée du jour est de 12h + 1h = 13 h après 1,8 ou 9,4 mois.

4. graphiquement le tableau de variations de la fonction f pour $x \in [0\ ;\ 12]$ est :

x	0		5,7		11,7		12
			3,9				-4,1
$f(x)$		↗		↘		↗	
	-4,1				-4,3		

f est croissante pour $x \in [0\ ;\ 5,7]$

f est décroissante pour $x \in [5,7\ ;\ 11,7]$

f est croissante pour $x \in [11,7\ ;\ 12]$

4.bis graphiquement le tableau de variations de la fonction g pour $x \in [0\ ;\ 12]$ est :

x	0		5,7		11,7		12
	2,2				2,5		
$g(x)$		↘		↗		↘	
			-2,3				2,2

g est décroissante pour $x \in [0\ ;\ 5,7]$

g est croissante pour $x \in [5,7\ ;\ 11,7]$

g est décroissante pour $x \in [11,7\ ;\ 12]$

5. tableau de signes de f et commentaires associés.

x	0		2,7		8,7		12
$f(x)$		-	0	+	0	-	

$f(x) = 0$ pour $x \in \{2,7\ ;\ 8,7\}$

$f(x) < 0$ pour $x \in [0\ ;\ 2,7[\cup]8,7\ ;\ 12]$

$f(x) > 0$ pour $x \in]2,7\ ;\ 8,7[$

5.bis tableau de signes de g et commentaires associés.

x	0		2,7		8,7		12
$g(x)$		+	0	-	0	+	

$g(x) = 0$ pour $x \in \{2,7\ ;\ 8,7\}$

$g(x) < 0$ pour $x \in]2,7\ ;\ 8,7[$

$g(x) > 0$ pour $x \in [0\ ;\ 2,7[\cup]8,7\ ;\ 12]$

6. extremums de f
le maximum de f vaut 3,9 pour $x = 5,7$ et le minimum vaut -4,3 pour $x = 11,7$

a Lille, c'est au solstice d'été que le jour est le plus long et au solstice d'hivers qu'il est le plus court

6.bis extremums de g

le maximum de g vaut 2,5 pour $x = 11,7$ et le minimum vaut -2,3 pour $x = 5,7$

à Buenos-Aires, c'est au solstice d'été (pour Lille)que le jour est le plus court et au solstice d'hivers (pour Lille) qu'il est le plus long

7. résoudre les équations suivantes

a. $f(x) = 3$ **pour** $x \in \{\simeq 4,3\ ;\ \simeq 7,1\}$ **on note** $S = \{\simeq 4,3\ ;\ \simeq 7,1\}$

$g(x) = 3$ **pour aucune valeur de** x **on note** $S = \{\ \}$ **ou** ϕ

b. $f(x) = 2$ **pour** $x \in \{\simeq 3,7\ ;\ \simeq 7,8\}$ **on note** $S = \{\simeq 3,7\ ;\ \simeq 7,8\}$

$g(x) = 2$ **pour** $x \in \{\simeq 0,8\ ;\ \simeq 10,2\}$ **on note** $S = \{\simeq 0,8\ ;\ \simeq 10,2\}$

c. $f(x) = -4,3$ **pour** $x \in \{11,7\}$ **on note** $S = \{11,7\}$

$g(x) = -2,3$ **pour** $x \in \{5,7\}$ **on note** $S = \{5,7\}$

d. $f(x) = g(x)$ **pour** $x \in \{2,7\ ;\ 8,7\}$ **on note** $S = \{2,7\ ;\ 8,7\}$

8. résoudre les inéquations suivantes

a. $f(x) > 3$ **pour** $x \in]\simeq 4,3\ ;\ \simeq 7,1[$ **on note** $S =]\simeq 4,3\ ;\ \simeq 7,1[$

$g(x) > 3$ **pour aucune valeur de** x **on note** $S = \{\}$ **ou** $S = \phi$

b. $f(x) < 2$ **pour** $x \in [0\ ;\ \simeq 3,7[\ \cup\ ]\simeq 7,8\ ;\ 12]$ **on note** $S = [0\ ;\ \simeq 3,7[\ \cup\ ]\simeq 7,8\ ;\ 12]$

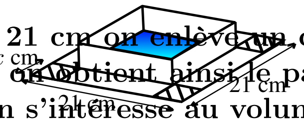
$g(x) < 2$ **pour** $x \in]\simeq 0,8\ ;\ \simeq 10,2[$ **on note** $S =]\simeq 0,8\ ;\ \simeq 10,2[$

c. $f(x) < g(x)$ **pour** $x \in [0\ ;\ \simeq 2,7[\ \cup\ ]\simeq 8,7\ ;\ 12]$ **on note** $S = [0\ ;\ \simeq 2,7[\ \cup\ ]\simeq 8,7\ ;\ 12]$

d. $f(x) \geq g(x)$)**pour** $x \in [2,7\ ;\ 8,7]$ **on note** $S = [2,7\ ;\ 8,7]$

10.9 évaluation 3

Problème : « D'une feuille faire une boite » :



D'une feuille carrée de coté 21 cm on enlève un carré de coté x cm à chaque coin, on obtient ainsi le patron d'un pavé droit. (boite) On s'intéresse au volume V de la boite en fonction du coté des carrés enlevés.

1. Préciser les valeurs possibles pour x sous la forme d'un intervalle : $x \in ...$
2. on admet que le volume de la boîte est donné en fonction x par $V(x) = x(21 - 2x)^2$

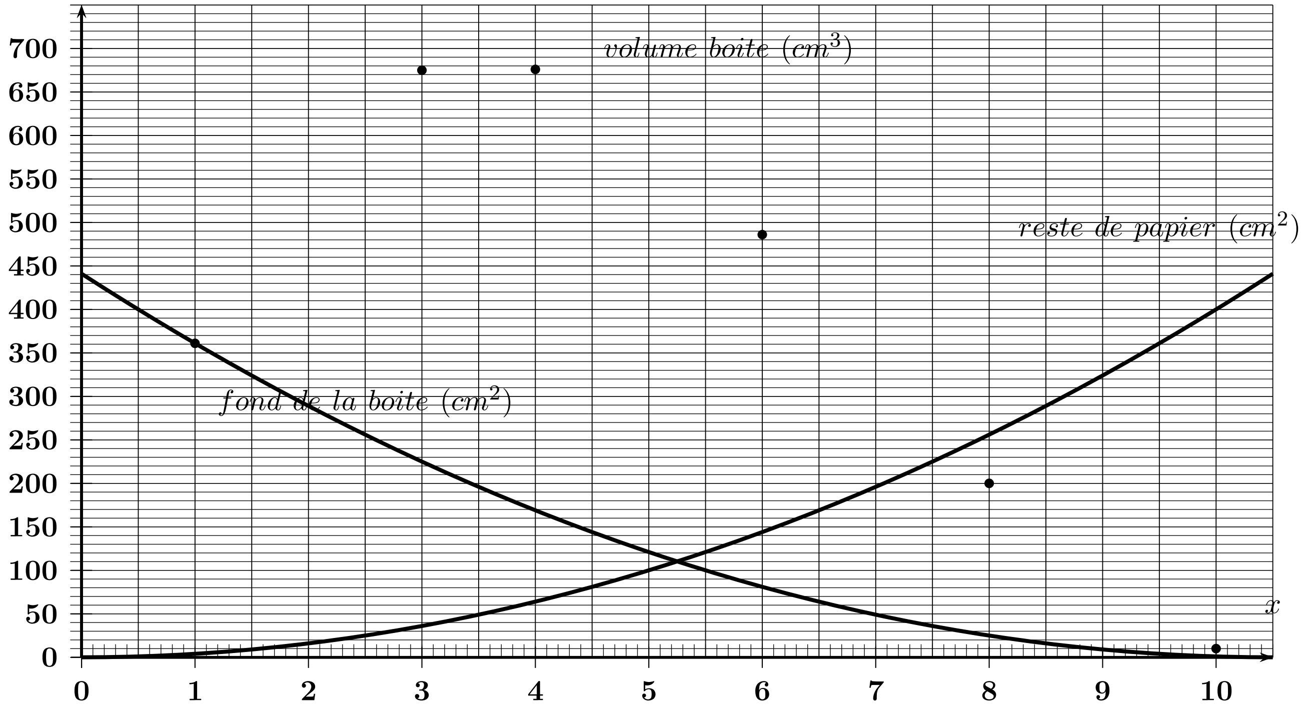
   montrer que $V(x) = 4x^3 - 84x^2 + 441x$ ***(développer)***

3. En utilisant votre calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant

x	0	1	2	3	3,5	4	5	6	7	8	9	10	10,5
$V(x)$		361		675		676		486		200		10	

   Exemple de calcul : pour $x = 10$ on a $V(10) = ...$

4. terminer ci dessous la courbe représentative des variations du volume V en fonction de x



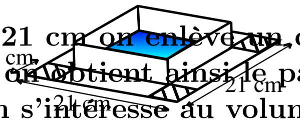
5. estimer quelle doit-être le coté des petits carrés enlevés à chaque coin pour avoir la boîte de plus grand volume et préciser le volume maximal ? (justifier)

6. on veut une boîte d'au moins 500 cm^3, estimer les valeurs de x acceptables (justifier)

7. on dispose aussi ci dessus des courbes qui donnent l'aire du fond de la boîte et l'aire de papier qui reste (les 4 coins) en fonction de x. pour quelle(s) valeur(s) de x peut-on utiliser le reste de papier pour fabriquer un couvercle pour la boîte ? (justifier)

10.10 corrigé évaluation 3

Problème : « D'une feuille faire une boite » :



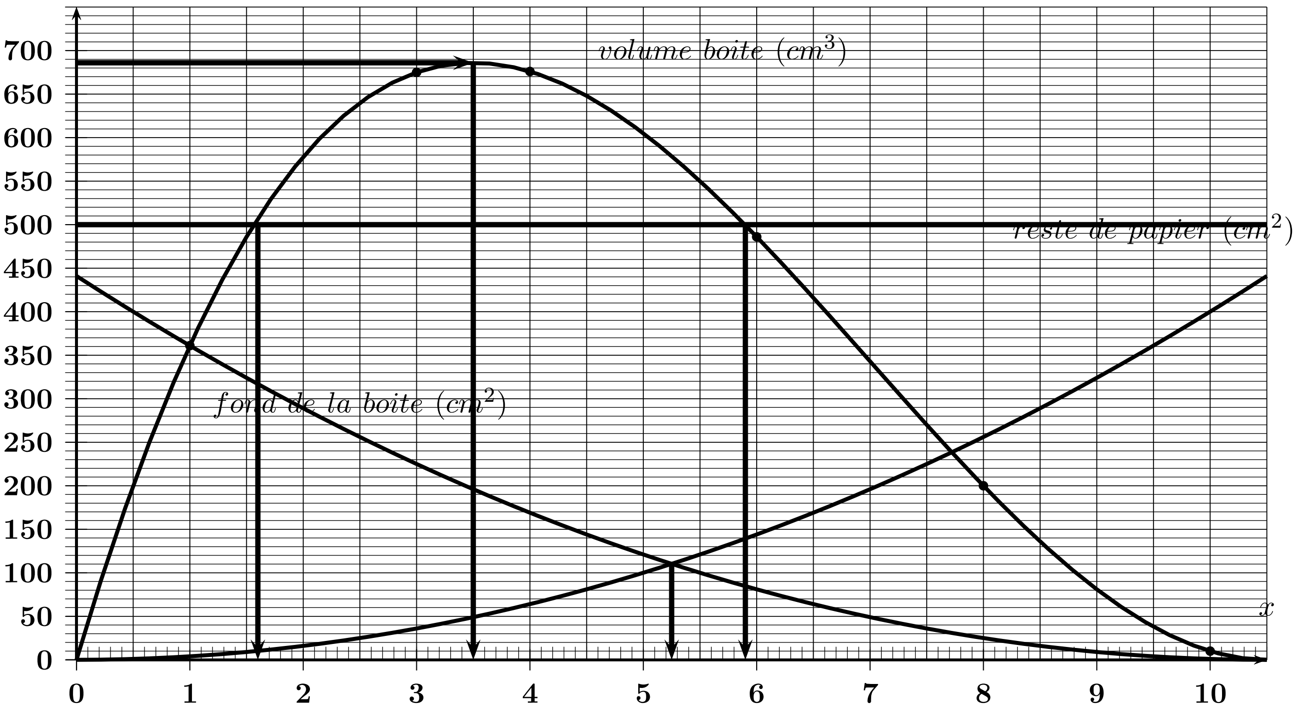
D'une feuille carrée de coté 21 cm on enlève un carré de coté x cm à chaque coin, on obtient ainsi le patron d'un pavé droit. (boite) On s'intéresse au volume V de la boite en fonction du coté des carrés enlevés.

1. **Préciser les valeurs possibles pour x sous la forme d'un intervalle :** $\boxed{x \in [0\ ;\ 10,5]}$
2. **on admet que le volume de la boîte est donné en fonction x par $V(x) = x(21 - 2x)^2$**
   montrer que $V(x) = 4x^3 - 84x^2 + 441x$ *(développer)*
   $V(x) = x(21 - 2x)^2 = x(21^2 - 2 \times 21 \times 2x + (2x)^2)$
   $V(x) = x(441 - 84x + 4x^2) = 441x - 84x^2 + 4x^3$
   $\boxed{V(x) = 4x^3 - 84x^2 + 441x}$
3. **En utilisant votre calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant**

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**3,5**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**10,5**
$V(x)$	**0**	**361**	**578**	**675**	**686**	**676**	**605**	**486**	**343**	**200**	**81**	**10**	**0**

Exemple de calcul : pour $x = 10$ on a $\boxed{V(10) = 4 \times 10^3 - 84 \times 10^2 + 441 \times 10 = 10}$

4. **terminer ci dessous la courbe représentative des variations du volume V en fonction de x**



5. **estimer quelle doit-être le coté des petits carrés enlevés à chaque coin pour avoir la boîte de plus grand volume et préciser le volume maximal ? (justifier)**

   Graphiquement ou dans le tableau de valeurs on estime que : $\boxed{V_{max} = 686}$ **pour** $\boxed{x = 3,5}$
6. **on veut une boîte d'au moins** $500\ cm^3$**, estimer les valeurs de x acceptables (justifier)**
   Graphiquement on estime que : $\boxed{x \in [1,6\ ;\ 5,9]}$
7. **on dispose aussi ci dessus des courbes qui donnent l'aire du fond de la boîte et l'aire de papier qui reste (les 4 coins) en fonction de x. pour quelle(s) valeur(s) de x peut-on utiliser le reste de papier pour fabriquer un couvercle pour la boîte ? (justifier)**
   il suffit qu'il reste une surface de papier au moins aussi grande que celle du fond
   soit pour $\boxed{x \in [5,25\ ;\ 10,5]}$

11 devoir maison

11.1 devoir maison 1

Devoir maison

Exercice 1 : –> exercice 13 page 29 auquel sont ajoutées les questions suivantes

3. a. déterminer graphiquement le tableau de variations de h sur l'intervalle $[-12,5\ ;\ 22,5]$ ainsi que les commentaires

   b. donner les valeurs du maximum et du minimum de h ainsi que les valeurs de x associées sur l'intervalle $[-12,5\ ;\ 22,5]$ *(à 1 près)*

4. a. déterminer graphiquement le tableau de signes de h sur l'intervalle $[-10\ ;\ 22,5]$ ainsi que les commentaires

   b. montrer que $h(x)$ peut aussi s'écrire $h(x) = (2x - 28)(x + 6)$
   (développer cette expression et comparer à celle donnée dans l'énoncé)

   c. recopier et compléter le tableau de signes de $(2x - 28)(x + 6)$ donné ci desous sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ +\infty[$

valeur de x	
signe de $2x - 28$	
signe de $x + 6$	
signe de $(2x - 28)(x + 6)$	

   d. les résultats du $a.$ et $c.$ sont-ils cohérents ?

5. a. déterminer graphiquement l'ensemble S des solutions de l'équation $h(x) = 250$ à 1 près

   b. montrer que $h(x)$ peut aussi s'écrire $h(x) = 2(x - 4)^2 - 200$ *(développer)*

   c. résoudre algébriquement l'équation $2(x - 4)^2 - 200 = 250$

   d. les résultats du $a.$ et $c.$ sont-ils cohérents ?

6. déterminer graphiquement l'ensemble S des solutions de l'inéquation $h(x) < 250$

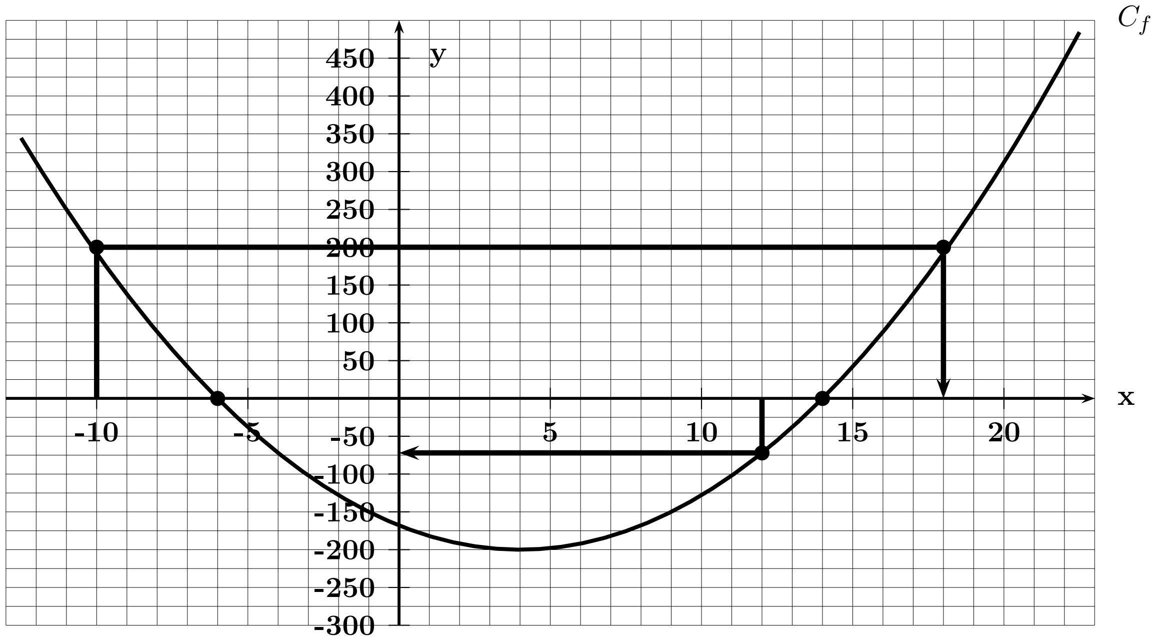
Exercice 2 : –> exercice 78 page 46

Exercice 3 : –> exercice 80 page 46

11.2 corrigé devoir maison 1

corrigé devoir maison

exercice 13 page 29



1. graphiquement :

   l'image de 12 est approximativement égale à $\boxed{-75}$ (voir tracés)
   l'image de -6 est approximativement égale à $\boxed{0}$ (voir tracés)

2. algébriquement :
   a. l'image de 12 est : $h(12) = 2 \times 12^2 - 16 \times 12 - 168 = \boxed{-72}$
   l'image de -6 est :$h(-6) = 2 \times (-6)^2 - 16 \times (-6) - 168 = \boxed{0}$
   b. ces valeurs sont cohérentes avec celles trouvées à la question 1.

3. tableau de variations de h et commentaires associés :
   a. Tableau de variation

x	$\simeq -12,5$		$\simeq 4$		$\simeq 22,5$
$h(x)$	$\simeq 350$	$\searrow$	$\simeq -200$	$\nearrow$	$\simeq 480$

$$\text{commentaires : } \begin{cases} h \text{ est décroissante pour } x \in [\simeq -12,5 \ ; \ \simeq 4] \\ h \text{ est croissante pour } x \in [\simeq 4 \ ; \ \simeq 22,5] \end{cases}$$

   b. Extremum :

$$\begin{cases} \text{Le maximum de } f \text{ sur } [\ -15 \ ; \ 22,5\ ] \text{ vaut } \simeq 480 \text{ pour } x = 22,5 \\ \text{Le minimum de } f \text{ sur } [\ -15 \ ; \ 22,5\ ] \text{ vaut } \simeq -200 \text{ pour } x = 4 \end{cases}$$

4 a. tableau de signes de h et commentaires associés.

x	$\simeq -12,5$		-6		$\simeq 14$		$\simeq 22,5$
$h(x)$		$+$	0	-	0	$+$	

$$\begin{cases} h(x) = 0 \text{ pour } x \in \{-6 \ ; \ \simeq 14\} \\ h(x) < 0 \text{ pour } x \in]-6 \ ; \ \simeq 14[\\ h(x) > 0 \text{ pour } x \in [\simeq -12,5 \ ; \ -6[\cup] \simeq 14 \ ; \ \simeq 22,5] \end{cases}$$

b. développons : $(2x-28)(x+6) = 2x^2+12x-28x-168 = 2x^2-16x-168$
donc $\boxed{h(x) = (2x-28)(x+6)}$

c. tableau de signes de : $(2x-28)(x+6)$

x	$-\infty$		-6		14		$+\infty$
$2x-28$		**-**	|	**-**	**0**	$+$	
$x+6$		**-**	**0**	$+$	|	$+$	
$(2x-28)(x+6)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

Annulations
$2x-28=0 \Longleftrightarrow x=\dfrac{28}{2}=14$
$x+6=0 \Longleftrightarrow x=-6$

d. les résultats du a. et du c. sont cohérents

5 a. graphiquement, l'équation $h(x) = 200$
admet pour ensemble de solutions $\boxed{S\ =\ \{\ -10\ ;\ \simeq 18\}}$.

b. développons : $2(x-4)^2-200 = 2(x^2-8x+16)-200 = 2x^2-16x+32-200 = 2x^2-16x-168$
donc $\boxed{h(x) = 2(x-4)^2-200}$

c. $2(x-4)^2-200=250 \Longleftrightarrow 2(x-4)^2=450$
$\Longleftrightarrow (x-4)^2 = 225$
$\Longleftrightarrow (x-4)=\sqrt{225}$ **ou** $(x-4)=-\sqrt{225}$
$\Longleftrightarrow x=19$ **ou** $x=-11$
donc $\boxed{S=\{-11;19\}}$

d. les résultats du a. et du c. sont cohérents

6. graphiquement, l'inéquation $h(x) < 200$ **admet pour ensemble de solutions** $\boxed{S\ =\ ]\ -10\ ;\ \simeq 18[}$.

exercice 78 page 46

(a) lorsque le prix unitaire est de 10 €, $\boxed{\text{l'offre est supérieure à la demande}}$
(b) l'offre égale la demande pour un prix unitaire de $\boxed{5\text{ €}}$
(c) l'offre est inférieure à la demande pour $\boxed{x \in [1;5]}$

exercice 80 page 46

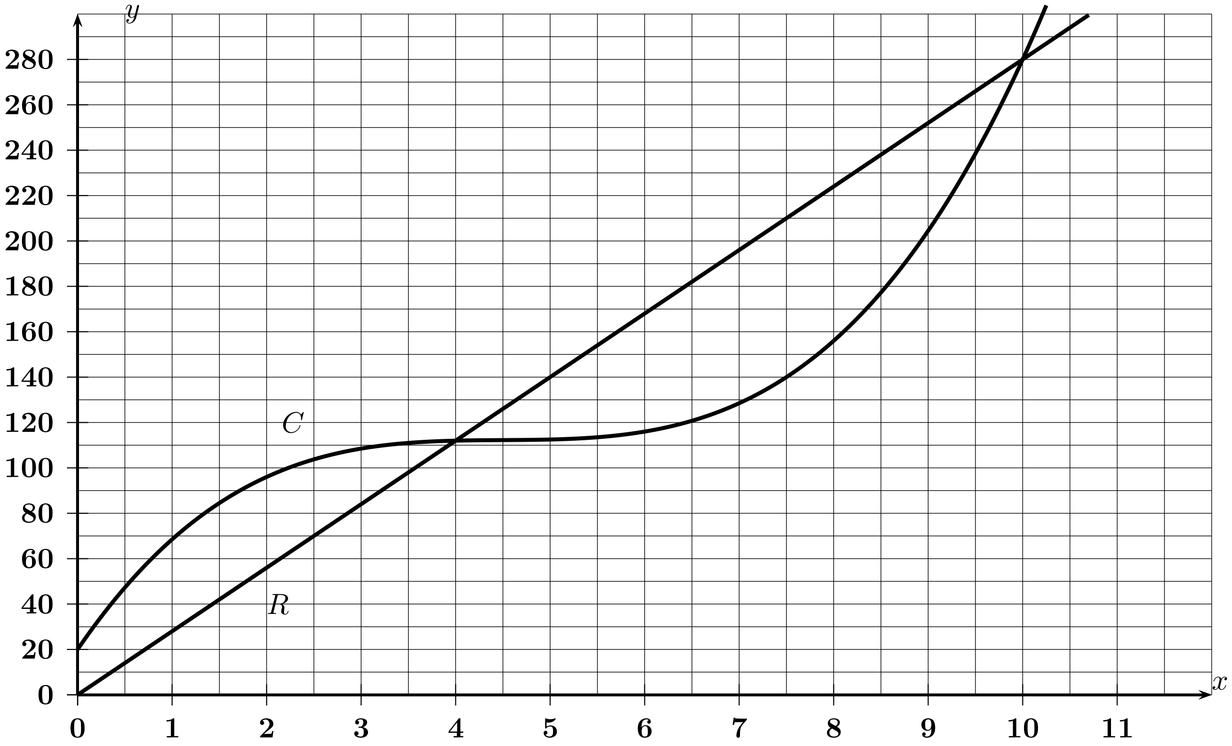
(a) l'âge d'un organisme dont le pourcentage est de 30% est d'environs $\boxed{\text{10 milliers d'années}}$
(b) lorsque le pourcentage est compris entre 30% et 40%, l'âge est comris entre $\boxed{\text{7 milliers et 10 milliers d'années}}$
(c) lorsque le pourcentage est inférieur à 10%, l'âge est $\boxed{\text{supérieur ou égal à} \simeq 18 \text{ milliers d'années}}$

11.3 devoir maison 2

Devoir maison

nom, prénom : ...

Une entreprise fabrique et vend un objet grandes quantités.
L'objet est vendu 28 euros l'unité.
Si on désigne par x le nombre d'objets produits et vendus (en milliers) :
Le coût total de fabrication (en milliers d'euros) est donnée par $C(x) = x^3 - 13,5x^2 + 61x + 20$
Chaque objet est vendu 28 euros
La recette totale (en milliers d'euros) est alors donnée par $R(x) = 28x$
Les courbes de C et R sont représentées ci dessous pour $x \in [0\ ;\ 12]$



1. **Etude Graphique**

   les tracés seront apparents sur le graphique et une phrase de conclusion est à rédiger

   (a) **estimer la valeur de la recette, du coût et du bénéfice pour une production de $x = 1$ millier puis pour $x = 5$ milliers d'objets (Bénéfice = Recette - Coût)**

   (b) **déterminer les nombres d'objets à fabriquer et à vendre pour que la production soit rentable et donner l' intervalle de rentabilité (la production est rentable si la recette R est strictement supérieure au coût C)**

   (c) **déterminer les nombres d'objets à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit maximal et donner une approximation de ce bénéfice (le bénéfice maximal correspond à l'écart maximal entre les courbes de R et de C dans l'intervalle de rentabilité**

   (d) **Estimer graphiquement le prix de vente d'une boîte en dessous duquel on ne ferait aucun bénéfice (tracer la courbe de la recette correspondante) (bonus)**

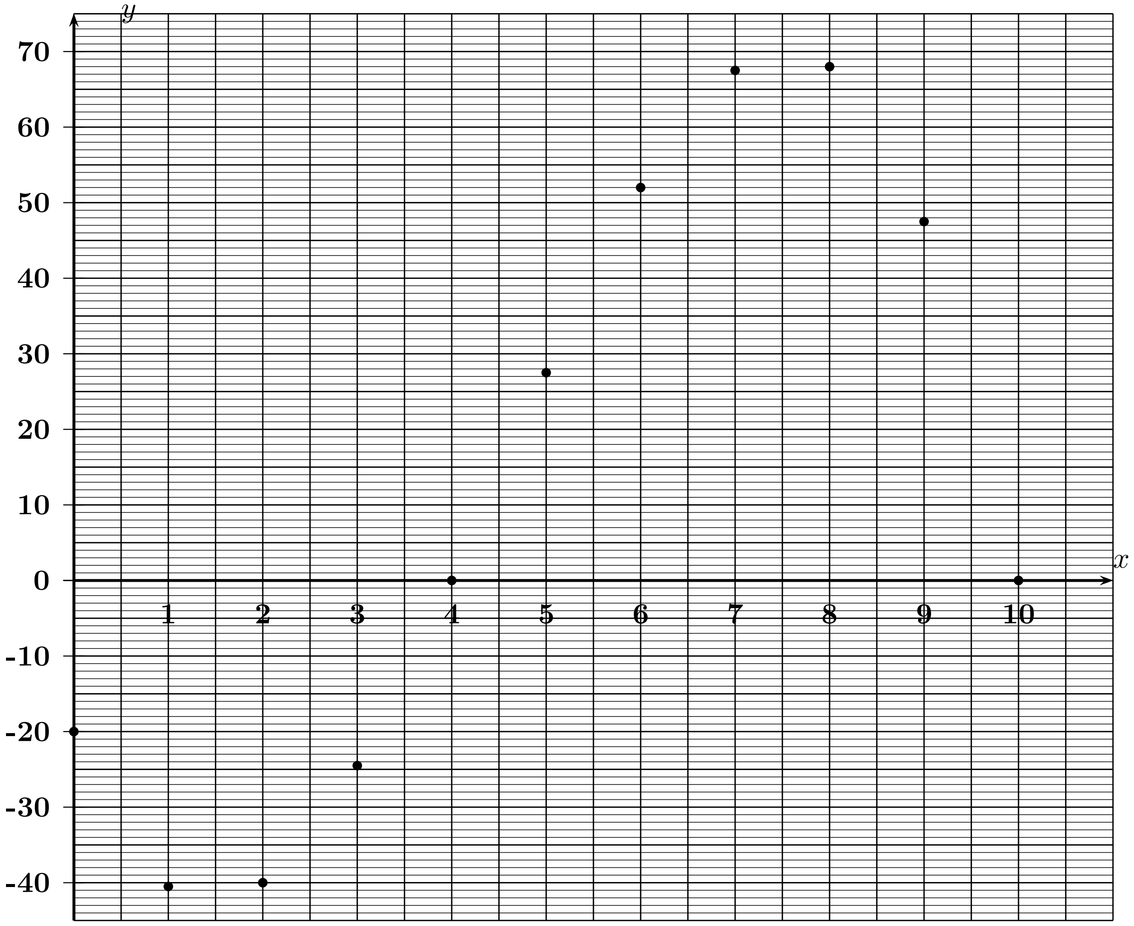
2. **Etude fonctionnelle du bénéfice**

   (a) **Montrer que le bénéfice est donné en fonction de x par $B(x) = -x^3 + 13,5x^2 - 33x - 20$ (rappel : $B(x) = R(x) - C(x)$)**

   (b) **Compléter le tableau de valeurs ci dessous à l'entier le plus proche (détailler un calcul)**

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5	6	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5
$B(x)$		-33		-43		-34					68	70	68			28		-36

(c) **terminer la courbe de B dans le repère suivant pour $x \in [\ 0\ ;\ 10,5\ ]$**



les tracés seront apparents sur le graphique et une phrase de conclusion est à rédiger

(d) **bénéfice maximal**

  i. **estimer graphiquement le tableau de variations de $B(x)$ sur $[\ 0\ ;\ 10,5\ ]$**

  ii. **estimer graphiquement les nombres de boîtes à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit maximal et donner une approximation de ce bénéfice maximal**

  iii. **est-ce en accord avec les résultats trouvés à la première partie**

(e) **intervalle de rentabilité**

  i. **estimer graphiquement le tableau de signes de $B(x)$ sur $[\ 0\ ;\ 10,5\ ]$**

  ii. **estimer graphiquement estimer graphiquement les nombres de boîtes à fabriquer et à vendre pour que la production soit rentable et donner l'intervalle de rentabilité**

  iii. **on admet que $B(x) = (-0,5x + 5)(x - 4)(2x + 1)$**

    A. **En déduire le tableau de signes de $B(x)$ ci dessous pour $x \in [0; 10,5]$ (à recopier sur copie)**

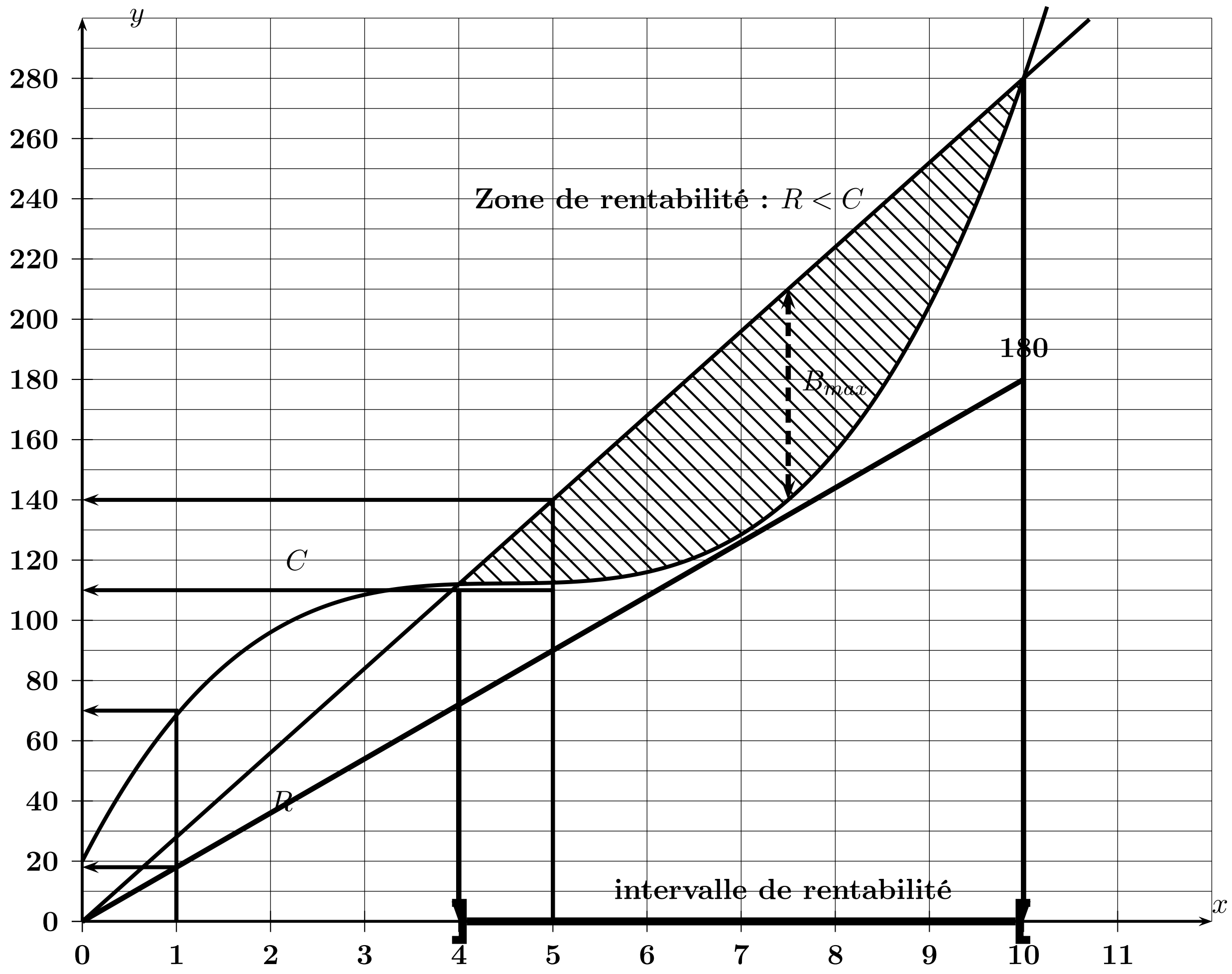
Valeur de x		**Annulations**
Signe de $(-0,5x + 5)$		
Signe de $(x - 4)$		
Signe de $(2x + 1)$		
Signe de $(-0,5x + 5)(x - 4)(2x + 1)$		

    B. **en déduire les valeurs de x pour lesquelles $B(x)$ est positif strict.**

    C. **est-ce en accord avec les résultats trouvés à la première partie et avec ceux trouvés précédemment ?**

11.4 corrigé devoir maison 2

corrigé devoir maison



1. **Etude Graphique**

   les tracés seront apparents sur le graphique et une phrase de conclusion est à donner

   (a) **pour 1 millier : recette** $= \boxed{28}$ **coût** $\simeq \boxed{70}$ **bénéfice** $\simeq 28 - 70 = \boxed{-42}$
   pour 5 milliers : recette $= \boxed{140}$ **coût** $\simeq \boxed{110}$ **bénéfice** $\simeq 140 - 110 \simeq \boxed{30}$

   (b) **les nombres d'objets à fabriquer et à vendre pour que la production soit rentable sont** $\boxed{\textbf{compris entre 4 et 10 milliers}}$**, intervalle de rentabilité** $= \boxed{]4\ ;\ 10[}$ $(R > C)$

   (c) **le nombres d'objets à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit maximal est** $\boxed{7,5 \textbf{ milliers}}$**, une approximation de ce bénéfice est** $\boxed{70 \textbf{ milliers d'euros}}$

   (d) **Construite ci dessus la droite de recette à partir de laquelle aucun bénéfice n'est plus possible. on en déduit le prix de vente d'une boîte en dessous duquel on ne ferait aucun bénéfice :** $\simeq \dfrac{180}{10} = \boxed{18 \text{ €}}$

2. **Etude fonctionnelle du bénéfice**

   (a) $B(x) = R(x) - C(x) = 28x - (x^3 - 13,5x^2 + 61x + 20)$
   $B(x) = 28x - x^3 + 13,5x^2 - 61x - 20 = \boxed{-x^3 + 13,5x^2 - 33x - 20}$

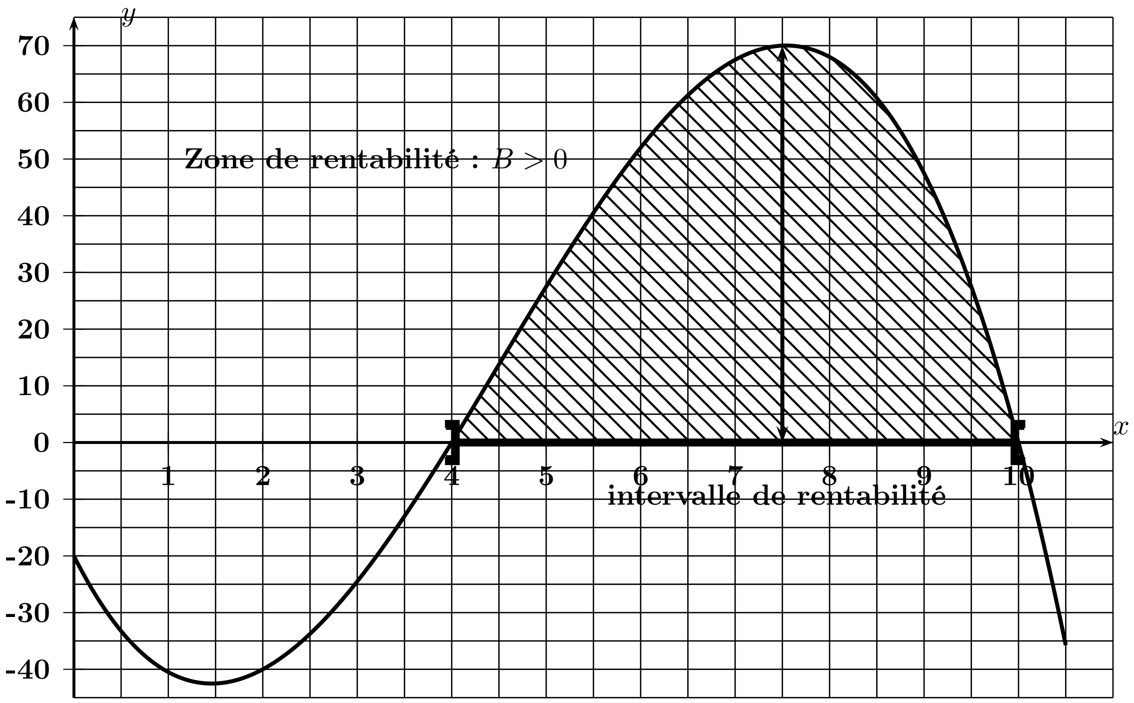
   (b) **Compléter le tableau de valeurs ci dessous à** 10^{-1} **près**

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$B(x)$	-20	-33	-41	-43	-40	-34	-25	0	28

x	6	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5
$B(x)$	52	68	70	68	61	48	28	0	-36

détailler un calcul : $B(0) = -0^3 + 13,5 \times 0^2 - 33 \times 0 - 20 = -20$

(c) **courbe de B dans le repère suivant pour $x \in [\ 0\ ;\ 10,5\ ]$**



(d) **bénéfice maximal**

i. **tableau de variations de $B(x)$ sur $[\ 0\ ;\ 10,5\ ]$**

valeur de x	0		1,5		7,5		10,5
variations de $B(x)$	-20	↘	-43	↗	70	↘	-36

ii. **le nombre de boîtes à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit maximal est** $\boxed{\simeq 7,5 \text{ milliers}}$ **et une approximation de ce bénéfice est** $\boxed{\simeq 70 \text{ milliers d'euros}}$

iii. $\boxed{\text{oui}}$**, les résultats sont cohérents avec ceux trouvés dans la première partie**

(e) **intervalle de rentabilité**

i. **estimer graphiquement le tableau de signes de $B(x)$ sur $[\ 0\ ;\ 10,5\ ]$**

valeur de x	0		4		10		10,5
signe de $B(x)$		**-**	**0**	+	**0**	**-**	

ii. **les nombres de boîtes à fabriquer et à vendre pour que la production soit rentable sont dans l'intervalle** $\boxed{]\simeq 4\ ;\ \simeq 10[}$

iii. **on admet que : $B(x) = (-0,5x+5)(x-4)(2x+1)$**

A. **on en déduit le tableau de signes de $B(x)$ ci dessous pour $x \in]-\infty; +\infty[$**

x	$-\infty$		$-0,5$		4		10		$+\infty$
$(-0,5x+5)$		+	|	+	|	+	**0**	**-**	
$(x-4)$		**-**	|	**-**	**0**	+	|	+	
$(2x+1)$		**-**	**0**	+	|	+	|	+	
$B(x)$		+	**0**	**-**	**0**	+	**0**	**-**	

Annulations

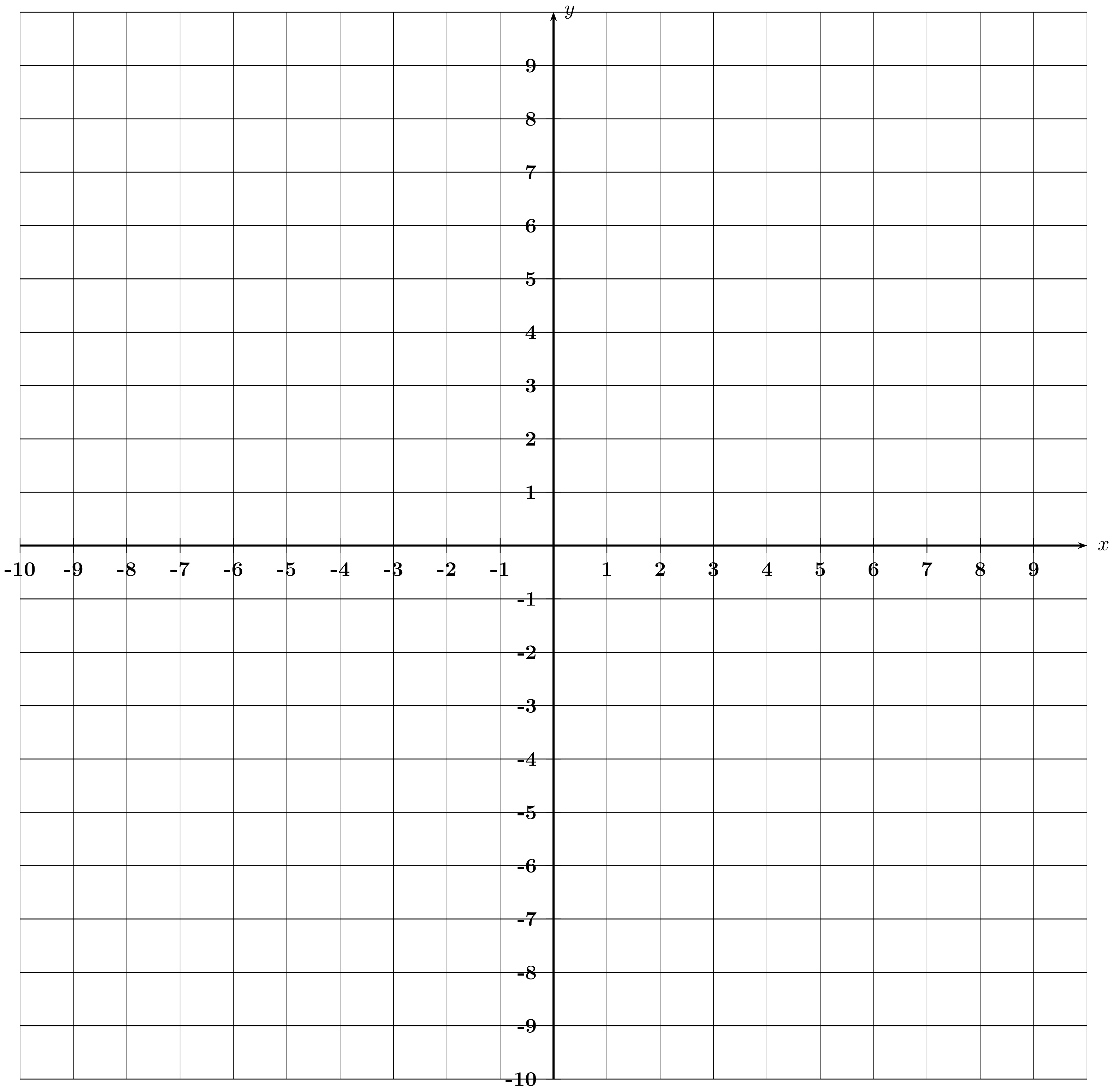
$-0,5x+5 = 0 \Longleftrightarrow x = 10$

$x - 4 = 0 \Longleftrightarrow x = 4$

$x = \dfrac{-1}{2} = -0,5$

B. $\boxed{B(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in]-\infty\ ;\ -0,5[\ \cup\ ]4\ ;\ 10[}$

C. **en accord avec les résultats trouvés précédemment**


y
x
9
8
7
6
5
4
3
2
1
-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10

11.5 devoir maison 3

Devoir maison

Exercice 1 : –> **exercice 13 page 29 auquel sont ajoutées les questions suivantes**

3. a. déterminer graphiquement le tableau de variations de h sur l'intervalle $[-12,5\ ;\ 22,5]$ ainsi que les commentaires

b. donner les valeurs du maximum et du minimum de h ainsi que les valeurs de x associées sur l'intervalle $[-12,5\ ;\ 22,5]$ *(à 1 près)*

4. a. déterminer graphiquement le tableau de signes de h sur l'intervalle $[-10\ ;\ 22,5]$ ainsi que les commentaires

b. montrer que $h(x)$ peut aussi s'écrire $h(x) = (2x - 28)(x + 6)$
(développer cette expression et comparer à celle donnée dans l'énoncé)

c. recopier et compléter les tableaux de signes ci desous sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ +\infty[$

valeur de x	
signe de $2x - 28$	

annulation

valeur de x	
signe de $x + 6$	

annulation

d. déduire des deux tableaux précédents le tableau de signes suivant *(à recopier et compléter)*

valeur de x	$-\infty$	-6	12	$+\infty$
signe de $(2x - 28)(x + 6)$				

e. les résultats du *a.* et *d.* sont-ils cohérents ?

5. a. déterminer graphiquement l'ensemble S des solutions de l'équation $h(x) = 250$ à 1 près

b. montrer que $h(x)$ peut aussi s'écrire $h(x) = 2(x - 4)^2 - 200$ *(développer)*

c. résoudre algébriquement l'équation $2(x - 4)^2 - 200 = 250$

d. les résultats du *a.* et *c.* sont-ils cohérents ?

6. déterminer graphiquement l'ensemble S des solutions de l'inéquation $h(x) < 250$

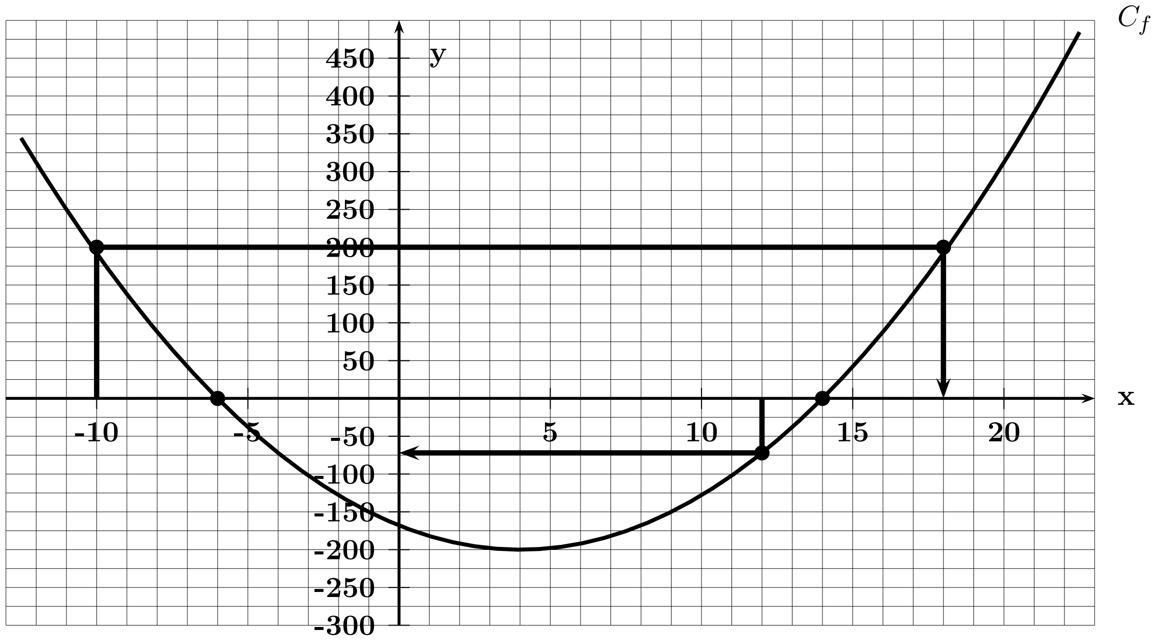
Exercice 2 : –> **exercice 78 page 46**

Exercice 3 : –> **exercice 80 page 46**

11.6 corrigé devoir maison 3

corrigé devoir maison

exercice 13 page 29



1. **graphiquement :**

   l'image de 12 est approximativement égale à $\boxed{-75}$ **(voir tracés)**
   l'image de -6 est approximativement égale à $\boxed{0}$ **(voir tracés)**

2. **algébriquement :**
   - a. **l'image de 12 est :** $h(12) = 2 \times 12^2 - 16 \times 12 - 168 = \boxed{-72}$
     l'image de -6 est :$h(-6) = 2 \times (-6)^2 - 16 \times (-6) - 168 = \boxed{0}$
   - b. **ces valeurs sont cohérentes avec celles trouvées à la question 1.**

3. **tableau de variations de** h **et commentaires associés :**
   - a. **Tableau de variation**

x	$\simeq -12,5$		$\simeq 4$		$\simeq 22,5$
$h(x)$	$\simeq 350$	$\searrow$	$\simeq -200$	$\nearrow$	$\simeq 480$

commentaires : $\begin{cases} h \text{ est décroissante pour } x \in [\simeq -12,5\ ;\ \simeq 4] \\ h \text{ est croissante pour } x \in [\simeq 4\ ;\ \simeq 22,5] \end{cases}$

   - b. **Extremum :**

$$\begin{cases} \text{Le maximum de } f \text{ sur } [\ -15\ ;\ 22,5\ ] \text{ vaut } \simeq 480 \text{ pour } x = 22,5 \\ \text{Le minimum de } f \text{ sur } [\ -15\ ;\ 22,5\ ] \text{ vaut } \simeq -200 \text{ pour } x = 4 \end{cases}$$

4 a. **tableau de signes de** h **et commentaires associés.**

x	$\simeq -12,5$		-6		$\simeq 14$		$\simeq 22,5$
$h(x)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

$$\begin{cases} h(x) = 0 \text{ pour } x \in \{-6\ ;\ \simeq 14\} \\ h(x) < 0 \text{ pour } x \in]-6\ ;\ \simeq 14[\\ h(x) > 0 \text{ pour } x \in [\simeq -12,5\ ;\ -6[\ \cup\ ]\simeq 14\ ;\ \simeq 22,5] \end{cases}$$

b. **développons :** $(2x-28)(x+6) = 2x^2 + 12x - 28x - 168 = 2x^2 - 16x - 168$
donc $\boxed{h(x) = (2x-28)(x+6)}$

c. **tableaux de signes :**

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$x+6$		**-**	**0**	$+$	

Annulations
$x + 6 = 0 \Longleftrightarrow x = -6$

x	$-\infty$		14		$+\infty$
$2x-28$		**-**	**0**	$+$	

Annulations
$2x - 28 = 0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{28}{2} = 14$

x	$-\infty$		-6		14		$+\infty$
$(2x-28)(x+6)$		$+$	**0**	**-**	**0**	$+$	

Annulations

d. **les résultats du a. et du c. sont cohérents**

5 **a.** **graphiquement, l'équation** $h(x) = 200$
admet pour ensemble de solutions $\boxed{S \;=\; \{\; -10 \;;\; \simeq 18\}}$.

b. **développons :** $2(x-4)^2 - 200 = 2(x^2 - 8x + 16) - 200 = 2x^2 - 16x + 32 - 200 = 2x^2 - 16x - 168$
donc $\boxed{h(x) = 2(x-4)^2 - 200}$

c. $2(x-4)^2 - 200 = 250 \Longleftrightarrow 2(x-4)^2 = 450$
$\Longleftrightarrow (x-4)^2 = 225$
$\Longleftrightarrow (x-4) = \sqrt{225}$ **ou** $(x-4) = -\sqrt{225}$
$\Longleftrightarrow x = 19$ **ou** $x = -11$
donc $\boxed{S = \{-11; 19\}}$

d. **les résultats du a. et du c. sont cohérents**

6. **graphiquement, l'inéquation** $h(x) < 200$ **admet pour ensemble de solutions** $\boxed{S \;=\;]\; -10 \;;\; \simeq 18[}$.

<u>exercice 78 page 46</u>

(a) **lorsque le prix unitaire est de 10 €,** $\boxed{\textbf{l'offre est supérieure à la demande}}$

(b) **l'offre égale la demande pour un prix unitaire de** $\boxed{5 \text{ €}}$

(c) **l'offre est inférieure à la demande pour** $\boxed{x \in [1; 5]}$

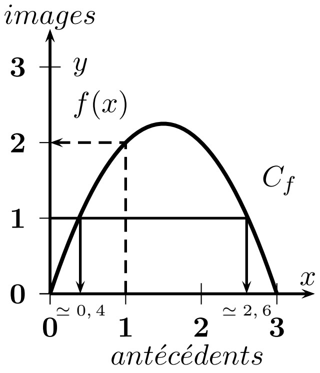
<u>exercice 80 page 46</u>

(a) **l'âge d'un organisme dont le pourcentage est de** 30% **est d'environs** $\boxed{10 \textbf{ milliers d'années}}$

(b) **lorsque le pourcentage est compris entre** 30% **et** 40%**, l'âge est comris entre** $\boxed{7 \textbf{ milliers et } 10 \textbf{ milliers d'années}}$

(c) **lorsque le pourcentage est inférieur à** 10%**, l'âge est** $\boxed{\textbf{supérieur ou égal à } \simeq 18 \textbf{ milliers d'années}}$

12 bilan à retenir



définition 2 : *(fonction, domaine de définition, image, antécédent)*

quelle que soit la partie D de $\mathbb{R}$,

f est une fonction définie sur D et à valeurs dans $\mathbb{R}$

équivaut à

quel que soit le nombre réel $x \in D$,

$\boxed{f \text{ associe à } x\text{, un et un seul nombre réel noté } y \text{ ou } f(x)}$

et appelé "image de x par f, *(x est un antécédent de $f(x)$)*

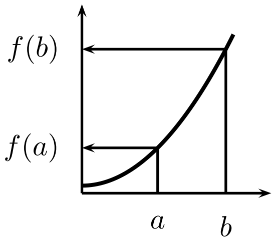
D est appelé "domaine de définition" de f

par exemple, sur la figure ci dessus :

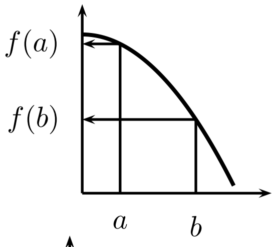
$$\begin{cases} \text{domaine de définition} = D = [0\ ;\ 3] \\ f(1) = 2 \text{ soit "1 a pour image 2" on note aussi : } f : 1 \longmapsto 2 \\ f(x) = 1 \iff x = \simeq 0,4 \text{ ou } x \simeq 2,6 \text{ soit } 1 \text{ "a pour antécédents" } \simeq 0,4 \text{ et } \simeq 2,6 \\ \text{3 n'a pas d'antécédents par } f \end{cases}$$

définition 3 : *(sens de variation)*

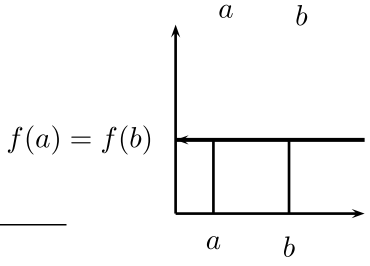
quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,



$$\begin{cases} \text{la fonction } f \text{ est strictement croissante sur l'intervalle I} \\ \text{équivaut à} \\ \text{quels que soient } a \in I \text{ et } b \in I : \boxed{\text{si } a < b \text{ alors } f(a) < f(b)} \\ \textit{(une fonction croissante conserve l'ordre)} \end{cases}$$

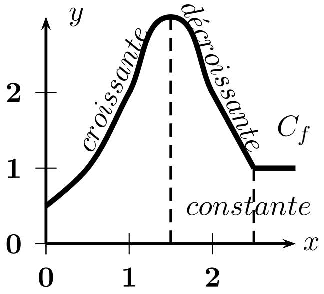


$$\begin{cases} \text{la fonction } f \text{ est strictement décroissante sur l'intervalle I} \\ \text{équivaut à} \\ \text{quels que soient } a \in I \text{ et } b \in I : \boxed{\text{si } a < b \text{ alors } f(a) > f(b)} \\ \textit{(une fonction décroissante change l'ordre)} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \text{la fonction } f \text{ est constante sur l'intervalle I} \\ \text{équivaut à} \\ \text{quels que soient } a \in I \text{ et } b \in I : \boxed{f(a) = f(b)} \end{cases}$$

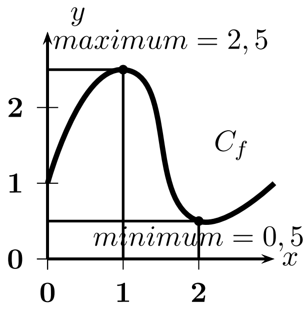
par exemple, sur la figure ci dessous :



x	0		1,5		2,5		3
$f(x)$			**3**				
		↗		↘			
	0,5				**1**	⟶	**1**

$$\begin{cases} f \text{ croît sur } [0\ ;\ 1,5] \\ f \text{ décroît sur } [1,5\ ;\ 2,5] \\ f \text{ est constante sur } [2,5\ ;\ 3] \end{cases}$$

définition 4 : *(maximum et minimum)*



sur l'intervalle I, la fonction $\boxed{f \text{ admet } M \text{ pour maximum en } x = x_M}$

équivaut à : quel que soit $x \in I$, $\boxed{f(x) \leq M \text{ et } f(x_M) = M}$

sur l'intervalle I, la fonction $\boxed{f \text{ admet } m \text{ pour minimum en } x = x_m}$

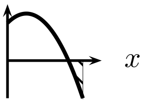
équivaut à : quel que soit $x \in I$, $\boxed{f(x) \geq m \text{ et } f(x_m) = m}$

par exemple, sur la figure ci dessus :

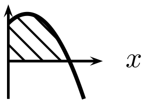
$$\text{sur } [0\ ;\ 3] : \begin{cases} \text{le maximum de } f \text{ vaut } 2,5 \text{ pour } x = 1 \\ \text{le minimum de } f \text{ vaut } 0,5 \text{ pour } x = 2 \end{cases}$$

définition 5 : *(signe d'une fonction)*

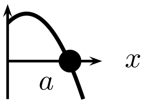
la fonction f est strictement négative sur l'intervalle I équivaut à :
la courbe de f est en dessous de l'axe des abscisses pour tout $x \in I$
ou $\boxed{x \in I \Longrightarrow f(x) < 0}$



la fonction f est strictement positive sur l'intervalle I équivaut à :
la courbe de f est au dessus de l'axe des abscisses pour tout $x \in I$
ou $\boxed{x \in I \Longrightarrow f(x) > 0}$



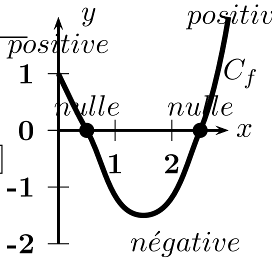
la fonction f est nulle en $x = a$ équivaut à :
la courbe de f coupe l'axe des abscisses en $x = a$ ou $\boxed{f(a) = 0}$



par exemple, sur la figure ci contre :

valeur de x	**0**		**0,5**		**2,5**	**3**
signe de $f(x)$		$+$	**0**	$-$	**0**	$+$

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \{0,5 \ ; \ 2,5\} \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in]0,5 \ ; \ 2,5[\\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in [0 \ ; \ 0,5[\cup]2,5 \ ; \ 3] \end{cases}$$

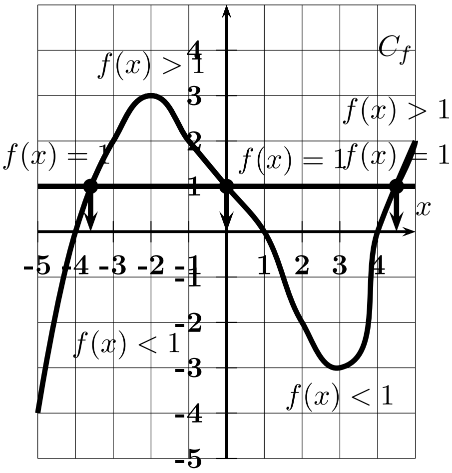


définition 6 : *(équation et inéquation à une courbe)*

l'équation $\boxed{f(x) = a}$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
sur la droite d'équation $y = a$

l'inéquation $\boxed{f(x) \geq a}$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
au dessus ou sur la droite d'équation $y = a$

l'inéquation $\boxed{f(x) \leq a}$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
en dessous ou sur la droite d'équation $y = a$



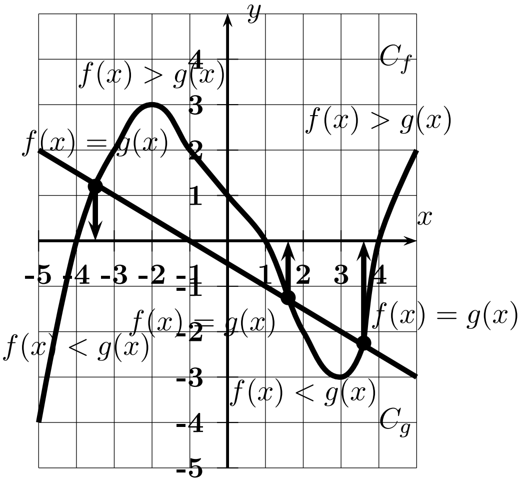
par exemple, sur la figure ci dessus :
$$\begin{cases} f(x) = 1 \Longleftrightarrow x \in \{-3,6 \ ; \ 0 \ ; \ 4,5\} \\ f(x) > 1 \qquad \Longleftrightarrow x \in]-3,6 \ ; \ 0[\cup]4,5 \ ; \ 5] \\ f(x) < 1 \qquad \Longleftrightarrow x \in [-5 \ ; \ -3,6[\cup]0 \ ; \ 4,5[\end{cases}$$

définition 7 : *(équation et inéquation à deux courbes)*

l'équation $\boxed{f(x) = g(x)}$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont sur C_g

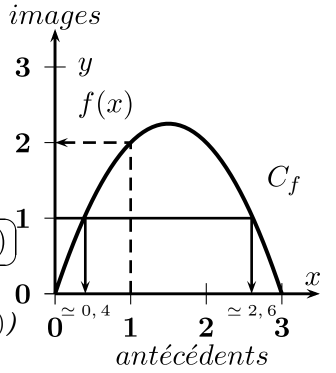
l'inéquation $\boxed{f(x) \geq g(x)}$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
au dessus ou sur C_g

l'inéquation $\boxed{f(x) > g(x)}$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
strictement au dessus de C_g



par exemple, sur la figure ci dessus :
$$\begin{cases} f(x) = g(x) \Longleftrightarrow x \in \{-3,6 \ ; \ 1,5 \ ; \ 3,6\} \\ f(x) > g(x) \qquad \Longleftrightarrow x \in]-3,6 \ ; \ 1,5[\cup]3,6 \ ; \ 5] \\ f(x) < g(x) \qquad \Longleftrightarrow x \in [-5 \ ; \ -3,6[\cup]1,5 \ ; \ 3,6[\end{cases}$$

13 bilan à retenir *(à compléter)*



définition 8 : *(fonction, domaine de définition, image, antécédent)*

quelle que soit la partie D de $\mathbb{R}$,

f est une fonction définie sur D et à valeurs dans $\mathbb{R}$

équivaut à

quel que soit le nombre réel $x \in D$,

f associe à x, nombre réel noté y ou $f(x)$

et appelé " de x par f, *(x est un de $f(x)$)*

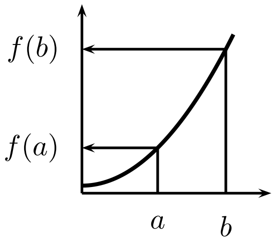
D est appelé " " de f

par exemple, sur la figure ci dessus :

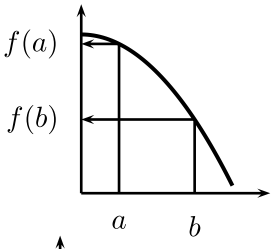
$\left\{\right.$ domaine de définition $= D =$
$f(1) =$ soit " a pour image " on note aussi : $f :$ $\longmapsto$
$f(x) = 1 \Longleftrightarrow x = \simeq$ ou $x \simeq$ soit 1 "a pour antécédents" $\simeq$ et $\simeq$
3 f

définition 9 : *(sens de variation)*

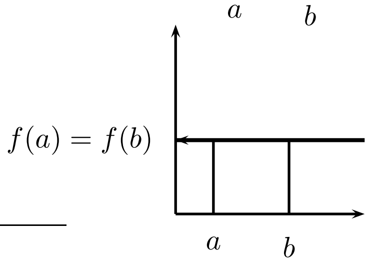
quelle que soit la fonction f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$,



$\left\{\right.$ la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle I
équivaut à
quels que soient $a \in I$ et $b \in I$: si $a < b$ alors $f(a)$ $f(b)$
(une fonction croissante l'ordre)

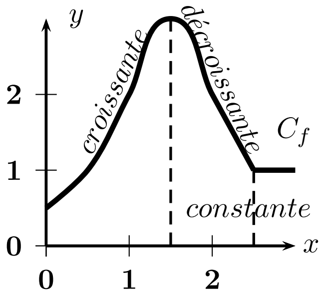


$\left\{\right.$ la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle I
équivaut à
quels que soient $a \in I$ et $b \in I$: si $a < b$ alors $f(a)$ $f(b)$
(une fonction décroissante l'ordre)



$\left\{\right.$ la fonction f est constante sur l'intervalle I
équivaut à
quels que soient $a \in I$ et $b \in I$: $f(a)$ $f(b)$

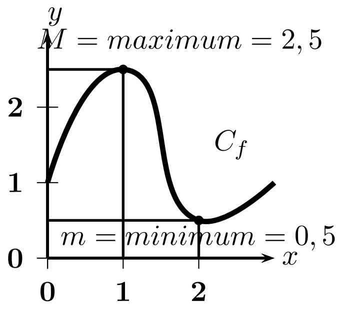
par exemple, sur la figure ci dessous :



x	
$f(x)$	

$\left\{\right.$ f croît sur
f décroît sur
f est sur

définition 10 : *(maximum et minimum)*



sur l'intervalle I, la fonction f admet M pour maximum en $x = x_M$

équivaut à : quel que soit $x \in I$, $f(x)$ M et $f(x_M) =$

sur l'intervalle I, la fonction f admet m pour minimum en $x = x_m$

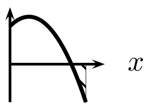
équivaut à : quel que soit $x \in I$, $f(x)$ m et $f(\quad) =$

par exemple, sur la figure ci dessus :

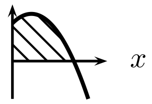
sur $[0 \ ; \ 3]$: $\left\{\right.$ le maximum de f vaut pour
le minimum de f vaut pour

définition 11 : *(signe d'une fonction)*

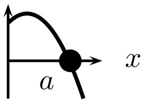
la fonction f est strictement négative sur l'intervalle I équivaut à :
la courbe de f est de l'axe des abscisses pour tout $x \in I$
ou $x \in I \Longrightarrow f(x) \quad 0$



la fonction f est strictement positive sur l'intervalle I équivaut à :
la courbe de f est de l'axe des abscisses pour tout $x \in I$
ou $x \in I \Longrightarrow f(x) \quad 0$



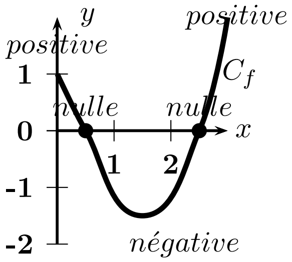
la fonction f est nulle en $x = a$ équivaut à :
la courbe de f l'axe des abscisses en $x =$ ou $f(\quad) =$



par exemple, sur la figure ci contre :

valeur de x	
signe de $f(x)$	

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Longleftrightarrow x \in \\ f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in \\ f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in \end{cases}$$

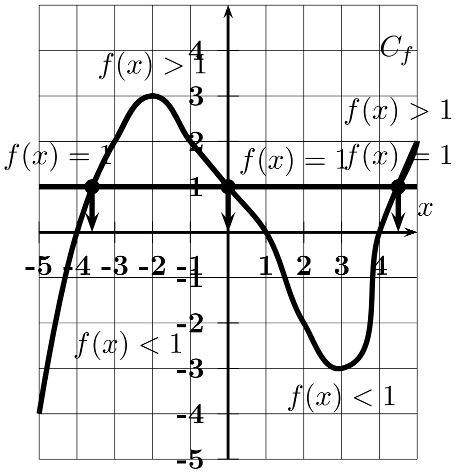


définition 12 : *(équation et inéquation à une courbe)*

l'équation $f(x) = a$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
la droite d'équation

l'inéquation $f(x) \geq a$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
ou la droite d'équation

l'inéquation $f(x) \leq a$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
ou la droite d'équation



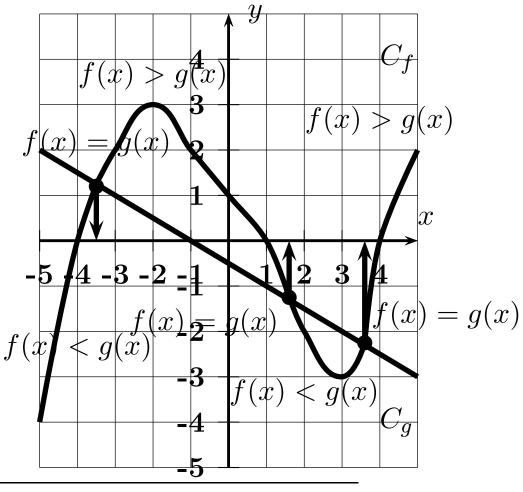
par exemple, sur la figure ci dessus : $\begin{cases} f(x) = 1 \Longleftrightarrow x \in \\ f(x) > 1 \quad \Longleftrightarrow x \in \\ f(x) < 1 \quad \Longleftrightarrow x \end{cases}$

définition 13 : *(équation et inéquation à deux courbes)*

l'équation $f(x) = g(x)$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont C_g

l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
ou C_g

l'inéquation $f(x) > g(x)$ a pour ensemble de solutions,
les abscisses des points de C_f qui sont
de C_g

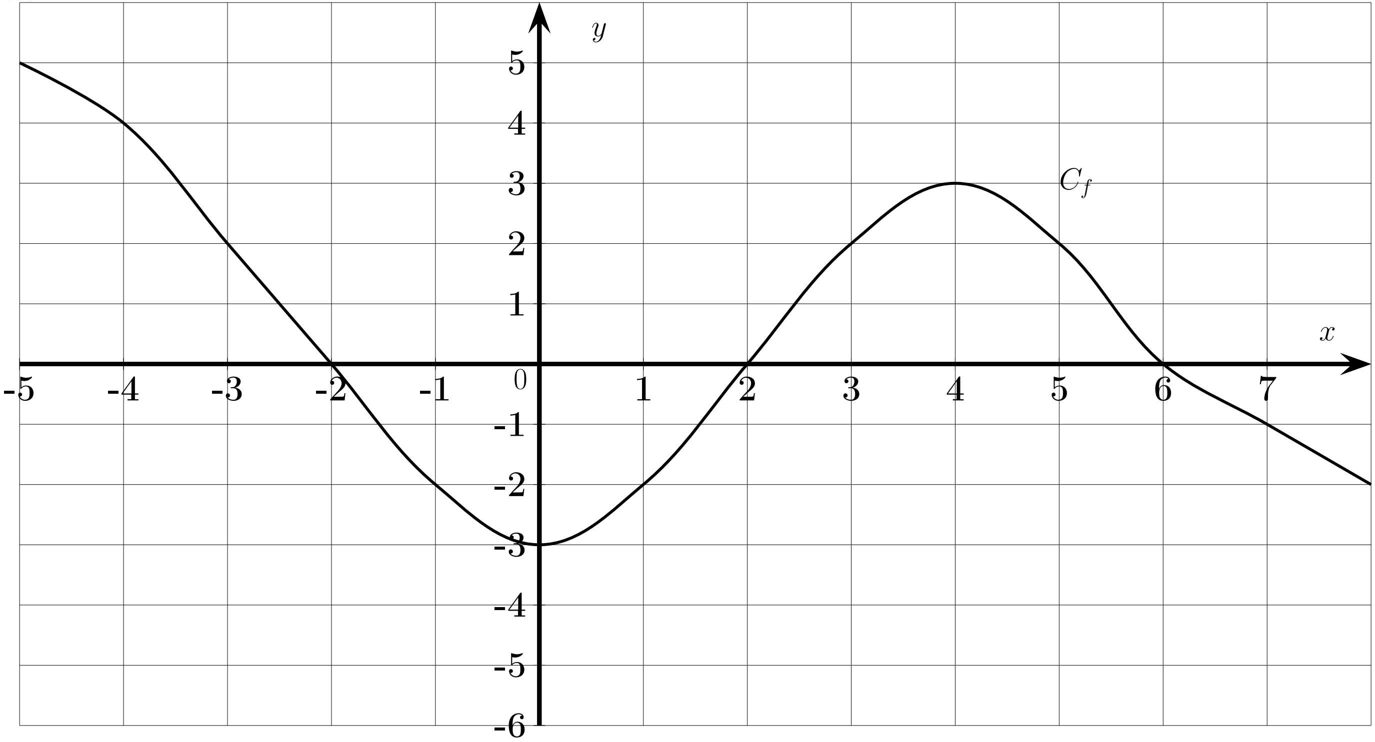


par exemple, sur la figure ci dessus : $\begin{cases} f(x) = g(x) \Longleftrightarrow x \in \\ f(x) > g(x) \quad \Longleftrightarrow x \in \\ f(x) < g(x) \quad \Longleftrightarrow x \in \end{cases}$

évaluation : Lecture graphique

Nom :

répondre aux questions posées pour la fonction définie par la courbe suivante
Faire apparaître les tracés utilisés



$x =$ **nombre de mois à partir d'aujourd'hui**
$f(x) =$ **température en degrés pour le nombre de mois** x

1. **la variable est *(barrer)* : le nombre de mois / la température**
2. **le domaine de définition de la fonction est l'intervalle** $D_f = ...$
3. **il y a trois mois, quelle était la température ? : ...**
4. $f(-3) = ...$
5. **dans quatre mois, quelle devrait-être la température ? : ...**
6. $f(4) = ...$
7. **il fait 2 degrés pour quel(s) nombres de mois ? : ...**
8. $f(x) = 2$ **pour** $x \in ...$
9. **il fait -2 degrés pour quel(s) nombres de mois ? : ...**
10. $f(x) = -2$ **pour** $x \in ...$
11. **la température est nulle pour quel(s) nombres de mois ? : ...**
12. $f(x) = 0$ **pour** $x \in ...$

13. dans 0 mois, quelle est la température ? : ...

14. $f(0) = ...$

15. le tableau de signes de $f(x)$ pour $x \in [-5; 8]$ est :

valeur de x	
signe de $f(x)$	

16. la température est strictement positive pour les nombres de mois *(penser à "inclu", "exclu")* compris entre ... et ... ou les nombres de mois compris entre ...

17. $f(x) > 0$ pour $x \in ...$

18. la température est strictement négative pour les nombres de mois compris entre ...

19. $f(x) < 0$ pour $x \in ...$

20. le tableau de variations de f pour $x \in [-5; 8]$ est :

valeur de x	
variations de $f(x)$	

21. la température est croissante pour compris les nombres de mois compris entre ...

22. f croît pour $x \in ...$

23. la température est décroissante pour les nombres de mois compris entre ...
ou les nombres de mois compris entre ...

24. f décroît pour $x \in ...$ et pour $x \in ...$

25. la température maximale est égale à ... et elle est atteinte pour le(s) nombre(s) de mois ...

26. f admet pour maximum ... atteint en $x = ...$

27. la température minimale est égale à ... et elle est atteinte pour le(s) nombre(s) de mois ...

28. f admet pour minimum ... atteint en $x = ...$

29. la température est strictement supérieure à 2 degrés pour les nombres de mois compris entre *(penser à "inclu", "exclu")* ...

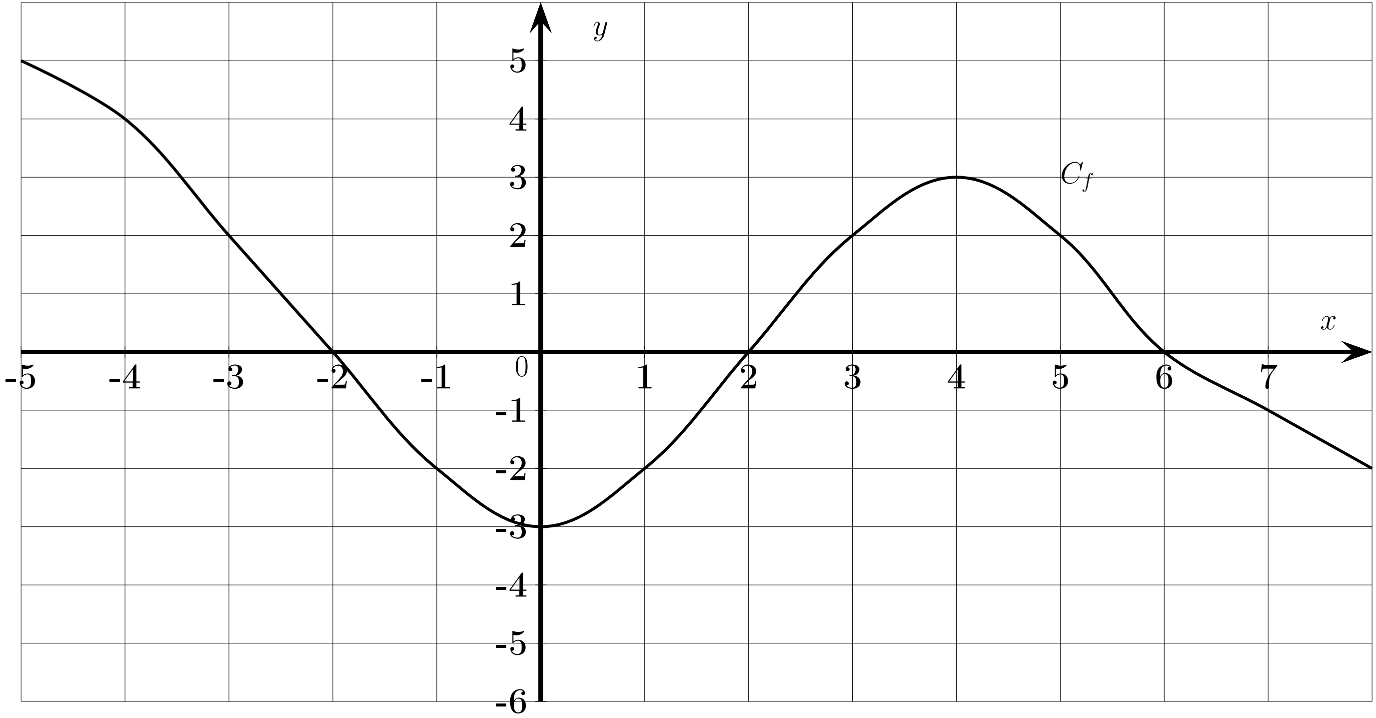
30. $f(x) > 2$ pour $x \in ...$

31. la température est inférieure ou égale à 2 degrés pour les nombres de mois compris entre ...

32. $f(x) \leq 2$ pour $x \in ...$

15 corrigé évaluation bilan de lecture graphique

répondre aux questions posées pour la fonction définie par la courbe suivante
Faire apparaître les tracés utilisés



$x =$ **nombre de mois à partir d'aujourd'hui**
$f(x) =$ **température en degrés pour le nombre de mois** x

1. **la variable est :** $\boxed{\text{le nombre de mois}}$ / **la température**
2. **le domaine de définition de la fonction est l'intervalle** $\boxed{D_f = [-5; 8]}$
3. **il y a trois mois, quelle était la température ? :** $\boxed{\textbf{2 degrés}}$
4. $\boxed{f(-3) = 2}$
5. **dans quatre mois, quelle devrait-être la température ? :** $\boxed{\textbf{3 degrés}}$
6. $\boxed{f(4) = 3}$
7. **il fait 2 degrés pour quel(s) nombres de mois ? :** $\boxed{\textbf{-3 ; 3 et 5}}$
8. $f(x) = 2$ **pour** $\boxed{x \in \{-3; 3; 5\}}$
9. **il fait -2 degrés pour quel(s) nombres de mois ? :** $\boxed{\textbf{-1 ; 1 et 8}}$
10. $f(x) = -2$ **pour** $\boxed{x \in \{-1; 1; 8\}}$
11. **la température est nulle pour quel(s) nombres de mois ? :** $\boxed{\textbf{-2 ; 2 et 6}}$
12. $f(x) = 0$ **pour** $\boxed{x \in \{-2; 2; 6\}}$
13. **dans 0 mois, quelle est la température ? :** $\boxed{\textbf{-3 degrés}}$

14. $\boxed{f(0) = -3}$

15. **le tableau de signes de $f(x)$ pour $x \in [-5; 8]$ est :**

valeur de x	**-5**		**-2**		**2**		**6**		**8**
signe de $f(x)$		+	**0**	**-**	**0**	+	**0**	**-**	

16. **la température est strictement positive pour les nombres de mois** ***(penser à "inclu", "exclu")*** **compris entre** $\boxed{\textbf{-5 inclu et -2 exclu}}$ **ou les nombres de mois compris entre** $\boxed{\textbf{2 exclu et 6 exclu}}$

17. $f(x) > 0$ **pour** $\boxed{x \in: [-5; -2[\cup]2; 6[}$

18. **la température est strictement négative pour les nombres de mois compris entre** $\boxed{\textbf{-2 exclu et 2 exclu}}$ **ou les nombres de mois compris entre** $\boxed{\textbf{6 exclu et 8 inclu}}$

19. $f(x) < 0$ **pour** $\boxed{x \in:]-2; 2[\cup]6; 8]}$

20. **le tableau de variations de f pour $x \in [-5; 8]$ est :**

valeur de x	**-5**		**0**		**4**		**8**
	5				**3**		
variations de $f(x)$		↘		↗		↘	
			-3				**-2**

21. **la température est croissante pour compris les nombres de mois compris entre** $\boxed{\textbf{0 inclu et 4 incu}}$

22. f **croît pour** $\boxed{x \in [0; 4]}$

23. **la température est décroissante pour les nombres de mois** $\boxed{\textbf{compris entre -5 inclu et 0 inclu}}$ **ou les nombres de mois** $\boxed{\textbf{compris entre 4 inclu et 8 inclu}}$

24. f **décroît pour** $\boxed{x \in [-5; 0]}$ **et pour** $\boxed{x \in [4; 8]}$

25. **la température maximale est égale à** $\boxed{\textbf{5}}$ **et elle est atteinte pour le(s) nombre(s) de mois** $\boxed{\textbf{-5}}$

26. f **admet pour** $\boxed{\textbf{maximum 5}}$ **atteint en** $\boxed{x = -5}$

27. **la température minimale est égale à** $\boxed{\textbf{-3}}$ **et elle est atteinte pour le(s) nombre(s) de mois** $\boxed{\textbf{0}}$

28. f **admet pour minimum** $\boxed{\textbf{-3}}$ **atteint en** $\boxed{x = 0}$

29. **la température est strictement supérieure à 2 degrés pour les nombres de mois** $\boxed{\textbf{compris entre -5 inclu et -3 exclu}}$
ou les nombres de mois $\boxed{\textbf{compris entre 3 exclu et 5 exclu}}$

30. $f(x) > 2$ **pour** $\boxed{x \in [-5; -3[\cup]3; 5[}$

31. **la température est inférieure ou égale à 2 degrés pour les nombres de mois** $\boxed{\textbf{compris entre -3 inclu et 3 inclu}}$
ou les nombres de mois $\boxed{\textbf{compris entre 5 inclu et 8 inclu}}$

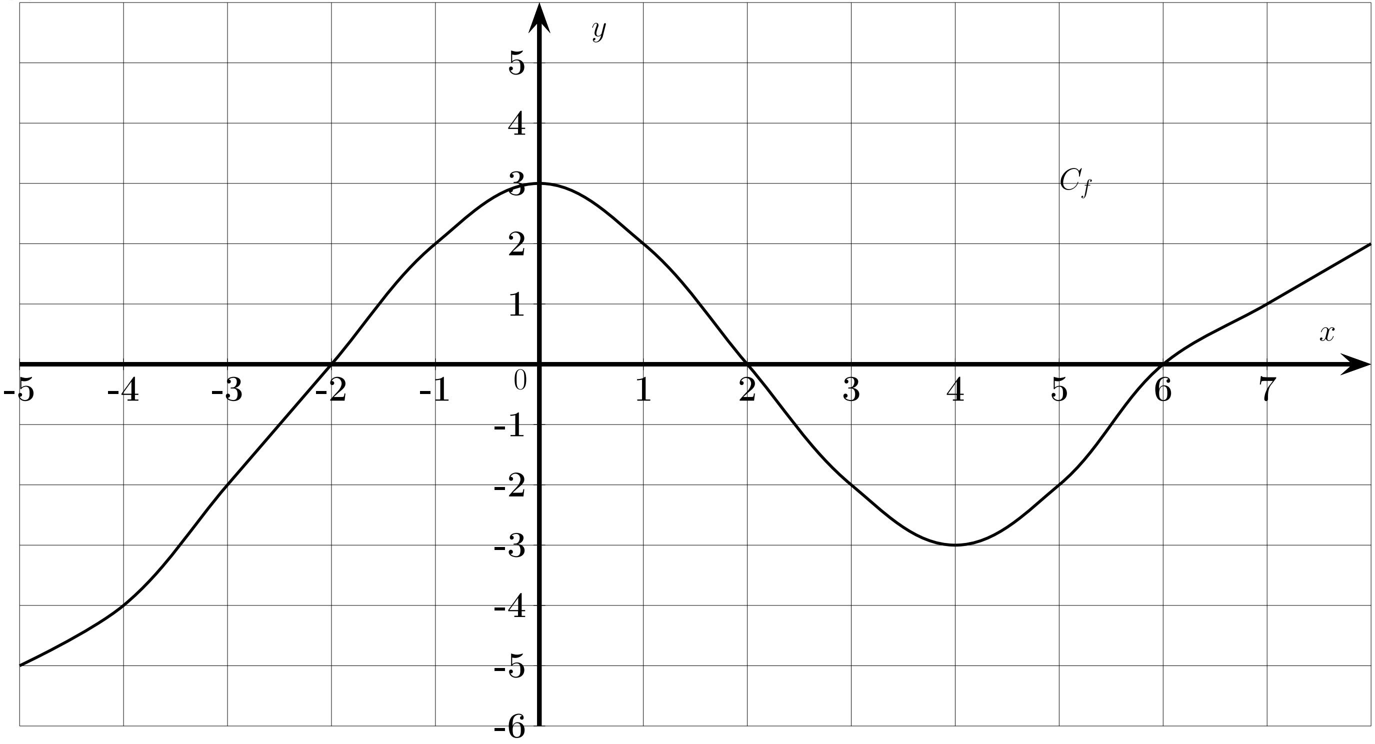
32. $f(x) \leq 2$ **pour** $\boxed{x \in [-3; 3] \cup [5; 8]}$

16 évaluation bilan de lecture graphique 2

évaluation : Lecture graphique

Nom :

répondre aux questions posées pour la fonction définie par la courbe suivante
Faire apparaître les tracés utilisés



$x =$ **nombre de mois à partir d'aujourd'hui**
$f(x) =$ **température en degrés pour le nombre de mois** x

1. **la variable est *(barrer)* : le nombre de mois / la température**
2. **le domaine de définition de la fonction est l'intervalle** $D_f = ...$
3. **il y a trois mois, quelle était la température ? : ...**
4. $f(-3) = ...$
5. **dans quatre mois, quelle devrait-être la température ? : ...**
6. $f(4) = ...$
7. **il fait 2 degrés pour quel(s) nombres de mois ? : ...**
8. $f(x) = 2$ **pour** $x \in ...$
9. **il fait -2 degrés pour quel(s) nombres de mois ? : ...**
10. $f(x) = -2$ **pour** $x \in ...$
11. **la température est nulle pour quel(s) nombres de mois ? : ...**
12. $f(x) = 0$ **pour** $x \in ...$

13. **dans 0 mois, quelle est la température ? : ...**

14. $f(0) = ...$

15. **le tableau de signes de** $f(x)$ **pour** $x \in [-5;8]$ **est :**

valeur de x	
signe de $f(x)$	

16. **la température est strictement positive pour les nombres de mois** ***(penser à "inclu", "exclu")*** **compris entre ... et ... ou les nombres de mois compris entre ...**

17. $f(x) > 0$ **pour** $x \in ...$

18. **la température est strictement négative pour les nombres de mois compris entre ...**

19. $f(x) < 0$ **pour** $x \in ...$

20. **le tableau de variations de** f **pour** $x \in [-5;8]$ **est :**

valeur de x	
variations de $f(x)$	

21. **la température est croissante pour compris les nombres de mois compris entre ...**

22. f **croît pour** $x \in ...$

23. **la température est décroissante pour les nombres de mois compris entre ...**
ou les nombres de mois compris entre ...

24. f **décroît pour** $x \in ...$ **et pour** $x \in ...$

25. **la température maximale est égale à ... et elle est atteinte pour le(s) nombre(s) de mois ...**

26. f **admet pour maximum ... atteint en** $x = ...$

27. **la température minimale est égale à ... et elle est atteinte pour le(s) nombre(s) de mois ...**

28. f **admet pour minimum ... atteint en** $x = ...$

29. **la température est strictement supérieure à -2 degrés pour les nombres de mois compris entre** ***(penser à "inclu", "exclu")*** **...**

30. $f(x) > -2$ **pour** $x \in ...$

31. **la température est inférieure ou égale à -2 degrés pour les nombres de mois compris entre ...**

32. $f(x) \leq -2$ **pour** $x \in ...$